

**Frühe Risse in massigen Betonbauteilen -
Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmaßnahmen**

von

em. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Ferdinand S. Rostásy

Dipl.-Math. Matias Krauß

August 2001

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
TU Braunschweig

ZUSAMMENFASSUNG

Die wirksame Kontrolle der frühen Risse in massigen Betonbauteilen ist von ungebrochener Aktualität. Zur Begrenzung, gar Vermeidung der Rissbildung hat die Praxis zahlreiche empirische Methoden entwickelt, die sich im allgemeinen bewährt haben, jedoch auch häufig mit Fehlschlägen verbunden sind. Ein wesentlicher Grund hierfür ist, dass die Wirksamkeit von risskontrollierenden Methoden eher selten durch Betonversuche und Berechnungen im Vorfeld der Ausführung überprüft wird. Abhilfe gegen die sich breit machende Unsicherheit kann ein Planungswerkzeug bieten, das Erfahrungen, Messungen sowie Stoffgesetze in ein Berechnungsmodell zusammenführt. Dieser Bericht befasst sich mit der Entwicklung des Planungswerkzeugs, dessen Bausteinen und mit der ingenieurmäßigen Anwendung des Berechnungsmodells.

SUMMARY

The efficient control of early-age cracks in massive concrete members is of unbroken actuality. For the control or even avoidance of cracks, practice has developed numerous methods. These mostly empirical methods are efficient in many instances, are however tarnished by frequent failures. Significant reason for failures is the fact that the efficiency of crack-avoiding measures is hardly ever verified by relevant concrete tests and computations well ahead of execution. A cure-all against the spreading uncertainty can be a planning tool, which unites experience, test results, material models etc. in an engineering model. This report deals with the development of a planningtool, its submodels and with the application of numerical models for specific cases.

RÉSUMÉ

Le contrôle efficace des fissures d'âge-jeune dans les éléments de béton massifs est d'actualité ininterrompue. Pour la limitation ou même la prévention de la fissuration, la pratique a développé de nombreuses méthodes empiriques qui, en général, ont fait leurs preuves. Cependant, elles sont ternies par de fréquents échecs. Une raison essentielle pour cela est que l'efficacité des mesures de prévention de fissures est à peine vérifiée par des essais et des calculs appropriés avant la mise en oeuvre. Un remède contre l'incertitude se propageant peut offrir un outil de planification qui réunit des expériences, des mesures et des modèles de matériaux dans un modèle de calcul. Ce rapport traite du développement de cet outil de planification, de ses éléments et de l'application du modèle numérique pour des cas pratiques spécifiques.

VORWORT

In jungen, massigen Betonbauteilen treten häufig Risse auf, die deren Gebrauchsfähigkeit und Dauerhaftigkeit beeinträchtigen können. Die Ursache solcher Risse ist längst bekannt. Sie werden von Spannungen erzeugt, die zum einen mit der Entwicklung und dem Abfluss der Abbindewärme und zum anderen mit dem autogenen Schwinden des Betons zusammenhängen. Die Praxis hat Maßnahmen zur Reduktion der Bauteiltemperaturen, Zwängung und der Betonspannungen entwickelt, die i.w. auf Erfahrungen beruhen. Obwohl sich diese Maßnahmen in vielen Fällen bewährt haben, verbleibt beträchtliche Unsicherheit. Es ist aus diesem Grund notwendig, den empirischen Methoden ein Planungswerkzeug an die Seite zu stellen, mit dem die Wirksamkeit risskontrollierender Maßnahmen im Vorfeld der Ausführung zuverlässig beurteilt werden kann.

Dieser Bericht befasst sich mit der Entwicklung eines Planungswerkzeugs, das bisherige Erfahrungen, Versuchsergebnisse, Werkstoffansätze u.a.m. in ein ingenieurmäßiges Berechnungsmodell zusammenführt. Das Planungswerkzeug beruht neben dem Stand der Kenntnisse auf den Ergebnissen zahlreicher Forschungsarbeiten und Untersuchungen für praktische Fragestellungen.

In von der Deutschen Forschungsgemeinschaft in dankenswerter Weise geförderten Arbeiten wurde dem Stoffverhalten jungen Betons nachgegangen. Der DBV hat Arbeiten zur Bauwerkszugfestigkeit, zum Einfluss von Eigenspannungen auf die Rissbildung und zur Entwicklung des Planungswerkzeuges unterstützt. Dabei standen den Autoren Berater zur Seite. Stellvertretend für die Berater danken wir Herrn Dipl.-Ing. K. Holz für vielfältigen Rat, dem DBV für die Unterstützung. Der Bericht profitiert beträchtlich von der Mitarbeit des IBMB im Brite-Euram-Vorhaben IPACS (Improved Production of Advanced Concrete Structures), das von Herrn Prof. Mats Emborg, Schweden koordiniert wird. Ihm und den Kollegen aus Skandinavien, den Niederlanden und Italien schulden wir Dank. Dank schulden wir auch den Herren Professoren Ahrens, Budelmann und Rodatz † sowie den Herren Dr. Gutsch und Dipl.-Ing. Onken für Rat und Hilfe. Besonderen Dank schulden die Autoren Frau cand.-arch. Ria Köser für ihr großes Engagement bei der Erstellung des Berichts.

F.S. Rostásy

INHALTSVERZEICHNIS

1.	Einleitung	1
2.	Aufgabe und Bausteine des Planungswerkzeugs	2
2.1	Aufgabe	2
2.2	Bausteine	2
3.	Betonhärtung, Wärmefreisetzung und Hydratationsgrad	3
3.1	Ziel und Vorgehen	3
3.2	Erhärtungsreaktionen, Strukturbildung und Einflussgrößen	3
3.3	Hydratationsgrad, Definition und Bedeutung	4
3.4	Wärmefreisetzung	4
3.4.1	Kalorimetrie	4
3.4.2	Bestimmung der Wärmefreisetzung	5
3.5	Experimentelle Bestimmung des Hydratationsgrads und Modell	7
3.5.1	Hydratationsgrad auf Basis des Kalorimeterversuchs und im Bauteil	7
3.5.2	Alterstransformation	7
3.5.3	Hydratationsgradmodell	8
3.6	Modell der Wärmequellenfunktion	8
3.7	Anhaltswerte zur Abschätzung der Wärmefreisetzung und des Hydratationsgrads	9
3.7.1	Vorbemerkungen	9
3.7.2	Anhaltswerte der Hydratationswärme von Zementen und Beton	9
3.7.3	Anhaltswerte des adiabatischen Temperaturanstiegs	9
3.7.4	Rechenwerte zur Beschreibung des Hydratationsgrads	10
3.8	Zusammenfassung	12
4.	Mechanisches Verhalten jungen Betons und Modelle	13
4.1	Wichtige Eigenschaften, Vorgehen	13
4.2	Arten und Durchführung von Versuchen zur Beschreibung des Stoffverhaltens	13
4.2.1	Verknüpfung von Versuchsergebnissen	13
4.2.2	Temperaturbedingungen in Versuchen	13
4.2.3	Untersuchung der Kurzzeiteigenschaften	14
4.2.4	Untersuchung der Langzeiteigenschaften	14
4.3	Tragverhalten bei zentrischem Zug und Druck bei Kurzzeitbeanspruchung	16
4.3.1	Zugtragverhalten im Versuch	16
4.3.2	Festigkeit und Elastizitätsmodul	16
4.3.3	Spannungs-Dehnungslinie für zentrischen Zug	20
4.4	Übertragung der Stoffgesetze in das Bauwerk	20
4.4.1	Ausgangsbasis und Notwendigkeit	20
4.4.2	Rechenwert der maßgebenden Zugfestigkeit	20
4.4.3	Wirksame Zugfestigkeit im Bauteil	22
4.4.4	Modifizierte mittlere, wirksame Zugfestigkeit für die Kontrolle thermischer Risse	22
4.4.5	Arbeitslinie $\sigma(\epsilon)$ für Zug und Druck	22
4.5	Kriechen und Relaxation	23
4.5.1	Vorbemerkungen	23
4.5.2	Zugkriechen bei einstufiger Beanspruchung und $T = 20^\circ\text{C}$	23
4.5.3	Zugrelaxation bei einstufiger Beanspruchung und $T = 20^\circ\text{C}$	24
4.5.4	Einfluss erhöhter und instationärer Temperatur $T(t) > 20^\circ\text{C}$	25
4.5.5	Superposition	25
4.5.6	Rechenwerte der Kriechparameter und Streuung	25
4.6	Lastunabhängige Verformungen	26
4.6.1	Wärmedehnzahl	26
4.6.2	Autogenes Schwinden	26
4.7	Zusammenfassung	28
5.	Feld der Bauteiltemperatur	28
5.1	Ziel und Vorgehen	28
5.1.1	Wärmeleitungsgleichung	28

5.1.2	Verfahren zur Temperaturfeldberechnung	28
5.2	Bauteil und Umgebung, geometrische und thermische Abbildung	28
5.2.1	Idealisierungen	28
5.2.2	Vereinfachung bei einer Sohlplatte	28
5.2.3	Vorgehen bei einer Wand auf Fundament	29
5.3	Thermische Stoffeigenschaften	29
5.3.1	Vorbemerkungen	29
5.3.2	Thermische Stoffeigenschaften und Dichten einiger Bodenarten	30
5.3.3	Wärmedehnverhalten des Betons	30
5.3.4	Frischbetontemperatur T_{c0}	31
5.4	Wärmeübergänge	31
5.4.1	Wärmeübergang zur Luft	31
5.4.2	Wärmeübergang zu Wasser	31
5.4.3	Wärmeübergang im eingeschalteten Zustand und während der Nachbehandlung	32
5.5	Temperatureinwirkungen	32
5.5.1	Meteorologische Einflüsse	32
5.5.2	Tagesgang und Tagesmittel der Lufttemperatur	33
5.5.3	Modellierung der Tagesgänge der Lufttemperatur und Annahmen für Temperaturanfangswerte	33
5.6	Anhaltswerte und Berechnungsergebnisse	33
5.6.1	Vorbemerkungen	33
5.6.2	Anhaltswerte der Bauteiltemperatur	34
5.6.3	Temperaturen in dicken Sohlen	35
5.6.4	Temperatur in Wänden auf Fundamenten oder Sohlplatten	37
5.6.5	Temperaturen in stabförmigen Ausschnitten aus Decken	39
5.7	Besondere Temperaturfälle	41
5.7.1	Vorbemerkungen	41
5.7.2	Kühlung und Erwärmung des eingebauten Betons	41
5.7.3	Betoniergeschwindigkeit, Betonierabschnitte	42
5.8	Zusammenfassung	43
6.	Freie Verformungen und Behinderungen	43
6.1	Ziel und Vorgehen	43
6.2	Freie Verformungen	43
6.2.1	Komponenten der freien Verformungen	43
6.2.2	Ebene der freien Dehnungen und maßgebende freie Verformungen	44
6.3	Arten der Behinderung im Überblick	46
6.4	Einfache Grundfälle des Zwangs und Behinderungsgrad	47
6.4.1	Elastischer Dehnstab und Dehnbehinderungsgrad	47
6.4.2	Elastischer Biegestab und Biegebehinderungsgrad	47
6.4.3	Viskoelastischer Dehnstab	48
6.4.4	Größenordnung der freien Verformungen	50
6.4.5	Rissbildung und Dehnsteifigkeit	51
6.5	Behinderung von Sohlplatten durch den Baugrund	51
6.5.1	Steifigkeitsparameter und Bodenkennwerte	51
6.5.2	Dehnbehinderungen	53
6.5.3	Biegebehinderung durch den Baugrund	55
6.6	Behinderung von Sohlplatten durch Pfähle	58
6.6.1	Vorbemerkungen	58
6.6.2	Verformungen am Pfahlkopf	58
6.6.3	Längszwang durch Pfahlreihe	59
6.7	Zusammenfassung	60
7.	Grundlagen der Spannungsberechnung und Risskriterien	60
7.1	Ziel und Vorgehen	60
7.2	Grundbeziehungen des Ingenieurmodells	61
7.2.1	Elementierung und freie Dehnungsebene beim stabförmigen Ausschnitt	61
7.2.2	Verträglichkeit und innere Kräfte	61
7.2.3	Zwangbedingungen	63
7.3	Risskriterien	63

7.3.1	Vorbemerkungen	63
7.3.2	Rissformen.....	64
7.3.3	Temperaturkriterien.....	64
7.3.4	Risstemperaturkriterium	65
7.3.5	Spannungskriterien	66
7.3.6	Risskriterium des Ingenieurmodells	67
7.4	Erstrissbildung und konsekutive Rissausbreitung	70
7.5	Zusammenfassung	71
8.	Spannungen, Schnittgrößen und Rissbildung.....	71
8.1	Ziel und Vorgehen.....	71
8.2	Zwängung in Decken und stabförmigen Bauteilen.....	71
8.2.1	Scheiben- und Stabwirkung in Decken	71
8.2.2	Berechnungsannahmen	72
8.2.3	Beziehungen für den axial gezwängten Stab	72
8.2.4	Bauteiltemperatur und mittlere freie Dehnung.....	73
8.2.5	Eigenspannungen und Einrisse	74
8.2.6	Zwangspannungen, Zwangsnormalkraft und Trennrisse	75
8.2.7	Zuverlässigkeitsorientierte Beurteilung der Rissbildung.....	77
8.2.8	Wirksame Bauwerkszugfestigkeit nach Regelwerk und Ingenieurmodell - ein Vergleich.....	78
8.2.9	Schlussfolgerungen	79
8.3	Zwängung von Sohlplatten.....	79
8.3.1	Ziel und Vorgehen.....	79
8.3.2	Dreischichtenmethode für Sohlen	79
8.3.3	Andere Verfahren und Vergleiche	82
8.3.4	Spannungen.....	84
8.3.5	Zwangsschnittgrößen	85
8.3.6	Nichtlineare Spannungen nach DSM und lineare Spannungen nach Balkenbiegelehre sowie Rissindex	86
8.3.7	Zusammenfassung	87
8.4	Zwängung des Wand-Fundament-Systems.....	88
8.4.1	Ziel und Vorgehen.....	88
8.4.2	Steifigkeit, Wandschlankheit und Krafteinleitung	88
8.4.3	Beziehungen der Dreischichtenmethode für das WFS für den Zustand I	92
8.4.4	Andere Ansätze, Näherungsverfahren.....	97
8.4.5	Rissbildung und Bewehrung	98
8.4.6	Spannungen und Schnittgrößen, Berechnungsbeispiele	101
8.4.7	Zusammenfassung	103
9.	Folgerungen, Defizite und Ausblick.....	106

BEZEICHNUNGEN

Indizes

ad	adiabatisch
as	autogenes Schwinden
A	Zuschlag (aggregate)
c	Beton (concrete), Druck (compression)
crit	kritisch
C	Zement
e	wirksam, effektiv
FA	Flugasche
f	Fundament
k	charakteristisch
m	Durchschnitt, mittlere
max	Maximum
min	Minimum
nom	Nennwert
pot	potentiell
SF	Silikastaub (silica fume)
SL	Hüttensand (slag)
sp	spezifisch
t	Zug (tension)
w	Wand
W	Wasser
x, y, z	Koordinaten

E_v	Aktivierungsenergie viskoelastischer Verformung, [J/mol]
EFD	Ebene der freien Dehnungen
FA	Flugaschegehalt, [kg/m ³]
G_F	Bruchenergie, [N/mm]
M	Biegemoment
N	Längskraft
P_{1c}, P_{2c}	Parameter der Kriechfunktion bei isothermer Lagerung $T = 20^\circ\text{C}$
Q_i	Hydrationswärme der Klinkerbestandteile, [J/g]
Q_{SL}	Hydrationswärme des Hüttensands, [J/g]
Q_{FA}	Hydrationswärme der Flugasche, [J/g]
Q_{SF}	Hydrationswärme des Silikastaubs, [J/g]
R	Widerstand
S	Einwirkung
SF	Silikastaub (silica fume)
SL	Hüttensand (slag)
T	Temperatur [$^\circ\text{C}$]
T_{a0}	mittlere Tagestemperatur [$^\circ\text{C}$]
T_{c0}	Frischbetontemperatur [$^\circ\text{C}$]
meas ΔT_{ad}	gemessene adiabatische Temperaturerhöhung [K]
max ΔT_{ad}	berechnete, maximale adiabatische Temperaturerhöhung [K]
V	Variationskoeffizient COV
W	Wassergehalt, [kg/m ³]

GROSSE LATEINISCHE BUCHSTABEN

A	Zuschlaggehalt, [kg/m ³]
A_c	Betonquerschnittsfläche
B	Bindemittelgehalt, [kg/m ³]
C	Zementgehalt, [kg/m ³]
E_A	Aktivierungsenergie, [J/mol]
E	Elastizitätsmodul
E_c	Druck-E-Modul zwischen $0,05 \cdot f_c$ und $0,50 \cdot f_c$
E_{ct}	Zug-E-Modul zwischen $0,05 \cdot f_{ct}$ und $0,50 \cdot f_{ct}$
E_e	wirksamer Elastizitätsmodul
\hat{E}_{ct}	bezogener Zugelastizitätsmodul E_{ct}/E_{ct1}

KLEINE LATEINISCHE BUCHSTABEN

a	Abstand
b	Breite
c	Wärmespeicherkapazität, [kJ/(kg K)]
c_1	Parameter des Hydrationsgrads, [-]
cal	berechneter Wert
d	Durchmesser, Höhe, Dicke
d_k	Größtkorndurchmesser des Zuschlags
f	Festigkeit
f_c	Druckfestigkeit des Betons
\hat{f}_c	bezogene Druckfestigkeit f_c/f_{c1}
f_{ck}	charakteristische Zylinderdruckfestigkeit im Alter 28 Tage

f_{cm}	mittlere Zylinderdruckfestigkeit	ε_{0T}	lastunabhängige Dehnung infolge Temperatur
f_{ct}	mittlere zentrische Zugfestigkeit	ε_{as}	Dehnung infolge autogenen Schwindens
f_{cte}	mittlere wirksame Betonzugfestigkeit im Bauwerk	ε_{cu}	Dehnung unter der Zugfestigkeit f_{ct}
\hat{f}_{ct}	bezogene Zugfestigkeit $f_{ct}(\alpha)/f_{ct}(\alpha=1)$	ε_{cr}	Kriechdehnung des Betons
f_{cts}	mittlere Spaltzugfestigkeit	ε_{el}	elastische Dehnung
h, h_c, h_f	Dicke, Höhe	$\Delta\varepsilon_i$	Dehnungssinkrement zum Zeitpunkt t_i
ℓ, ℓ_c	Länge	ε_r	Mikrorissdehnung
l_{pr}	Länge der Rissprozesszone	λ	Wärmeleitfähigkeit
meas	gemessener Wert	μ_f	Reibungsbeiwert
q	Wärmefreisetzungsrate	ρ	Dichte, [kg/m ³]
r	Radius, Faktor	ρ_c	Betonrohddichte, [kg/m ³]
s	Standardabweichung der Stichprobe	σ	Normalspannung
t	Zeit, Alter	σ	Standardabweichung
t_1	Alter des Betons bei Beginn der Festigkeitsentwicklung	$\Delta\sigma_i$	Spannungssinkrement zum Zeitpunkt t_i
t_i	Alter des Betons bei Erstbelastung	τ	Scher-, Schubspannung
t_c	Bezugszeit der Kriech- und Relaxationsfunktion, $t_c = 1h$	φ	Kriechfunktion
t_e	wirksames Betonalter (equivalent age, maturity)	ψ	Relaxationsfunktion
t_{e1}	wirksames Betonalter bei Erstbelastung	Δ	Differenz
$t_{el}-t_{el1}$	wirksame Belastungsdauer beim Kriechen und bei Relaxation	κ	Krümmung
t_k	Parameter des Hydrationsgrads [h]	UMRECHNUNG VON EINHEITEN 1 J (Joule) = 1 Ws (Wattsekunde) 1 cal (Kalorie) = 4,186 J (Joule) 1 kJ = 2,778 · 10 ⁻⁴ kWh 1 kWh = 860 kcal	
w	Rissöffnung		
\bar{x}	Mittelwert der Stichprobe		
x, y, z	Koordinaten		

GRIECHISCHE BUCHSTABEN

α	Hydrationsgrad
α_0	Hydrationsgrad bei Beginn der Festigkeitsentwicklung
α_{0i}	Hydrationsgrad bei tatsächlichem Beginn der Festigkeitsentwicklung
α_i	Hydrationsgrad bei Erstbelastung zum Zeitpunkt t_i
α_T	Wärmedehnzahl
ε	Dehnung, allgemein
ε_0	lastunabhängige Dehnung

1. Einleitung

Entstehung und Abwehr früher Risse in jungen, massigen Betonbauteilen infolge der Hydrationswärme des Betons sind seit jeher von großer technischer und wirtschaftlicher Bedeutung. Dies beweisen zahlreiche Berichte aus der Forschung und Praxis. Nur auf einige kann hier hingewiesen werden [15, 22, 29, 37, 52, 65, 78, 83, 95, 96].

Diese frühen Risse können, insbesondere wenn sie das Bauteil auf ganzer Dicke durchtrennen, unerwünschte Konsequenzen nach sich ziehen. Man denke z.B. an Trennrisse in UW-Betonsohlen, die aufwendig gedichtet werden müssen, ehe man auf trockener Sohle weiterbauen kann. Wegen der vielfältigen Konsequenzen sind zahlreiche Maßnahmen zur Rissvermeidung entwickelt worden. Über sie wird in Merkblättern, Richtlinien, Fachartikeln u.a.m. berichtet. Auch die Forschung hat sich mit der Vorhersage der frühen, thermischen Risse vielfach befasst und wertvolle Beiträge geleistet. Deren Umsetzung in praktisches Handeln lässt jedoch zu wünschen übrig.

Wertet man die bisher bei uns üblichen Wege zur Rissvermeidung/-kontrolle, so sind diese doch überwiegend empirischer Natur, im Wesentlichen also auf Erfahrung beruhend. In Bild 1.1 ist schematisch dargestellt, welche Bereiche der Planung und Ausführung angesprochen werden und welche Ansatzpunkte zur Risskontrolle möglich sind.

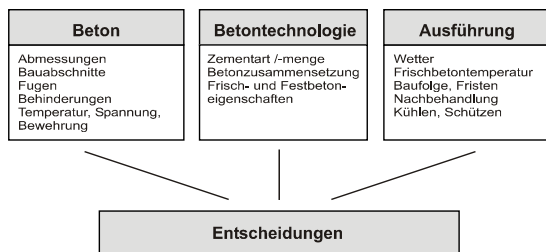


Bild 1.1: Konventionelle Methoden zur Kontrolle früher thermischer Risse

Fig. 1.1: Conventional methods for the control of early thermal cracks

Die Zielgröße einer oder mehrerer Maßnahmen nach Bild 1.1 ist in der Regel die Einhaltung eines ggf. vom Bauherrn vorgegebenen Grenzwerts einer Temperaturdifferenz, z.B. innerhalb des Bauteils oder zwischen dem Alt- und Neubeton. Dieser Grenzwert stellt eine Ersatzgröße dar, deren Einhaltung eine Rissbildung unterbinden soll. Auch wenn man im Zuge der Festlegung geeigneter Betonzusammensetzungen für die Ausführung die Hydrationswärme des Betons - zusätzlich zu den Prüfungen nach Normen - misst, so wird doch nur in seltenen Fällen die Temperaturverteilung im Bauteil

vorab berechnet oder in-situ gemessen. Eine Abschätzung der Temperaturspannungen unterbleibt ohnehin zumeist. Dies bedeutet, dass die Wirksamkeit einer vorgesehenen oder auch ausgeführten Maßnahme letztendlich nicht schlüssig beurteilt werden kann. So verwundert es nicht, dass sich in vielen Fällen Enttäuschungen einstellen sowie Unsicherheit verbleibt.

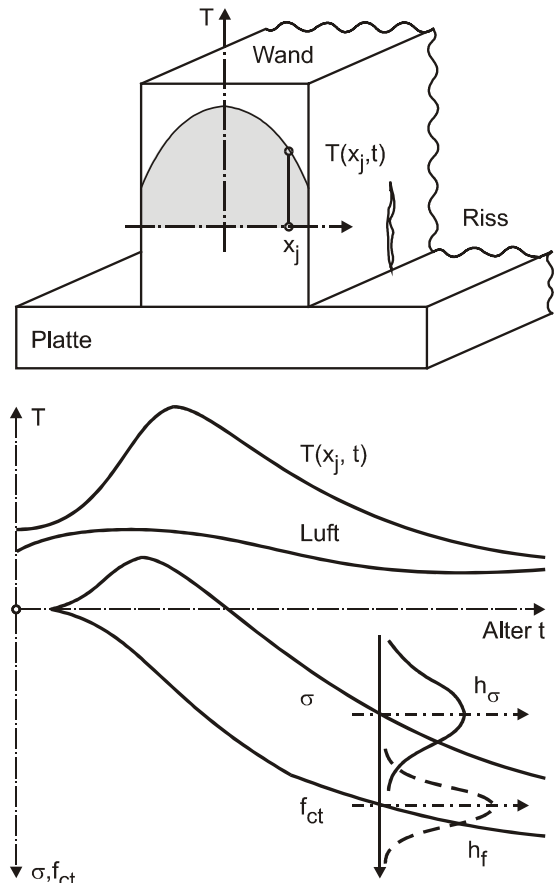


Bild 1.2: Bauteiltemperatur, Spannung und Zugfestigkeit

Fig. 1.2: Temperature, stress and strength in young concrete member

Unsere Nachbarn in den Niederlanden und in Skandinavien sind in Anbetracht der oben genannten Unsicherheiten einen anderen Weg gegangen. Bei diesem Weg wird die Wirksamkeit risskontrollierender Maßnahmen durch Betonversuche, Temperatur- und Spannungsberechnungen sowohl vor als auch während der Ausführung überprüft. Die in-situ-Messung der Bauteiltemperaturen wird fast immer vorgenommen. Um welche wesentlichen Größen es dabei geht, ist Bild 1.2 zu entnehmen. Aus den Ergebnissen werden dann Schlüsse gezogen, geeignete Maßnahmen gewählt bzw. verändert. Dieser Weg ist in den vergangenen Jahren bei allen größeren Bauvorhaben wie bei den Brücken über den Støbelt, Øresund etc. eingeschlagen worden. Er wird sowohl bei der Vorplanung und

Angebotsbearbeitung als auch bei der Ausführungsplanung und Bauwerksherstellung angewandt. Die bei uns eingesetzten, praktischen Maßnahmen zur Risskontrolle sind durch Erfahrung, oft einzelner Fachleute, gewachsen. Sie haben sich bewährt. Trotzdem verbleibt oft genug Unsicherheit über den erhofften Erfolg. Es ist eben diese Unsicherheit, die nach einer Verbesserung streben lässt. Einen Weg hierzu bietet das hier vorgestellte Planungswerkzeug. Dieses muss die Erfahrungen, Ergebnisse von Betonversuchen unterschiedlicher Zielsetzung, Ingenieurmodelle zur Berechnung der Temperatur- und Spannungsfelder u.a.m. als Ganzes umfassen. Es wird den erfahrungsbezogenen Maßnahmen als Entscheidungsinstrument an die Seite gestellt.

2. Aufgabe und Bausteine des Planungswerkzeugs

2.1 Aufgabe

Das Planungswerkzeug ist ein erfahrungs-, versuchs- und rechnergestütztes Ingenieurmodell IM. Mit ihm soll die Wirksamkeit risskontrollierender Maßnahmen sowohl in den Phasen der Vorplanung/ Angebotsbearbeitung als auch in den Phasen der Konstruktionsplanung und Ausführungsplanung beurteilt werden. Damit können auch Aufwand und Nutzen von Maßnahmen einander gegenübergestellt werden. Das IM ist damit auch ein Entscheidungswerkzeug, es ist in Bild 2.1 schematisch dargestellt.

Die Leistungsfähigkeit des IM hängt in erster Linie von der Zuverlässigkeit der einfließenden Daten ab. Es ist unbestreitbar, dass in den Phasen der Vorplanung und Angebotsbearbeitung nicht nur der Beton der „potenziellen“ Ausführung, sondern etliches mehr unbekannt ist. Aus diesem Grund muss das IM auch für diese Situation Hilfsmittel angemessener Zuverlässigkeit bereitstellen. Im Fall der Ausführungsplanung nimmt das Wissen um die Konstruktion, den Beton, das Wetter, den Bauablauf u.a.m. zu. Dieser Umstand erfordert das kontinuierliche „Scharfstellen“ des adaptierbaren Ingenieurmodells.

2.2 Bausteine

Das Planungswerkzeug besteht aus einer Reihe von Bausteinen, die konsekutiv und interaktiv bearbeitet sowie vernetzt werden. In Bild 2.2 sind diese Bausteine in einem Blockdiagramm dargestellt, sie werden im folgenden knapp beschrieben.

Ein Baustein kann unterschiedliche Informationen beinhalten: Erfahrungen, Versuchsergebnisse, Stoffgesetze, Rechenmodelle, Berechnungsergebnisse, Ergebnisse von Bauwerksmessungen usw.. Die Stoffgesetze und Berechnungsmodelle sind adaptiv gestaltet, d.h. sie können durch zunehmendes Wissen über das Werk-

stoffverhalten, das durch Laborversuche mit dem Beton der Ausführung, durch Erhärtungsversuche und Temperaturmessungen auf der Baustelle (am großformatigen Bauteilausschnitt oder unmittelbar am Bauteil) u.a.m. gewonnen wird, aktualisiert (d.h. geschärft) werden.

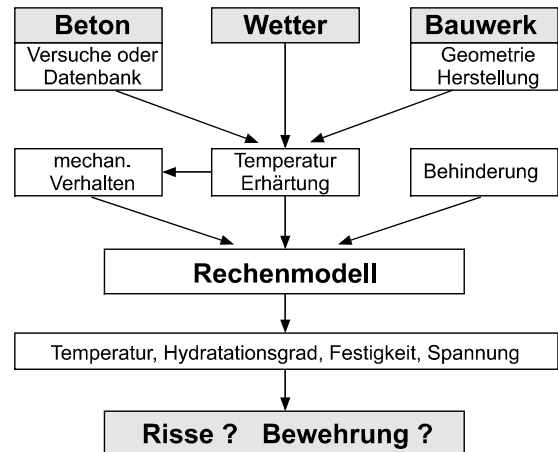


Bild 2.1: Ingenieurmodell zur Kontrolle früher Temperaturrisse

Fig. 2.1: Engineering model for the control of early thermal cracks

Der Modellbaustein BETON umfasst Angaben zu den Komponenten und zur Zusammensetzung des Betons gemäß den Anforderungen an den Frisch- und Festbeton. Die Frischbetontemperatur T_{c0} muss aufgrund von Erfahrungen, Daten des Transportbetonherstellers und des mutmaßlichen Wetters bei der Bauteilherstellung abgeschätzt werden.

Der Baustein BIM charakterisiert das Gesamtbindemittel (Zement und miterhärtende Betonzusatzstoffe). Zur Abschätzung der Hydrationswärme muss die chemische Zusammensetzung des Zements und der miterhärtenden Betonzusatzstoffe (Flugasche, Si-Staub etc.) bekannt sein oder sinnvoll angenommen werden. Mit den Masseanteilen der reaktiven Phasen des Bindemittels und deren Wärmefreisetzung kann man die Hydrationswärme des Bindemittels und Betons berechnen.

Der Baustein ADIA stellt den zeitabhängigen Temperaturanstieg ΔT_{ad} bei adiabatischer Bedingung dar. Man gewinnt ihn mit dem adiabatischen oder über einen kalibrierten, teiladiabatischen Kalorimeterversuch. Abschätzungen können ggf. auf Basis der Literatur und anderer Quellen vorgenommen werden.

Mit ADIA gewinnt man den Hydratationsgrad α , HYDRA, abhängig vom wirksamen Alter t_e . Er ist die universelle Steuergröße der Betonerhärtung. Die Parameter des Rechenmodells des Hydratationsgrad werden am Versuchsergebnis von ADIA geschärft oder auf Basis anderer Informationen geschätzt. Die Entwicklung

der mechanischen Betoneigenschaften wird abhängig vom Hydratationsgrad oder wirksamem Alter formuliert und in Stoffmodellen MAT abgebildet. Die Schärfung der Parameter der Stoffmodelle erfolgt durch Versuche (BETEX) bei definiertem Temperaturregime oder über Vorinformationen. Alle Werkstoffbeziehungen werden in MAT gebündelt.

Die Berechnung der Felder der Bauteiltemperatur, der freien (d.h. unbehinderten) Verformungen und des Hydratationsgrads erfolgt in TEMPFE. Dazu muss das Bauteil und seine Umgebung modelliert werden. Neben den Geometrien des Bauteils und seiner Nachbarn in GEO sind die den Wärmetausch mit der Umgebung bestimmenden Bedingungen im Bauteil RAND festzulegen. Annahmen zum voraussichtlichen Wetter bei Ausführung zur Schalung und Einschaldauer, Nachbehandlung, Frischbetontemperatur, zu einer etwaigen Bauteilkühlung u.a.m. sind zu treffen. Weil die mechanischen Eigenschaften des jungen Betons mit dem Hydratationsgrad verknüpft sind, kann man die Felder der Werkstoffeigenschaften simultan bestimmen (MATFE).

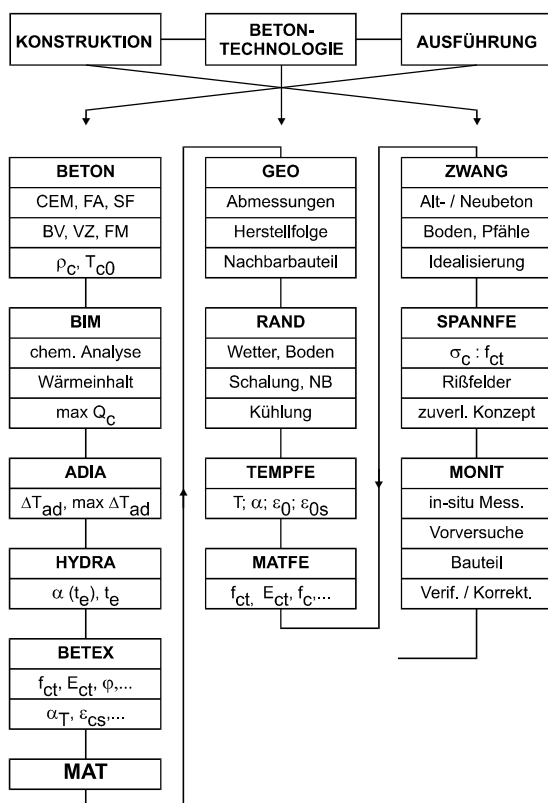


Bild 2.2: Aufbau des Planungswerkzeugs IM

Fig. 2.2: Flow chart of planning tool IM

Nach diesen Vorbereitungen muss die Behinderung des Bauteils beschrieben werden. Die Behinderung kann durch Nachbarbauteile, durch den Boden, Pfähle u.a.m. erfolgen (ZWANG).

Die Spannungsberechnung erfolgt im Baustein SPANNFE. Zur Beurteilung der Wirksamkeit einer risskontrollierenden Maßnahme benötigt man ein Risskriterium. Die gegenwärtigen Ansätze hierfür werden vorgestellt und bewertet. Darüber hinaus wird das zuverlässigkeitsorientierte Risskriterium des IBMB vorgestellt.

Die Berechnungen sind mit Unsicherheiten behaftet. Dies gilt besonders für die Phasen Vorplanung und Angebotsbearbeitung, weil es an Wissen zum Materialverhalten mangelt. Bei der Konstruktions- und Ausführungsplanung kann dieses Manko durch Versuchsergebnisse etc. verringert werden. Zur Verifizierung der Berechnungsergebnisse und Modellkorrektur sind Temperatur- und Verformungsmessungen am Bauteil oder verlaufend an einem bauteilähnlichen Ausschnitt vorteilhaft (Baustein MONIT).

Die Kontrolle der frühen Risse steht auch im Zusammenhang mit der Auslegung der die Rissbreiten beschränkenden Bewehrung. Hierauf wird nur insofern eingegangen, als man hierfür die Risschnittgrößen infolge Zwang etc. benötigt. Der Begriff junger Beton markiert dessen ersten Lebensabschnitt. Zu beachten ist, dass Risse auch durch späte Zwänge entstehen können.

3. Betonerhärtung, Wärmefreisetzung und Hydratationsgrad

3.1 Ziel und Vorgehen

Am Beginn der Anwendung des Planungswerkzeugs stehen die Modelle zur Freisetzung der Hydratationswärme sowie des Hydratationsgrads als Gradmesser der Entwicklung der mechanischen Eigenschaften.

In diesem Abschnitt werden die in Bild 2.2 aufgeführten Bausteine BIM, ADIA und HYDRA behandelt. Die hierzu erforderlichen Eingangsdaten und Wärmefreisetzungsversuche sowie die das Verhalten beschreibenden Modelle werden dargestellt.

3.2 Erhärtungsreaktionen, Strukturbildung und Einflussgrößen

Bei erster Berührung des Zements mit Wasser setzen die Erhärtungsreaktionen ein. Rund zwei bis vier Stunden nach dem Mischende beginnt der Beton zu erstarren (sofern keine die Erstarrung beeinflussenden Betonzusatzmittel zugegeben wurden): Der Übergang von der „Flüssigkeit“ zum Feststoff wird vollzogen. Dieser Zeitabschnitt ist für die Förderung und den Einbau des Betons notwendig; man nennt ihn auch *dormant phase* (Schlafphase). Die Dauer dieses Abschnitts hängt von zahlreichen physikalischen und chemischen Einflussgrößen ab; sie ist auch gezielt beeinflussbar. Die Reaktion des Zements und der miterhärtenden Beton-

zusatzstoffe mit dem Anmachwasser ist ein exothermer Prozess, während dessen die Hydrationswärme freigesetzt wird und sich die Mikrostruktur des Gerüsts der Calciumsilikathydratphasen (CSH) bildet [15]. Diese Reaktion nennt man Hydratation; sie hängt mit der Verfestigung des Betons und der Ausbildung der Festbetoneigenschaften unmittelbar zusammen. In Bild 3.1 ist die Bildung der CSH-Mineralphasen und deren Morphologie schematisch dargestellt. Näheres zur Strukturbildung ist [15] zu entnehmen.

Die Reaktionsgeschwindigkeit der Hydratation hängt von zahlreichen Faktoren ab. Die wesentlichen sind:

- Chemische Zusammensetzung und Mineralphasenbestand des Zements und der miterhärtenden Betonzusatzstoffe,
- Mahlfineinheit des Zements bzw. Korngrößenverteilung der Bindemittelkomponenten,
- Wasserbindemittelwert,
- Temperaturregime während der Erhärtung ($T(t=0) = T_{c0}$, Frischbetontemperatur etc.) und
- Betonzusatzmittel.

Dabei wird unterstellt, dass ein Wasserverlust durch Austrocknen nicht stattfindet (dickes Bauteil).

Welchen Einfluss diese Faktoren in den Erhärtungsphasen von Bild 3.1 bzw. generell ausüben, wird in [35] erläutert.

3.3 Hydratationsgrad, Definition und Bedeutung

Wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, sind der Erhärtungszustand des Betons und die Hydratation des Bindemittels miteinander verknüpft. Diese Verknüpfung kann durch den Hydratationsgrad α beschrieben werden, der für eine beliebige Temperaturgeschichte $T(t)$ wie folgt als Verhältnis der gebildeten CSH-Masse zur anfänglichen Bindemittelmasse m_{B0} definiert ist. Es gilt

$$\alpha(T(t)) = \frac{m_{CSH}(T(t))}{m_{B0}} \quad (3.1)$$

mit $0 \leq \alpha(T(t)) \leq 1$.

Der wahre Hydratationsgrad gemäß Gl. (3.1) kann bislang nicht exakt bestimmt werden. Aus diesem Grund sucht man nach alternativen, messbaren Größen zur Bestimmung des Hydratationsgrads. In [35] wird hierzu ein Überblick über die bekannten Ansätze gegeben. Hier wird auf die am häufigsten verwendete Definition des Hydratationsgrads über die freigesetzte Wärme-

menge $Q(T(t))$ zurückgegriffen, weil diese entweder direkt oder indirekt im Kalorimeter gemessen werden kann. Auf dieser Basis lautet der Hydratationsgrad

$$\alpha(T(t)) = \frac{Q(T(t))}{Q_{pot}} \quad [-] \quad (3.2)$$

Er stellt das Verhältnis der bis zum Zeitpunkt t freigesetzten Wärmemenge zur maximal freisetzbaren Hydrationswärme Q_{pot} des Betons dar. Dabei wird unterstellt, dass die Bildung der CSH-Phasen affin zur Wärmefreisetzung verläuft. Es darf nicht verschwiegen werden, dass auch diese Definition des Hydratationsgrads Unschärfen in sich birgt, auf die im einzelnen noch hingewiesen werden wird und die insbesondere mit der Bestimmung von Q_{pot} verbunden sind.

Der Endwert $\alpha = 1$ kann nur in besonderen Fällen erreicht werden (hoher W/Z-Wert und dauernde Wasserfüllung der Poren). Bei Hochleistungsbeton HPC und hochfestem Beton HSC verbleiben stets teilhydratisierte Zementkörner in der Mikrostruktur, die Bestandteil der Verdichtung und Verfestigung dieser Baustoffe sind.

3.4 Wärmefreisetzung

3.4.1 Kalorimetrie

Es hat sich für jungen Beton bewährt, die Wärmefreisetzung des Betons und nicht jene der Bindemittelkomponenten zu messen. Auf diese Weise kann die gemeinsame Wirkung des Zements mit den Betonzusatzstoffen und -zusatzmitteln bei einer bestimmten Frischbetontemperatur T_{c0} und mit einem Prüfvolumen von 10 bis 30 dm³ praxisgerecht erfasst werden.

Die Wärmefreisetzung des Betons kann mit Isothermen, adiabatischen und teiladiabatischen Kalorimetern gemessen werden, wobei in allen Fällen die Austrocknung des Betons unterbunden ist [67]. Bei der isothermen Kalorimetrie wird die Betontemperatur konstant gehalten und die abgegebene Wärmemenge indirekt gemessen. Bei der adiabatischen Kalorimetrie wird der Wärmeabfluss aus dem Prüfvolumen verhindert und die Temperaturerhöhung $\Delta T_{ad}(t)$ gemessen [42]. Bei der teiladiabatischen Kalorimetrie ist das Prüfvolumen von einer dicken Wärmedämmschicht umgeben, und es wird die Temperaturerhöhung gemessen. Durch Eichung des teiladiabatischen Kalorimeters an einem adiabatischen kann der zugehörige adiabatische Temperaturanstieg rechnerisch bestimmt werden. In Bild 3.2 ist der Aufbau eines am iBMB verwendeten adiabatischen Kalorimeters dargestellt.

3.4.2 Bestimmung der Wärmefreisetzung

Bei der adiabatischen Kalorimetrie wird über die gemessene Temperaturerhöhung $\Delta T_{ad}(t)$ auf die freigesetzte Wärmemenge $Q_{ad}(t)$ mit dem Zusammenhang

$$Q_{ad}(t) = c_c \rho_c \Delta T_{ad}(t) \quad (3.3)$$

geschlossen.

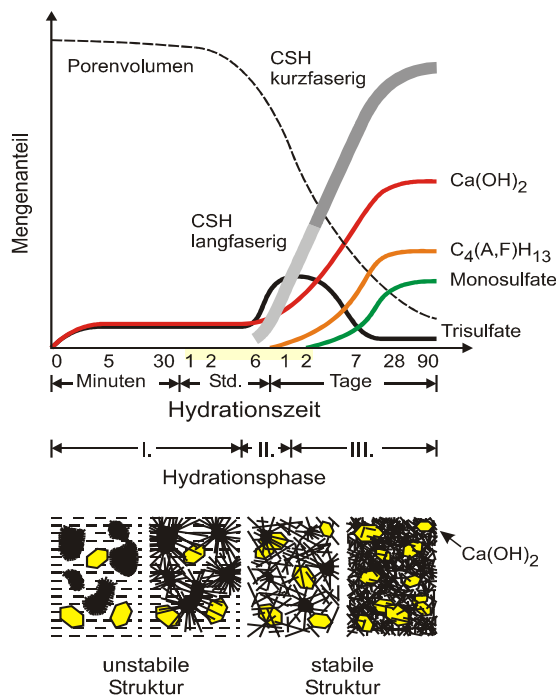


Bild 3.1: Hydrationsphasen und Gefügeentwicklung bei der Zement erhärtung nach Richartz

Fig. 3.1: Phases of hydration and structural formation during hardening of cement paste acc. to Richartz

Wie aus den Beispielen von Messergebnissen, Bilder 3.3 und 3.4, ersichtlich ist, strebt die adiabatische Temperaturerhöhung ΔT_{ad} dem Grenzwert $\max \Delta T_{ad}$ zu. Weil der adiabatische Versuch nach rund 200 Stunden aus regeltechnischen Gründen u.a.m. beendet wird, kann der Grenzwert $\max \Delta T_{ad}$ nicht gemessen werden. Er muss über den Rechenwert des Wärmefreisetzungs-potentials Q_{pot} bestimmt werden. Im folgenden wird gezeigt, wie die Terme von Gl. (3.3) ermittelt werden können.

Die Betonrohddichte ρ_c entspricht der gemessenen bzw. der in der Stoffraumrechnung des Betons berechneten Frischbetonrohddichte. Die spezifische Wärmekapazität c_c kann bei bekannter Betonzusammensetzung mit Hilfe der Mischungsregel

$$c_c = \frac{1}{\rho_c} [C c_C + W c_W + A c_A + FA c_{FA}] \quad (3.4)$$

bestimmt werden. Hierin bedeuten C den Zementgehalt in $[\text{kg}/\text{m}^3]$; W den Wassergehalt in $[\text{kg}/\text{m}^3]$; A den Zuschlaggehalt in $[\text{kg}/\text{m}^3]$ und FA den Flugaschegehalt in $[\text{kg}/\text{m}^3]$.

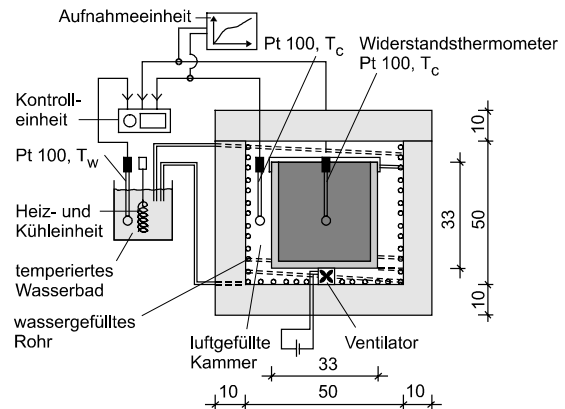


Bild 3.2: Aufbau des adiabatischen Kalorimeters

Fig. 3.2: Details of adiabatic calorimeter

Die spezifischen Wärmekapazitäten der Betonkomponenten können auf Basis der Literatur i.M. wie folgt angesetzt werden [16], [37]:

$$c_C \approx 0,84 \quad [\text{kJ}/\text{kgK}],$$

für die spez. Wärmekapazität des Zements;

$$c_W \approx 4,18 \quad [\text{kJ}/\text{kgK}],$$

für die spez. Wärmekapazität des Anmachwassers;

$$c_A \approx 0,7 - 0,9 \quad [\text{kJ}/\text{kgK}],$$

für die spez. Wärmekapazität des Betonzuschlags;

$$c_{FA} \approx 0,84 \quad [\text{kJ}/\text{kgK}],$$

für die spez. Wärmekapazität der Flugasche.

Für Normalbeton bewegt sich die spezifische Wärmekapazität im folgenden Bereich $0,9 \leq c_c \leq 1,00$ $[\text{kJ}/\text{kgK}]$ für erhärteten Beton üblicher Feuchte und $1,0 \leq c_c \leq 1,15$ $[\text{kJ}/\text{kgK}]$ für wassergesättigten und frischen Beton.

Die Wärmekapazität des Betons hängt vom Hydrationsgrad und von der Temperatur ab. Man kann aber näherungsweise von festen Werten ausgehen, so z.B. von 1,05 bis 1,10 kJ/kgK bei quarzitischem Zuschlag und 1,00 bis 1,05 kJ/kgK bei kalzitischem Zuschlag.

Am iMBB sind seit Jahren sowohl im Rahmen der Forschung als auch bei praktischen Anwendungen umfangreiche adiabatische Wärmefreisetzungsversuche durchgeführt worden. Die Bilder 3.3 und 3.4 zeigen beispielhaft Messergebnisse der Temperaturerhöhung von Betonen, die mit 270 kg/m^3 CEM I 32,5 R und 60 kg/m^3 FA bzw. mit 390 kg/m^3 CEM III B 32,5 NW hergestellt worden sind (s. Anlage 1). Variiert wurde nur die Frischbetontemperatur T_{c0} [35].

Wie bereits erwähnt, kann der Grenzwert Q_{pot} nur rechnerisch auf Basis des Phasenbestands des PZ-Klinkers sowie der chemischen Zusammensetzung des Zements, Hüttensands und der Flugasche etc. bestimmt werden. Dazu muss die individuelle Wärmefreisetzung der Bindemittelkomponenten bekannt sein. Zur Berechnung des Phasenbestands des PZ-Klinkers empfiehlt sich das Verfahren von Bogue [11]. Dieses wird durch die Gl. (3.5a) bis (3.5d) dargestellt. Der Rechenwert des Massenanteils m_i einer Klinkerphase hat die Einheit M.-% bzw. (kg/kg). Die Massenanteile des PZ-Klinkers lauten:

$$m(C_3S) = 4,0710 \text{ CaO} - 7,6024 \text{ SiO}_2 - 1,4297 \text{ Fe}_2\text{O}_3 - 6,7189 \text{ Al}_2\text{O}_3 - 2,852 \text{ SO}_3, \quad (3.5a)$$

$$m(C_2S) = 2,8675 \text{ SiO}_2 - 0,7544 m(C_3S), \quad (3.5b)$$

$$m(C_3A) = 2,6504 \text{ Al}_2\text{O}_3 - 1,6920 \text{ Fe}_2\text{O}_3, \quad (3.5c)$$

$$m(C_4AF) = 3,0432 \text{ Fe}_2\text{O}_3. \quad (3.5d)$$

Die individuelle Wärmefreisetzung Q_i einer Klinkerphase M_i , des Hüttensands und der Flugasche ist auf Basis von [62] und [54] in Tab. 3.1 zusammengestellt. Damit kann der Rechenwert Q_{pot} des Wärmefreisetzungspotentials eines Betons, dessen Gesamtbindemittel aus PZ-Klinker, Hüttensand und Flugasche besteht, wie folgt angeschrieben werden (in kJ/m^3):

$$Q_{\text{pot}} = C \left[(1 - m_{\text{SL}}) \cdot \sum m_i \cdot Q_i + m_{\text{SL}} \cdot Q_{\text{SL}} \right] + \text{FA} \cdot Q_{\text{FA}} \quad (3.6a)$$

Gl. (3.6a) kann für die Zemente CEM I, II und III sowie für Flugaschezugabe verwendet werden. In ihr und Tab. 3.1 bedeuten:

$m_{\text{SL}} = \text{SL}/C$ [-], auf den Zementgehalt bezogener Hüttensandanteil SL;

$m_i = M_i/C$ [-], M_i [kJ/kg]; auf den Zementgehalt bezogener Gehalt der Klinkerphase M_i nach Bogue;

Q_i spezifischer Wärmeinhalt der Klinkerphase;

Q_{SL} spezifischer Wärmeinhalt des Hüttensandes, [kJ/kg];

Q_{FA} spezifischer Wärmeinhalt der Flugasche, [kJ/kg].

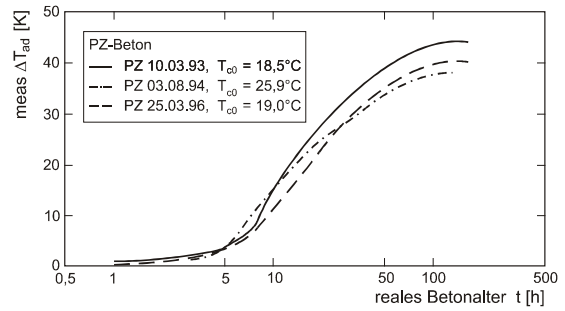


Bild 3.3: Adiabatische Temperaturerhöhung in Abhängigkeit vom Alter und von der Frischbetontemperatur, PZ-Beton

Fig. 3.3: Adiabatic rise of temperature dependent on age and temperature of fresh concrete, OPC-concrete

Die Gl. (3.6a) gilt für Portland- ($m_{\text{SL}} = 0$) und Hüttenzement ($m_{\text{SL}} > 0$, PZ-Klinker und Hüttensand gemeinsam vermahlen) sowie für getrennte Zugabe von Flugasche. Der Klammerterm stellt die spezifische Wärmemenge des Zementes $\max Q_{\text{sp}}$ (je kg Zement) dar. Die Gesamtbindemittelmenge in Gl. (3.6b) beträgt

$$B = C + \text{FA}. \quad (3.6b)$$

Bei einem Gesamtbindemittel des Betons, das z.B. aus zwei unterschiedlichen Zementen mit oder ohne Flugaschezugabe zusammengesetzt ist, kann ebenfalls von Gl. (3.6a) ausgegangen werden. Entsprechendes gilt für Kompositzemente. Die Wärmefreisetzung von Silicastaub kann näherungsweise jener eines CEM I gleichgesetzt werden.

Tab. 3.1: Spezifische Hydratationswärmen Q_i der Klinkerphasen und Zusatzstoffe (Richtwerte)

Tab. 3.2: Specific heats of hydration Q_i of klinker-phases and additives (nominal values)

	Q_{C_3S}	Q_{C_2S}	Q_{C_3A}	Q_{C_4AF}
Q_i [kJ/kg]	500	250	1340	420
	$Q_{\text{fr.CaO}}$	$Q_{\text{fr.MgO}}$	Q_{SL}	Q_{FA}
Q_i [kJ/kg]	1150	840	290	35

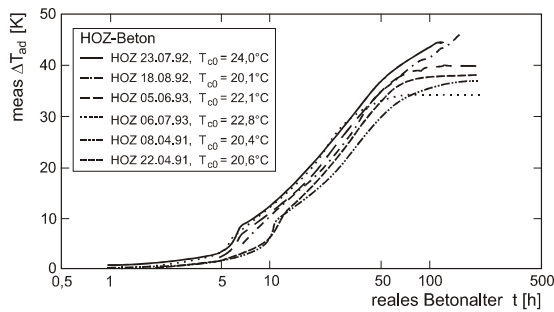


Bild 3.4: Adiabatische Temperaturerhöhung in Abhängigkeit vom Alter und von der Frischbetontemperatur, HOZ-Beton

Fig. 3.4: Adiabatic temperature rise dependent on age and fresh concrete temperature, GBFS-PC concrete

Mit der maximalen Wärmefreisetzung Q_{pot} nach Gl. (3.6a) kann nun der Grenzwert $\max \Delta T_{\text{ad}}$ mit Gl. (3.3) bestimmt werden:

$$\max \Delta T_{\text{ad}} = \frac{Q_{\text{pot}}}{c_c \rho_c} \quad (3.7)$$

Es muss darauf hingewiesen werden, dass die so berechneten Werte von Q_{pot} und $\max \Delta T_{\text{ad}}$ mit gewissen Unschärfen behaftet sind.

3.5 Experimentelle Bestimmung des Hydratationsgrads und Modell

3.5.1 Hydratationsgrad auf Basis des Kalorimeterversuchs und im Bauteil

Mit dem Messergebnis des adiabatischen Kalorimeterversuchs kann mit den Gln. (3.2) und (3.7) sowie mit Abschnitt 3.4 der Hydratationsgrad bestimmt werden:

$$\alpha(\Delta T_{\text{ad}}(t)) = \frac{\Delta T_{\text{ad}}(t)}{\max \Delta T_{\text{ad}}} \quad (3.8)$$

Der so bestimmte Hydratationsgrad stellt die spezielle Masterkurve der adiabatischen Erhärtung dar, die bestenfalls für den Kern sehr massiger Bauteile zutrifft. Der Hydratationsgrad wird im Bauteil orts- und zeitveränderlich sein. Dies gilt auch für den lokalen Temperaturpfad $T_j(t)$, weil $T_j(t) \neq T_{c0} + \Delta T_{\text{ad}}(t)$ (mit $j = x, y, z$). Die Berechnung der Felder der Bauteiltemperatur, des Hydratationsgrads etc. im Bauteil erfordert deshalb die Transformation der Masterkurve $\alpha(\Delta T_{\text{ad}}(t))$ in den lokalen Hydratationsgrad $\alpha(T_j(t))$.

3.5.2 Alterstransformation

In Bild 3.5 ist die Transformation der adiabatischen Masterkurve in das Bauteil schematisch dargestellt. Für die Transformation benötigt man eine Reifefunktion des sogenannten wirksamen Alters t_e . Das wirksame Alter t_e kennzeichnet jene Altersspanne, während der sich bei $T = 20^\circ\text{C} = \text{konst.}$ der gleiche Hydratationsgrad wie unter der beliebigen Temperaturgeschichte $T_j(t)$ einstellt:

$$\alpha_{\text{ad}}(T_{c0} + \Delta T_{\text{ad}}(t)) \equiv \alpha(20^\circ\text{C}; t_e) \equiv \alpha(T_j(t)) \quad (3.9)$$

Für die Alterstransformation wird hier die Reifefunktion nach F. HANSEN/PEDERSEN angewandt [38]. Diese beschreibt die Beschleunigung der Hydratation durch erhöhte Temperatur zutreffender als die Funktion nach SAUL-NURSE. Es gelte also:

$$t_{e,j} = \int_0^t \exp \frac{E_A}{R} \left[\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T_j(t')} \right] dt' \quad (3.10)$$

mit

$T_j(t')$ als Betontemperatur in $^\circ\text{C}$ am Bauteilort j ,
 R der universelle Gaskonstante, $R = 8,315$ [J/mol K]
 E_A der Aktivierungsenergie in [J/mol] und
 E_A/R als Verhältnis in [K].

In Bild 3.6 sind für die PZ-Betone von Bild 3.3 die „gemessenen“ Hydratationsgrade $\text{meas } \alpha$ abhängig vom wirksamen Alter aufgetragen, die sich nur in der Frischbetontemperatur voneinander unterscheiden. Die Theorie erfordert, dass alle Werte (α , t_e) zur Deckung gebracht werden. Neben der erwähnten Unschärfe von $\max \Delta T_{\text{ad}}$ sind auch Mischungsstreuungen und Messfehler unvermeidlich. Schließlich wird vermutet, dass die Aktivierungsenergie E_A bei $T > 20^\circ\text{C}$ auch temperaturabhängig ist [42].

Die Gl. (3.10) beruht auf der Gleichung der Reaktionskinetik nach ARRHENIUS. Bezüglich der Herleitung der Gl. (3.10) wird z.B. auf [35], [42] verwiesen. Um die Hydratation in Gang zu bringen, ist die Aktivierungsenergie zur Überwindung der Aktivierungsbarriere erforderlich. Die Aktivierungsenergie hängt sowohl von der chemischen Zusammensetzung und Kornverteilung den Bindemittelkomponenten (Reaktivität) als auch von der Temperatur bzw. vom Hydratationsgrad ab [118 - 120]. Sie ist umso geringer, je reaktiver das Bindemittel und je höher die Prozesstemperatur der Hydratation ist (z.B. bei hohem PZ-Klinkeranteil im Gesamtbindemittel). Bei Verwendung eines CEM I wird über E_A/R üblicher wie folgt verfügt:

$$\frac{E_A}{R} = 4030 = \text{konst.} \quad \text{für } T \geq 20^\circ\text{C} \quad (3.11)$$

bzw.

$$\frac{E_A}{R} = 4030 + 177 \cdot (20 - T) \quad \text{für } T < 20^\circ\text{C} . \quad (3.12)$$

Bei Verwendung von Portlandhütten- und Hochofenzementen sind bei $T \geq 20^\circ\text{C}$ höhere Werte E_A/R anzusetzen. In [42] wird - ausgehend von [115] und [116] - empfohlen, das Verhältnis E_A/R vom PZ-Klinkergehalt im hüttensandhaltigen Zement abhängig zu machen:

$$\frac{E_A}{R} \approx 5050 \cdot c_{s\ell} - 2950 \quad (3.13)$$

Der Beiwert $c_{s\ell}$ nimmt mit den Hüttensandanteil zu, s. Tab. 3.2.

Wie die Aktivierungsenergie bei Bindemittelgemischen aus CEM I oder CEM III/A und Flugasche oder CEM I und CEM III/B abzuschätzen ist, weiß man nicht. Die Reaktivität von Flugasche kann sehr unterschiedlich sein, je nach Glasgehalt und Feinheit. Weil sie aber langsamer als Hüttensand reagiert, ist es vertretbar, ihren Einfluss auf E_A/R außeracht zu lassen. Das Verhältnis E_A/R wirkt sich über das wirksame Alter auf den Hydratationsgrad und die mit letzterem beschriebenen Betoneigenschaften aus. Hohe Werte E_A/R erhöhen rechnerisch das wirksame Alter t_e . Damit werden alle Größen wie $T(t)$, f_{ct} etc. auf der t_e -Strecke gleich verschoben. Damit ist eine gewisse Unschärfe in angenommenen Verhältnis E_A/R von geringer Auswirkung.

Tab. 3.2: Faktor $c_{s\ell}$ abhängig von PZ-Klinkeranteil des Zements zur Abschätzung der Aktivierungsenergie

Tab. 3.2: Factor $c_{s\ell}$ dependent on clinker content of cement for the estimation of activation energy

PZ-Klinkergehalt in M-% von C	$c_{s\ell}$ [-]	ungefähre Zuordnung zu DIN 1164-1
80 - 94	1,3	CEM II/A-S
64 - 80	1,4	CEM II/B-S
35 - 64	1,5	CEM III/A
20 - 34	1,6	CEM III/B

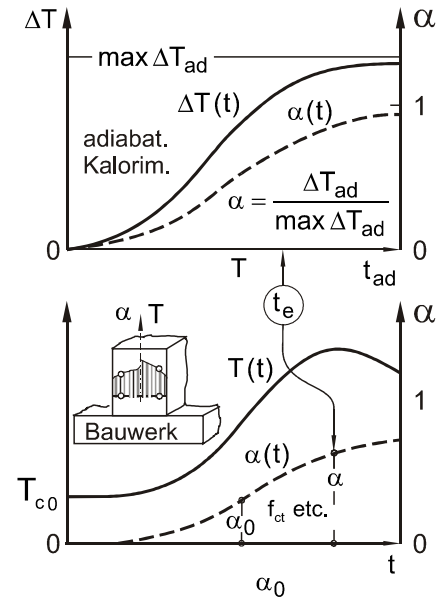


Bild 3.5: Transformation des adiabatischen Hydratationsgrads in jedem Bauteil

Fig. 3.5: Transformation of adiabatic degree of hydration into that in structure

3.5.3 Hydratationsgradmodell

Für die Modellierung des Hydratationsgrads hat sich der Ansatz nach JONASSON [51] bewährt:

$$\alpha(t_e) = \exp \left(- \left[\ln \left(1 + \frac{t_e}{t_k} \right) \right]^{c_1} \right) \quad (3.14)$$

Hierin bedeuten t_e [h] wirksames Alter; t_k [h] und c_1 [-] sind Formparameter, die durch Regression des „gemessenen“ Hydratationsgrads - aufgetragen über das wirksame Alter - zu berechnen sind (s. z.B. Bild 3.6).

3.6 Modell der Wärmequellenfunktion

Mit der Modellierung des Hydratationsgrads mit Gl. (3.2) und der Bestimmung der maximal freisetzbaren Hydrationswärme mit Gl. (3.6) kann schließlich die Wärmequelle in der FOURIERSCHEN Differentialgleichung, der Wärmeleitung am beliebigen Ort j abgeleitet werden:

$$q(T(t)) = \frac{dQ}{dt} = Q_{\text{pot}} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = Q_{\text{pot}} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_e} \cdot \frac{\partial t_e}{\partial t} \quad (3.15)$$

mit, q als Wärmequelle in $[\text{kJ}/(\text{m}^3\text{h})]$ und t , t_e in [h]. Hat man das Feld der Bauteiltemperatur $T_j(t)$ bestimmt, so kann man das Feld des Hydratationsgrads $\alpha_j(t)$ berechnen. Die mechanischen Eigenschaften des Betons

sind Funktionen des Hydratationsgrads [15, 84]. Hierzu folgt später mehr.

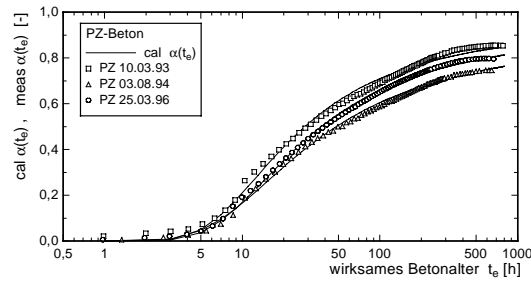


Bild 3.6: Gemessener Hydratationsgrad über dem wirksamen Betonalter und Modellierung (Linnien) für die PZ-Betone von Bild 3.3

Fig. 3.6: Measured degree of hydration vs. effective age and model lines for the PC-Concrete of Fig. 3.3

3.7 Anhaltswerte zur Abschätzung der Wärmefreisetzung und des Hydratationsgrads

3.7.1 Vorbemerkungen

Die Anwendung der Beziehungen der Abschnitt 3.4 und 3.5 setzt folgende Kenntnisse voraus: Chemische Analyse der Bindemittelkomponenten, Betonzusammensetzung und Frischbetontemperatur sowie das Messergebnis der adiabatischen Wärmefreisetzung des Betons. Während solche Messergebnisse in der Ausführungsphase ggf. vorliegen, wird dies bei der Vorplanung und Angebotsbearbeitung nicht sein. Aus diesem Grund werden hierfür einige Hilfsmittel zur Verfügung gestellt.

3.7.2 Anhaltswerte der Hydratationswärme von Zementen und Beton

Die Tab. 3.3 enthält Anhaltswerte der maximalen Wärmefreisetzung von Normzementen nach [62] sowie aufgrund eigener Auswertungen von Zementanalysen. Die Werte gelten für vollständige Erhärtung. Die R-Zemente - mit höherer Anfangsfestigkeit - setzen in den ersten Tagen und insgesamt mehr Wärme frei als die langsam erhärtenden Zemente. Die Wärmefreisetzung nimmt mit der Zementfestigkeitsklasse zu. Angaben zur zeitlichen Entwicklung der Wärmefreisetzung von Normzeiten sind in [114] nachzulesen. Die Bandbreiten sind Folge der Schwankungen der chemischen Zusammensetzung des PZ-Klinkers und Hüttensandes sowie des Hüttensandanteiles. Mit dem Anhaltswert einer Zementart kann nach Festlegung der Zementmenge C die Wärmefreisetzung des Betons entsprechend Gl. (3.6a) und Tabelle 3.2 abgeschätzt werden:

$$Q_{\text{pot}} = C \cdot Q_{\text{Csp}} + FA \cdot Q_{\text{FA}} \quad (3.16)$$

Tab. 3.3: Anhaltswerte für die spezifische Wärmemenge Q_{Csp} von Zementen

Tab. 3.3: Approximate values of specific heats Q_{Csp} of cements

nach Locher [Zementtaschenbuch 1984]	
Zementart	spezifische Wärmemenge max Q_{Csp} [J/g]
CEM I	375 – 525
EPZ, HOZ	355 – 440
TrZ	315 – 420
Tonerdezement	545 – 585
Auswertung von stichprobenartigen Zementanalysen von Zementwerken	
Zementart	spezifische Wärmemenge max Q_{Csp} [J/g]
CEM I	400 – 530
CEM II/B-S	440 – 460
CEM III/A	365 – 415
CEM III/B	355 – 365

Für eine bestimmte Zementart/-festigkeitsklasse eines Herstellers sind von diesem im allgemeinen die Monats- und Jahresmittelwerte der Klinker- und Zementanalysen erhältlich. Damit kann man mit den Gl. (3.5) bis (3.6b) die Wärmefreisetzung des Gesamtbindemittels bzw. Betons berechnen.

3.7.3 Anhaltswerte des adiabatischen Temperaturanstiegs

Die japanische Stahlbetonnorm [50] enthält für die Phasen Vorplanung und Angebotsbearbeitung Ansätze zur Abschätzung der maximalen Temperaturerhöhung $\max \Delta T_{\text{ad}}$ und des zeitlichen Temperaturanstiegs $\Delta T_{\text{ad}}(t)$ unter adiabatischer Bedingung in folgender Form:

$$\max \Delta T_{\text{ad}} = C \cdot a(T_{\text{c0}}) + b(T_{\text{c0}}) \quad [\text{K}]. \quad (3.17)$$

$$\Delta T_{\text{ad}}(t) = \max \Delta T_{\text{ad}} \cdot (1 - e^{-rt}) \quad [\text{K}]. \quad (3.18)$$

Hierin sind: C, Zementgehalt in kg/m^3 ; a der von Zementart und Frischbetontemperatur abhängiger Faktor in $\text{K m}^3 \text{kg}^{-1}$; b der von Zementart und der Frischbetontemperatur T_{c0} abhängiger Faktor in K. Der Faktor r ist wie folgt definiert:

$$r = C \cdot g(T_{\text{c0}}) + h(T_{\text{c0}}) \quad [\text{h}^{-1}]. \quad (3.19)$$

Hierin sind: g , von der Zementart und Frischbetontemperatur abhängiger Faktor in $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{h}^{-1}$ und h , bei gleicher Abhängigkeit in h^{-1} ; t , Alter in h .

In Tab. 3.4 sind die Faktoren a , b , g und h für japanische Normzemente abhängig von der Frischbetontemperatur aufgeführt. Eine ungefähre Zuordnung zu deutschen Zementen wird vorgenommen.

Nach eigenen Auswertungen von Zementanalysen und adiabatischen Versuchen kann die maximale Temperaturerhöhung von Betonen mit CEM I, II und III i.M. wie folgt angenähert werden:

$$\max \Delta T_{\text{ad}} = C[0,1773 - 0,06307 m_{\text{SL}}] \quad (3.20)$$

mit $m_{\text{SL}} = \text{SL}/C$.

Der Einfluss der Frischbetontemperatur ist in Gl. (3.20) nur verschmiert erfasst. Die Frischbetontemperatur T_{c0} bewegte sich in den Versuchen zwischen 10°C bis 25°C . In Bild 3.7 wird ein Vergleich zwischen den unterschiedlichen Methoden zur Eingrenzung von $\max \Delta T_{\text{ad}}$ für einen CEM III/A mit einem Hüttensandanteil von $m_{\text{SL}} = 45\%$ gezogen. Die Werte von Tab. 3.4 und nach Gl. (3.20) werden herangezogen. Aber auch die Anhaltswerte von Tabelle 3.1 können mit

$$\max \Delta T_{\text{ad}} = \frac{C \cdot Q_{\text{Csp}}}{c_c \cdot \rho_c} \quad (3.21)$$

zum Vergleich genutzt werden. Zur Auswertung von Gl. (3.21) wird angenommen: $c_c = 1,08 \text{ kJ/kgK}$ und $\rho_c = 2330 \text{ kg/m}^3$. Der obere Rand des angelegten Bereichs gilt für den höheren Wert $Q_{\text{Csp}} = 415 \text{ kJ/kg}$ von Tabelle 3.1 und der untere Rand für den niedrigeren Wert von 365 kJ/kg .

3.7.4 Rechenwerte zur Beschreibung des Hydratationsgrads

3.7.4.1 Rechenwerte nach Versuchen am IBMB

Am IBMB sind umfangreiche Kalorimeterversuche an PZ-Beton (270 kg CEM I/m^3 und 60 kg FA/m^3) sowie an HOZ-Betonen (330 bis $395 \text{ kg CEM III/B NWHS/m}^3$) durchgeführt worden. Die Bilder 3.8 und 3.9 zeigen die Abhängigkeit der Parameter c_1 und t_k des Hydratationsgrads von der Frischbetontemperatur ([35], [61], s. Anlage 1). Zahlreiche weitere Ergebnisse sind [126] zu entnehmen.

Die Parameter c_1 und t_k werden nicht nur von der Bindemittelart und Frischbetontemperatur beeinflusst. Die Bilder 3.10 und 3.11 zeigen weitere Abhängigkeiten für den o.g. PZ-Beton ($10^\circ\text{C} \leq T_{\text{c0}} \leq 25,9^\circ\text{C}$). Mit steigendem Gehalt an CEM I nimmt t_k zu und c_1 ab, Bild 3.11. In Bild 3.12 ist diese Veränderung prozentual über den

praxisrelevanten Bereich der Zementdosierung aufgetragen.

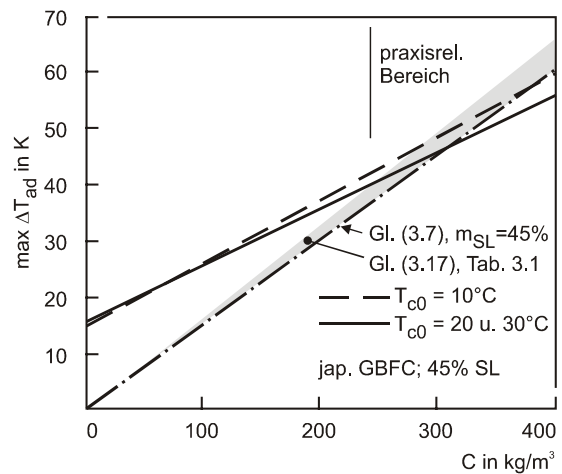


Bild 3.7: Rechenwerte von $\max \Delta T_{\text{ad}}$ für einen Hochofenzement entsprechend einem CEM III/A nach unterschiedlichen Verfahren

Fig. 3.7: Nominal values of $\max \Delta T_{\text{ad}}$ for a GBFSC corresponding to CEM III/A determined by different methods

3.7.4.2 Rechenwerte nach japanischer Norm

Die japanische Norm [49], [50] gibt mit den Gln.(3.17) bis (3.19) einen überschlägigen Ansatz zur Beschreibung des Hydratationsgrads im adiabatischen Kalorimeterversuch. Dieser lautet

$$\alpha(\Delta T_{\text{ad}}(t), T_{\text{c0}}) = 1 - e^{-rt} \quad (3.22)$$

mit: t , reales Alter im Kalorimeterversuch in $[\text{h}]$, und r , Faktor nach Gl. (3.19). Wegen

$$\frac{\Delta T_{\text{ad}}(t)}{\max \Delta T_{\text{ad}}} = \alpha(\Delta T_{\text{ad}}(t), T_{\text{c0}}) \quad (3.23)$$

Tab. 3.4: Anhaltswerte für die adiabatische Temperaturerhöhung nach japanischer Stahlbetonnorm

Tab. 3.4: Nominal values of adiabatic temperature rise according to Japanese reinforced concrete standard

			Faktoren für			
Japan. Zement			max ΔT _{ad}		ΔT _{ad} (t)	
nach J/S - R -Norm	Zuordnung	T _{c0} [°C]	a [Km ³ /kg]	b [K]	g [m ³ /kg h]	h [1/h]
Portland Cement (-R5210)	CEM I	10	0,12	11	0,0015	0,135
		20	0,11	13	0,0038	-0,036
		30	0,11	12	0,0010	0,337
Moderate Heat	CEM I NW	10	0,11	6	0,0003	0,303
Portland Cement (-R5210)		20	0,10	9	0,0015	0,279
		30	0,11	9	0,0021	0,299
Portland Fly Ash	FAZ	10	0,15	-3	0,0007	0,141
Cement Type B		20	0,12	8	0,0028	0,143
FA/C = 0,25 (-R5211)		30	0,11	11	0,0030	0,059
Portland Blast	CEM III/A	10	0,11	14	0,0014	0,073
Furnace Slag C.B		20	0,10	15	0,0025	0,207
SL/C = 0,45 (-R5212)		30	0,10	15	0,0035	0,332
High-Early Strength	CEM I R	10	0,13	15	0,0016	0,478
Portland Cement (-R5210)		20	0,13	12	0,0025	0,650
		30	0,13	10	0,0014	1,720

ist - nach Schätzung von max ΔT_{ad} nach Abschnitt 3.7.3 - der altersabhängige Verlauf der adiabatischen Temperaturerhöhung bestimmbar. Weiterhin ist

$$t_e = \int_0^t \exp \frac{E_A}{R} \cdot \left[\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T_{co} + \max \Delta T_{ad} (1 - \exp^{-rt'})} \right] dt' \quad (3.24)$$

Die Gl. (3.24) kann mit Gl. (3.17) in Tab 3.1 für eine gewählte Frischbetontemperatur und einem gewählten Zement (Art und Menge) ausgewertet werden.

Zur Temperaturfeldberechnung benötigt man die Wärmequelle, Gl. (3.22), die über den Hydratationsgrad $\alpha(t_e)$, Gl. (3.10) ausgedrückt wird. Damit wird der „adiabatische“ Hydratationsgrad, Gl. (3.22), in den vom wirksamen Alter t_e , Gl. (3.10) abhängigen Wert $\alpha(t_e)$ transformiert. Hierfür wird die Gl. (3.10) in der hier zu-treffenden Form angeschrieben.

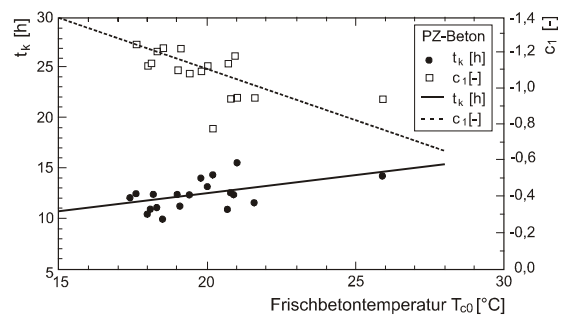


Bild 3.8: Anhaltswerte der Parameter c_1 und t_k des Hydratationsgrads nach Gl. (3.14) für den PZ-Beton CO1 abhängig von der Frischbetontemperatur

Fig. 3.8: Nominal values of parameters c_1 and t_k for OPC-concrete CO1 dependent on temperature of fresh concrete.

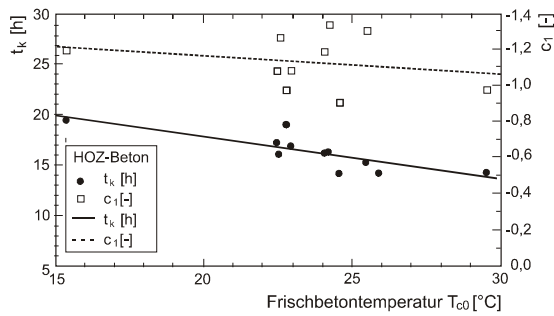


Bild 3.9: Anhaltswerte der Parameter c_1 und t_k des Hydrationsgrads für den HOZ-Beton abhängig von der Frischbetontemperatur

Fig. 3.9: Nominal values of parameters c_1 and t_k of degree of hydration for GBFS-PC-concrete dependent on temperature of fresh concrete]

Tab. 3.5: Anhaltswerte für die Parameter c_1 und t_k von Gl. (3.14) [35]

Tab. 3.5: Nominal values for the parameter c_1 and t_k of Eq.(3.14) [35]

	Wert	c_1 [-]	t_k [h]
CEM I 32,5 R	Spannweite	-0,94 -1,25	9,95 15,48
PZ-Beton	Mittelwert	-1,13	12,05
	Streuung	0,18	1,45
CEM III/B 32,5	Spannweite	-0,97 -1,34	14,2 19,02
NW HS	Mittelwert	-1,15	16,28
HOZ-Beton	Streuung	0,17	1,49
CEM I 42,5 R	Spannweite	-1,42 -1,57	8,75 10,41

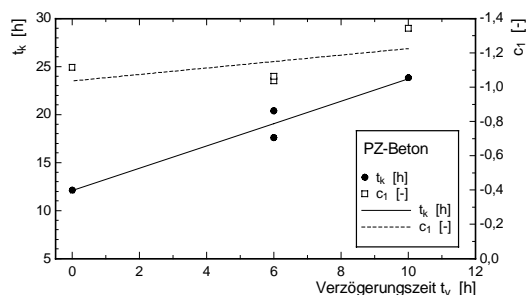


Bild 3.10: Einfluss der Zugabe von Verzögerern auf die Parameter c_1 und t_k bei Verwendung von CEM I 32.5 R

Fig. 3.10: Influence of retarders on the parameter c_1 and t_k for OPC-concrete with CEM I 32.5

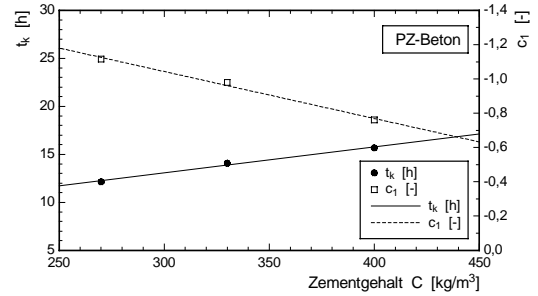


Bild 3.11: Einfluss des Zementgehaltes auf c_1 und t_k bei Verwendung von CEM I 32,5 R

Fig. 3.11: Influence of content C of CEM I 32.5 on parameters c_1 and t_k

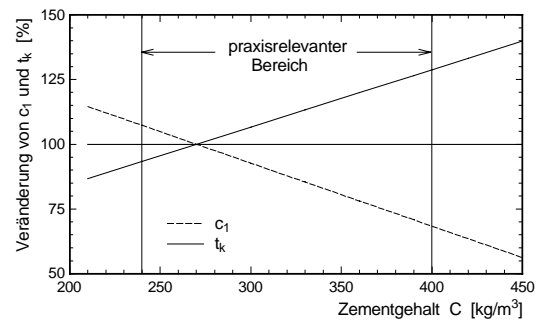


Bild 3.12: Veränderung der Parameter c_1 und t_k in Abhängigkeit des Gehaltes an CEM I

Fig. 3.12: Variation of parameters c_1 and t_k on content C of CEM I 32.5

3.8 Zusammenfassung

Wesentliche Zustandsgröße der Betonerhärtung ist der Hydrationsgrad α . Dieser wird als Verhältnis zwischen der bis zu einem bestimmten Alter t_e freigesetzten Wärme Q zum theoretisch freisetzbaren Wärmepotential Q_{pot} definiert. Bei niedrigem Wasserbindemittel, so z.B. bei HPC- und HSC-Betonen, kann nur ein Teil von Q_{pot} freigesetzt werden. Die experimentellen und rechnerischen Ansätze zur Bestimmung der Wärmefreisetzung und des Hydrationsgrads bei bekannter chemischer Zusammensetzung des Gesamtbindemittels und bei Vorliegen von Wärmefreisetzungsversuchen werden vorgestellt.

Im Zuge der Vorplanung und Angebotsbearbeitung ist der zur Ausführung kommende Beton etc. im allgemeinen noch unbekannt. Für diese Phase werden Hilfsmittel zur Abschätzung von Q_{pot} und α angeboten. Sie sind i.d.R. mit Unsicherheiten verbunden.

4. Mechanisches Verhalten jungen Betons und Modelle

4.1 Wichtige Eigenschaften, Vorgehen

Die Zeitabschnitte für das Mischen, Fördern und den Einbau des Frischbetons liegen in der Ruhephase der Erhärtung. Gleitend aus ihr heraus bilden sich die Eigenschaften des Festbetons. Zahlreiche Faktoren beeinflussen das Ansteifen, Erstarren und Erhärten. Der Übergang vom Zustand einer Flüssigkeit zum Festkörper vollzieht sich allmählich. Viele Versuche zeigen, dass alle mechanischen, thermischen und hygrischen Betoneigenschaften vom Hydratationsgrad, dem universellen Zustandsparameter der Erhärtung, gesteuert werden. In diesem Abschnitt werden aufbauend auf den Stoffmodellen der Erhärtung folgende Betoneigenschaften behandelt:

- Zugelastizitätsmodul, zentrische Zug- und Druckfestigkeit,
- Spannungs-Dehnungslinien für Zug und Druck,
- Zugkriechen und –relaxation,
- Wärmedehnzahl,
- autogenes Schwinden.

Diese Eigenschaften jungen Betons können streng genommen nur über Versuche modelliert werden, auf die notwendigen Versuche wird knapp eingegangen. Die Betoneigenschaften werden als Stoffmodelle abgebildet. Die Bestimmung der Wärmedehnzahl erfolgt im Abschnitt 5. Für die Phasen Vorplanung/ Angebotsbearbeitung werden Hilfsmittel bereit gestellt.

4.2 Arten und Durchführung von Versuchen zur Beschreibung des Stoffverhaltens

4.2.1 Verknüpfung von Versuchsergebnissen

Die Versuche zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens jungen Betons sind in der Regel keine Versuche nach Regelwerk. Schon aus Kostengründen ist jedoch zu prüfen, ob die Ergebnisse von Prüfungen nach Regelwerk genutzt werden können. Welche Versuche erforderlich sind, ist aus Bild 2.2 abzulesen.

Die Betone für massige Bauteile sind fast immer B II-Betone, zumal zusätzlich zur Betondruckfestigkeit oft besondere Anforderungen an die Frisch- und Festbetoneigenschaften gestellt werden (s. DIN 1045, 6.5.7; ZTV-K und andere Regelwerke). Diese Tatsache zieht Eignungs-, Erhärtungs- und Güteprüfungen im Rahmen des QS-Konzepts des Betonherstellers und -verarbeiters nach Regelwerken nach sich. Die Ergeb-

nisse dieser Prüfungen können Eingang in die Stoffgesetze finden, sofern das Temperaturregime der versiegelten Probekörper exakt definiert ist. Diese Aussage gilt auch für Betonversuche in-situ an bauteilähnlichen Blöcken bei realistischer Nachbehandlung und für aus dem Block gezogene Kerne.

4.2.2 Temperaturbedingungen in Versuchen

Das Trocknungsschwinden massiger Bauteile wird sich in den ersten Wochen nach dem Ausschalen auf eine Randschicht ungefähr gleich der Betondeckung beschränken (autogenes Schwinden findet auch im versiegelten Beton statt). Aus diesem Grund sind die Probekörper versiegelt zu lagern (in Kunststoffschalung oder in Folie verpackt). Diese Forderung und die definierte Temperaturbehandlung der Probekörper bis zur Prüfung kann durch Lagerung in einem temperaturregelten Wasserbad erfüllt werden, wobei das Wasser den Beton nicht berühren darf (Vermeiden von Wasseraufsaugen). Entsprechende Bedingungen gelten auch während der Prüfdauer von Langzeitversuchen.

Mit Abschnitt 3 liegt das Stoffmodell des Hydratationsgrads $\alpha(t_e)$, Gl. (3.14) vor. Zur Feststellung der Abhängigkeit einer mechanischen Betoneigenschaft vom Hydratationsgrad bzw. wirksamen Alter ist es notwendig, die Probekörper (aus einer Betonmischung!) bei unterschiedlichen Temperaturen zu lagern. Bild 4.1 zeigt ein Beispiel. Hierbei wurden zwei isotherme Temperaturen T_1 und T_2 und ein bauteilgemäßer, realistischer Temperaturpfad $T_3(t)$ gewählt. Über das wirksamen Alter t_{ei} eines bestimmten Prüfzeitpunkts t_i erhält man den zugehörigen Hydratationsgrad α_i . Die Prüfergebnisse werden abhängig vom Hydratationsgrad aufgetragen. Damit können die Parameter der Stoffgesetze bestimmt werden.

Die Frischbetontemperatur T_{c0} stellt eine wesentliche Einflussgröße der Betonerhärtung dar. Sie sollte in den Versuchen entsprechend den Witterungsbedingungen der künftigen Betonage gewählt und variiert werden. Transportbetonwerke verfügen in der Regel über langzeitige Aufschriebe der Luft- und Frischbetontemperatur, aus denen die mittlere Zielgröße der Frischbetontemperatur einschließlich deren Schwankungsbreite festgelegt werden kann. Bei Kenntnis der Temperaturen der Betonkomponenten kann die Frischbetontemperatur mit Gl. (4.1)

$$T_{c0} = \frac{A \cdot c_A \cdot T_A + C \cdot c_C \cdot T_C + W \cdot c_W \cdot T_W + FA \cdot c_{FA} \cdot T_{FA}}{A \cdot c_A + C \cdot c_C + W \cdot c_W + FA \cdot c_{FA}} \quad (4.1)$$

bestimmt bzw. eingestellt werden. Die Stoffgrößen von Gl. (4.1) sind in Abschnitt 3.4.2 bereits behandelt worden. Etwaige Zusatzmaßnahmen, mit denen die Frischbetontemperatur beeinflusst werden kann, werden von

Gl. (4.1) nicht erfasst (z.B. teilweiser Ersatz des Anmachwassers durch Scherbenes; Einblasen von Stickstoffgas etc.). Bezüglich solcher Zusatzmaßnahmen s. [117]. Neben dem Kühlen des Frischbetons kann auch ggf. dessen Erwärmung notwendig werden. Näheres zur Frischbetontemperatur ist Abschnitt 5.3.5 zu entnehmen.

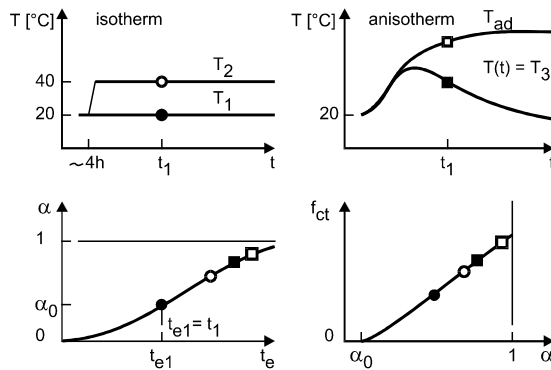


Bild 4.1: Temperaturbedingungen für Betonversuche im frühen Alter (Beispiel)

Fig 4.1: Temperature conditions for concrete tests at early age (example)

4.2.3 Untersuchung der Kurzzeiteigenschaften

Probekörper, Prüfungen und Messtechnik

Die Prüfung der axialen **Zugfestigkeit** kann an Zylindern ($d = 80 - 100 \text{ mm}$; $h \geq 2 d$) oder an Prismen erfolgen. Zur Herstellung sind Kunststoff- oder Stahlschalungen geeignet. Details zur Krafteinleitung sind [35] zu entnehmen. Die Prüfung erfolgt mit einer konstanten Dehngeschwindigkeit von z.B. 2 ‰/h . Mit entsprechender Messtechnik kann der Zugelastizitätsmodul bestimmt werden.

Die Messung der gesamten **Spannungs-Dehnungslinie** bei axialem Zug erfolgt meist an Prismen. Diese sind auf halber Länge beidseitig gekerbt, um die Rissprozesszone und den Versagensort zu lokalisieren. Die Dehnungsmessung erfolgt im Kerbquerschnitt und außerhalb.

Die Prüfung der **Spaltzugfestigkeit** als Ersatz der zentrischen Zugfestigkeit und die daran anschließende „Berechnung“ der zentrischen Zugfestigkeit ist möglich aber unscharf.

Die Prüfung der **Zylinder- oder Prismendruckfestigkeit** kann entsprechend erfolgen. Die Prüfung kann auch an Zylindern $d/h = 15/30 \text{ cm}$ sowie an 15 cm - und 20 cm -Würfeln, sofern die frühen Werte der Würfel-

druckfestigkeit parallelen Zylinderdruckfestigkeiten gegenüber gestellt werden können. Die Prüfung der σ - ϵ -Linie für zentrischen Druck kann entfallen.

Temperaturbedingungen und Prüftermine

Die Prüfung der Kurzzeiteigenschaften erfolgt bevorzugt bei isothermischen Bedingungen. Es kann aber den Probekörpern auch eine realistische Temperaturgeschichte $T(t)$ aufgeprägt werden. Die Prüftermine sind so zu wählen, dass die jeweiligen wirksamen Alter bzw. Hydratationsgrade den Zeitbereich der späteren Berechnung der Bauteiltemperatur u.a.m. überspannen. Besonders wichtig ist das frühe Alter, 18 bis 24 h. Höhere Prüfalter als 28 d müssen i.d.R. nicht betrachtet werden. Mindestens 3 bis 5 Versuche je Termin sind erforderlich. Der Gütenachweis muss gemäß Regelwerk geführt werden.

4.2.4 Untersuchung der Langzeiteigenschaften

4.2.4.1 Vorbemerkungen

Hierbei sind - neben dem Zugtragvermögen - das Kriechen und die Relaxation des jungen Betons in Abhängigkeit des Hydratationsgrades anzusprechen, die bei der Berechnung thermischer Spannungen eine bedeutende Rolle spielen. Kriech- und Relaxationsversuche werden oft mit der Bestimmung der Restzugfestigkeit beendet. Zwängungsversuche sind im Prinzip Relaxationsversuche. Hierbei wird die freie, zeitveränderliche Längsverformung $\Delta l_{0m}(t)$ mehr oder minder behindert.

Kriech- und Relaxationsversuche bei zentrischem Zug sind aufwendig. Aus diesem Grund wird häufig auf die Beanspruchung mit zentrischem Druck ausgewichen. Dabei setzt man voraus, dass die Kriech- und Relaxationsfunktion vom Vorzeichen der Spannung unabhängig sind.

4.2.4.2 Versuchseinrichtungen und Messtechnik am iBMB

Die Versuchseinrichtungen und Messtechnik für Kriech- und Relaxationsversuche am iBMB sind in [35] ausführlich behandelt worden. Bild 4.2 zeigt die Versuchsanordnung. Man spricht von einer TSTM (Temperature Stress Testing Machine). Am unbelasteten Kompensationskörper KK (hier nicht dargestellt) wird die lastunabhängige Dehnung $\epsilon_0(t)$ (infolge von $\Delta T(t)$ bzw. des autogenes Schwindens $\Delta \epsilon_{as}(T(t))$ gemessen. Diese wird zur Bestimmung der Kriechdehnung oder zur Regelung des Relaxationsversuches benötigt. Über vom geregelten Wasserkreislauf durchflossene Schalungen können den Probekörpern beliebige Temperaturgeschichten ($T = \text{konst.}$ oder $T(t)$) aufgeprägt werden [61], [35], [75].

Die Dehnungsmessung erfolgt im Mittenbereich des Probekörpers, der dort den ungekerbten Querschnitt von 16 x 16 cm besitzt, mit Glasdehnelementen. Mit der TSTM sind ein- oder mehrstufige Kriech- und Relaxationsversuche, stetige Spannungs- oder Dehnungsgeschichten etc. möglich. Darüber hinaus sind einstufige Versuche in stehenden Prüfraumen möglich, bei denen die Prüfkraft über Lasthebel aufgebracht und geregelt wird.

4.2.4.3 Reißrahmenversuch

Der Reißrahmenversuch ist am Baustoffinstitut der TU München entwickelt und für die Forschung und Praxis umfangreich angewandt worden. Zahlreiche Arbeiten berichten über im Reißrahmen gewonnene Resultate. Es kann hier nur auf einige Arbeiten hingewiesen werden (s. z.B. [14, 64, 90]). Der Versuch in starren Reißrahmen ist ein zentrischer Zwangsversuch über mehrere Tage. Hierbei wird die freie axiale Verformung des jungen Betons infolge von Temperatur und autogenem Schwinden partiell behindert. Es entstehen erst Betondruck- und anschließend Zugspannungen, die zum Reißen des prismatischen Probekörpers führen, (s. Bild 7.8).

Der Versuchsaufbau ist in Bild 4.3 dargestellt. Der Reißrahmen ist ein geschlossener Stahlrahmen. In dessen Innenbereich wird der prismatische Versuchskörper hergestellt und über schwalbenschwanzförmige Enden mit den Querhauern gekoppelt. Abhängig u.a. von der Zementart, Betonzusammensetzung, Frischbetontemperatur, Wärmedämmung etc. heizt sich der Versuchskörper zunächst auf: Druckspannungen werden geweckt. Ab der in Bild 7.8 markierten 2. Nullspannungstemperatur schlagen die Druck- in Zugspannungen um. Der Zugbruch wird ggf. durch rasche Abkühlung erzwungen. Die zugehörige Temperatur ist die Risstemperatur. Die 2. Nullspannungstemperatur wird in Verbindung mit der Reißtemperatur als Maßstab der Rissempfindlichkeit des untersuchten Betons angesehen.

Der Reißrahmen hat sich zur vergleichenden Untersuchung der Reißempfindlichkeit unterschiedlich zusammengesetzter Betone in der Praxis bewährt. In diesem Versuch wird die alters- bzw. erhärtungsabhängige Entwicklung des Elastizitätsmoduls, der Zugfestigkeit und Bruchdehnung sowie der Relaxierfähigkeit etc. gemeinsam aber nicht separierbar erfasst. Die Behinderung ist damit ebenfalls zeitveränderlich. Sie ist ohne Zusatzversuche und ohne ein kalibriertes Berechnungsmodell nicht quantifizierbar. Die orts- und zeitvariable Spannungsentwicklung im gezwängten massigen Betonbauteil ist auf diesem Weg schwerlich vorhersagbar.

4.2.4.4 Messung des autogenen Schwindens

Versuche zeigen, dass während der Erhärtung des Betons bei isothermischer Lagerung - trotz Versiegelung - eine nennenswerte lastunabhängige Verformung auftritt. Diese Verformung wird als autogenes Schwinden bezeichnet.

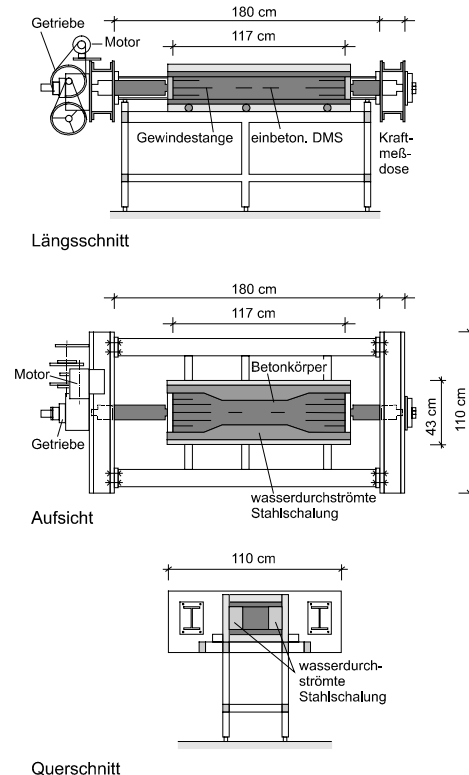


Bild 4.2: Versuchseinrichtung für Kriech- und Relaxationsversuche am iMBB, aus [35]

Fig. 4.2: Set-up for creep and relaxation tests at iMBB [35]

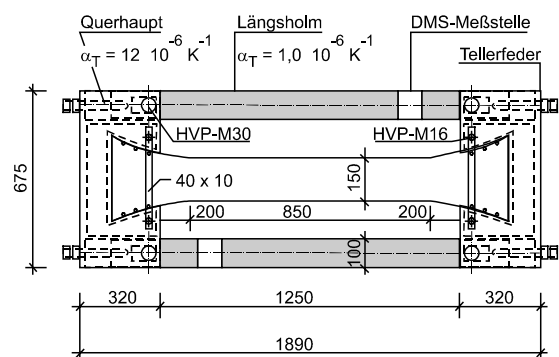


Bild 4.3: Reißrahmen [78]

Fig. 4.3: Cracking frame [78]

Es verursacht bei Verformungsbehinderung Zwangsspannungen. Das autogene Schwinden ist bei

$W/Z < 0,40$ besonders ausgeprägt und kann bei einem Betonalter von rd. 200 h die Zugbruchdehnung erreichen. Ab $W/Z > 0,50$ ist es vernachlässigbar gering. Bei Betonen mit niedrigen W/Z -Werten muss es bei einer Spannungsberechnung berücksichtigt werden. An der Klärung der Ursachen des autogenen Schwindens wird noch gearbeitet, s. u.a. [73], [99], [93], [39], [34], [10].

Das autogene Schwinden wird an prismatischen Beton- oder Mörtelproben gemessen, die in temperierten Schaltungen möglichst reibungsfrei gelagert sein müssen. Die Verformungsmessung kann entweder mit einbetonierten Dehnungsaufnehmern oder äußeren Weggebern erfolgen.

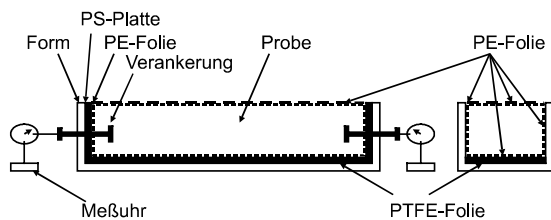


Bild 4.4: Messung des autogenen Schwindens, aus [100]

Fig. 4.4: Measurement of autogenous shrinkage [100]

4.3 Tragverhalten bei zentrischem Zug und Druck bei Kurzzeitbeanspruchung

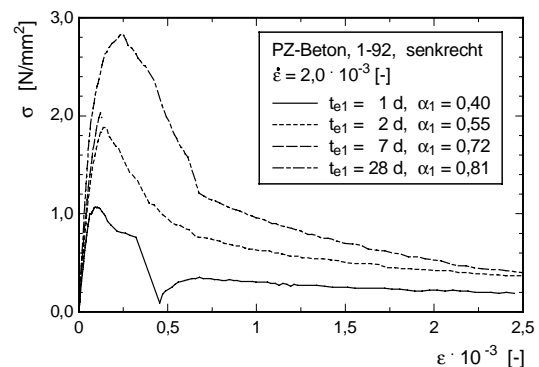
4.3.1 Zugtragverhalten im Versuch

Die Zugtragfähigkeit des Betons endet, sobald dessen Zugdehnfähigkeit erschöpft ist. Beide Eigenschaften spiegeln sich im Spannungs-Dehnungsdiagramm des zentrisch gezogenen Betonkörpers im Kurzzeitversuch wider. Die σ - ϵ -Linie muss als erhärtungsabhängiges Stoffmodell für die Spannungsberechnung bereitgestellt werden. Auf die vielfältigen Parameter des Zugtragverhaltens, der Festigkeitsprüfung etc. wird nicht eingegangen. Es wird auf einige Übersichtsarbeiten verwiesen ([3], [2], [6], [7], [5], [4], [1], [8]).

Im folgenden wird das in Versuchen beobachtete Zugtragverhalten beschrieben. In Bild 4.5 sind σ - ϵ -Linien für mittigen Zug für drei Werte des wirksamen Alters t_{e1} dargestellt [35]. Es wurden gekerbte Prismen aus PZ-Beton nach Bild 4.6 im dehngeregelten Zugversuch geprüft. Der ansteigende Ast folgt bis zu einer Spannung $\sigma = f_{ct}/2$ einer Geraden. Die Steigung dieses linear-elastischen Bereichs ist der Zugelastizitätsmodul E_{ct} . Ab dieser Spannung krümmt die σ - ϵ -Linie von der HOOKE'SCHEN Geraden ab. Das Bild 4.6 dient zusätzlicher Erläuterung. Ab $\sigma > f_{ct}/2$ entstehen im Körper gleichmäßig verteilte Mikrorisse (vornehmlich an Korn-

grenzen), die sich als plastische Rissdehnung äußern. Das Maximum der σ - ϵ -Linie ist die Zugfestigkeit. Eine Werkstofftrennung durch einen Riss ist hierbei noch nicht erfolgt, wohl haben sich die Mikrorisse zu einer Rissprozesszone RPZ verdichtet.

Im fallenden Ast verstärkt sich Rissakkumulation in der RPZ. Ein Trennriss wird ab $\epsilon > \epsilon_{cu}$ sichtbar; seine Breite nimmt mit der Dehnung zu. Es können jedoch über den Riss weiterhin Zugspannungen durch Kornverzahnung etc. transportiert werden. Eine beträchtliche plastische Entfestigung findet statt, ehe es zur Trennung kommt. Für eine verschmierte Stoffbeschreibung im fallenden Ast muss die Verformung über die Länge l_{pr} der RPZ gemessen werden. Die Länge l_{pr} entspricht der Seitenlänge x_{RVE} der repräsentativen Volumeneinheit RVE (s. Abschnitt 7.2.1, [47], [129]). Der Einfluss zunehmender Erhärtung ist deutlich ablesbar. Die Form der σ - ϵ -Linien ist einheitlich, aber betonspezifisch.



KZ-192-S | 28.7.1998

Bild 4.5: Spannungs-Dehnungslinien im zentrischen Zugversuch bei unterschiedlichen Hydratationsgraden (PZ-Beton)

Fig. 4.5: Stress-strain lines in axial tension at different degrees of hydration (OPC concrete CO1)

4.3.2 Festigkeit und Elastizitätsmodul

4.3.2.1 Braunschweiger Stoffmodelle

Stoffgrößen und Hydratationsgrad

Versuche und Erfahrungen belegen, dass die Zug- und Druckfestigkeit sowie der Elastizitätsmodul mit dem Hydratationsgrad stetig zunehmen [61], [35], [23], [18], [15]. In Bild 4.7 bis Bild 4.9 sind diese Abhängigkeiten dargestellt (bezüglich CO1, s. Anlage).

Auf Basis dieser Beobachtungen wurde das Braunschweiger Modell der zentrischen Zug- und Druckfestigkeit sowie des Zugelastizitätsmoduls entwickelt. Es

gilt für das mittlere Verhalten. Ausgehend von Zugversuchen wurde für die Abhängigkeit $f_{ct}(\alpha)$ ein geradliniger Zusammenhang gefunden. Die Wertepaare $(\alpha_0, f_{ct} = 0)$ und $(\alpha = 1, f_{ct1})$ werden durch Regression bestimmt. Der Hydratationsgrad α_0 markiert hier das Ende der „dormant phase“, den Übergang flüssig zu fest. Er hängt u.a. von der Art und Menge der Bindemittel, Betonzusatzmittel etc. ab und ist betonspezifisch.

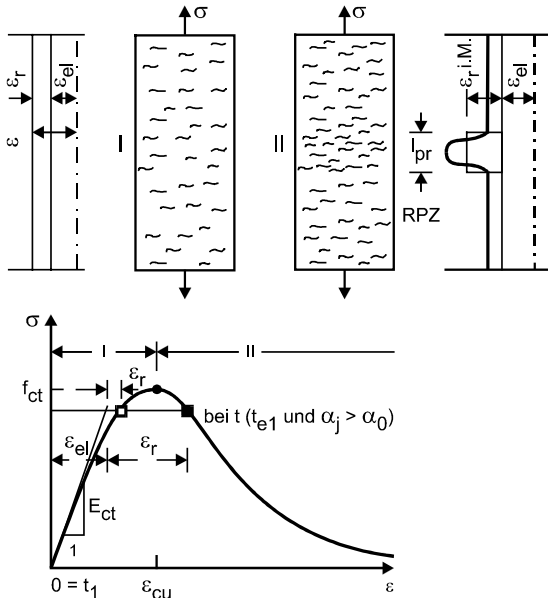
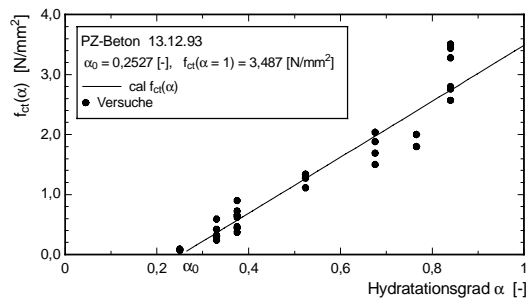


Bild 4.6: Spannungs-Dehnungslinie bei zentrischem Zug und Entwicklung der Rissprozesszone

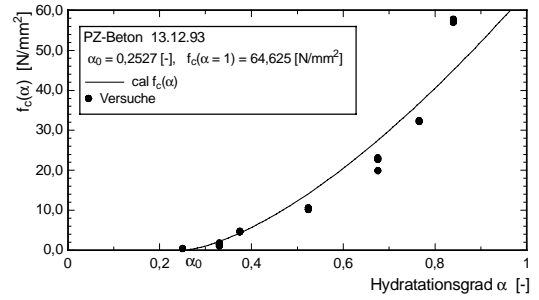
Fig. 4.6: Stress-strain line in axial tension and development of fracture process zone



FZ931213 / 23.8.1998

Bild 4.7: Zentrische Zugfestigkeit des PZ-Betons CO1 abhängig vom Hydratationsgrad

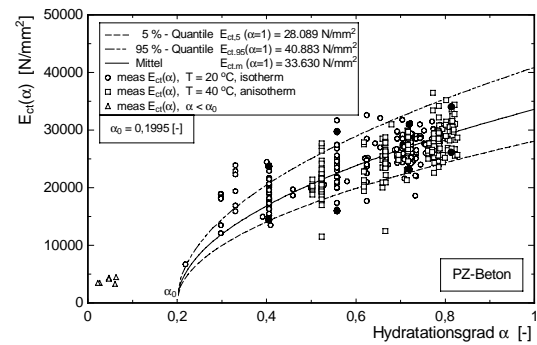
Fig. 4.7: Axial tensile strength of OPC-concrete CO1 dependent on degree of hydration



FD931213 / 22.8.1998

Bild 4.8: Druckfestigkeit des PZ-Betons CO1 abhängig vom Hydratationsgrad

Fig. 4.8: Cylinder compressive strength of OPC-concrete CO1 dependent on degree of hydration



E-PZ / 22.6.1998

Bild 4.9: Zugelastizitätsmoduls des PZ-Betons CO1 abhängig vom Hydratationsgrad

Fig. 4.9: Tensile Young's modulus of OPC-concrete CO1 dependent on degree of hydration

Damit wurde folgendes Modell für den Mittelwert der mechanische Eigenschaft X_i in allgemeiner Form entwickelt:

$$X_i(\alpha) = X_{i1} \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{n_i} \quad (4.2)$$

bzw. in normierter Form:

$$\hat{X}_i(\alpha) = \frac{X_i(\alpha)}{X_{i1}} = \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{n_i} \quad (4.3)$$

Hier bedeuten:

- α Hydratationsgrad; $\alpha_0 \leq \alpha \leq 1$;
- α_0 Hydratationsgrad beim Übergang vom flüssigen in den festen Zustand;
- $X_i(\alpha)$ Eigenschaft bei α ;

X_{i1} Eigenschaft bei $\alpha = 1$ (hypothetischer Endwert);
 n_i eigenschaftsabhängiger Exponent.

Damit lauten die Stoffgesetze:

$$f_{ct}(\alpha) \approx f_{ct1} \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}, \quad (4.4)$$

$$f_c(\alpha) \approx f_{c1} \left[\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right]^{3/2}, \quad (4.5)$$

$$E_{ct}(\alpha) \approx E_{ct1} \left[\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right]^{1/2}. \quad (4.6)$$

Die Exponenten n_i in den Gln. (4.4) bis (4.6) ergaben sich aufgrund umfangreicher Versuchsauswertung. Sie können auch betonspezifisch angepasst werden. In Bild 4.10 sind die o.g. Eigenschaften in normierter Form aufgetragen. Man erkennt deren unterschiedliche Zunahme mit dem Hydratationsgrad.

Der Zugelastizitätsmodul ist als Sekantenmodul zwischen $\sigma = 0$ und $\sigma = f_{ct} / 2$ definiert. Der Druckelastizitätsmodul zwischen $0 \geq \sigma - f_{ct}/2$ kann dem Zugelastizitätsmodul näherungsweise gleichgesetzt werden:

$$E_c \approx E_{ct} = E. \quad (4.7)$$

Schärfung der Parameter durch Versuche

Die Bestimmung der Parameter α_0 , X_{i1} und n_i der Gln. (4.4) bis (4.6) bedingt Versuche. Mindestens 2, besser 3 Stützstellen α sind mit jeweils mindestens 5 Versuchen zu belegen. Eine der Stützstellen sollte das frühe Betonalter zwischen 16 und 24 Stunden erfassen.

Modellunschärfe und Streuung

Die Modellunschärfen der Stoffgesetze Gln. (4.4) bis (4.5) sind gering. Auswertungen zur Streuung - wie für E-Modul in Bild 4.9 - wurden für alle Eigenschaften vorgenommen. Es wurde festgestellt, dass die Eigenschaften unabhängig von α als normalverteilt angesehen werden dürfen. Die Streuung kann über den Variationskoeffizienten beschrieben werden. Es betragen für die Zugfestigkeit: $V_t \approx 0,10$; die Druckfestigkeit: $V_c \approx 0,10$ und den Elastizitätsmodul: $V_E \approx 0,10$.

Hier wurde unterstellt, dass Übergang von flüssig zu fest schlagartig beim Hydratationsgrad α_0 erfolgt. Neuere Versuche zeigen jedoch, dass ein gleitender Übergang erfolgt [113]. Dies ist bereits in Bild 4.9 für E_{ct}

angedeutet. In Bild 4.11 ist die ab dem Hydratationsgrad α_{0i} (Ansteifende des Zementleims) einsetzende Entwicklung der Größen E_{ct} und f_{ct} schematisch dargestellt.

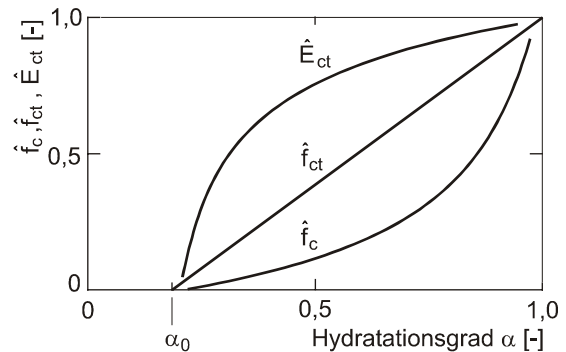


Bild 4.10: Bezogene mechanische Kurzzeiteigenschaft abhängig vom Hydratationsgrad

Fig. 4.10: Normalized mechanical short-term properties dependent on degree of hydration

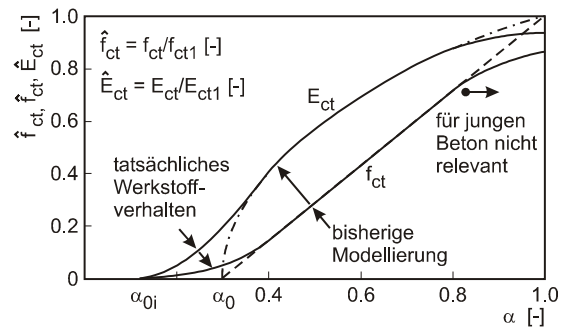


Bild 4.11: Realer Verlauf der Zugfestigkeit und des E-Moduls bei niedrigem Hydratationsgrad

Fig. 4.11: Real development of tensile strength and E-modulus at low degree of hydration

Altersabhängigkeit der Stoffeigenschaften

Die Alters- und Temperaturabhängigkeit der Stoffgrößen ist durch den Hydratationsgrad beschrieben. Für den praktischen Gebrauch ist diese Beschreibung jedoch wenig anschaulich. Besser ist es, diese Abhängigkeit über das wirksame Alter t_e zu beschreiben, s. Gln. (3.10). Sie lautet für die zuvor genannten Eigenschaften ($\exp(x)$ bedeutet e^x):

$$f_{ct}(t_e) = \frac{f_{ct1}}{1 - \alpha_0} \left\{ \exp \left[\ln \left(1 + \frac{t_e}{t_k} \right) \right]^{c_1} - \alpha_0 \right\} \quad (4.8)$$

$$f_c(t_e) = \frac{f_{ct1}}{(1-\alpha_0)^{3/2}} \cdot \left\{ \exp \left[\ln \left(1 + \frac{t_e}{t_k} \right) \right]^{c_1} - \alpha_0 \right\}^{3/2} \quad (4.9)$$

$$E_{ct}(t_e) = \frac{E_{ct1}}{(1-\alpha_0)^{1/2}} \cdot \left\{ \exp \left[\ln \left(1 + \frac{t_e}{t_k} \right) \right]^{c_1} - \alpha_0 \right\}^{1/2} \quad (4.10)$$

Diese Beziehungen sind in normierter Form in Bild 4.12 aufgetragen. Sie unterscheiden sich in der altersabhängigen Entwicklung und beginnen bei t_{e0} . Das Alter t_{e0} entspricht dem Hydratationsgrad α_0 .

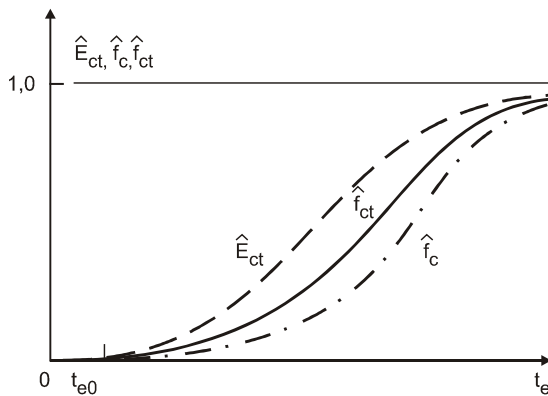


Bild 4.12: Mechanische Kurzzeiteigenschaften abhängig vom wirksamen Betonalter

Fig. 4.12: Mechanical short-term properties dependent on effective age

4.3.2.2 Skandinavische Erhärtungs- und Festigkeitsmodelle

In Skandinavien werden die Stoffmodelle in folgender Form formuliert [41]:

$$X_i(t_e) = X_{i1} \exp \left(- \left[\frac{t_e}{\tau_i} \right]^{\beta_i} \right) \quad (4.11)$$

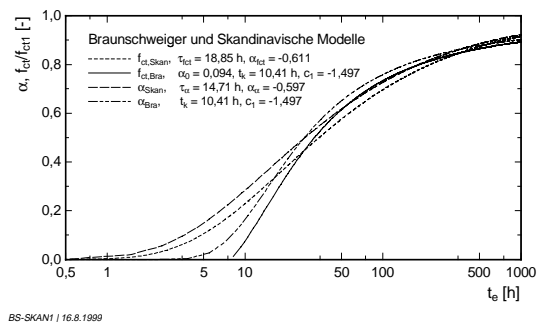
Hierin bedeuten: X_i , Eigenschaft; X_{i1} , theoretischer Endwert der Eigenschaft; τ_i [h] > 0, Parameter; β_i [-] < 0, Parameter; t_e , wirksames Alter [h]. Bei Anwendung von Gl. (4.11) für den Ausführungsbeton sind zur Bestimmung der Parameter der jeweiligen Eigenschaft Versuche an mehreren Stützstellen t_e , zwischen $t_e \approx 0,5$ bis 28 d erforderlich. Die theoretischen Endwerte werden entweder angenommen (z.B. $E_{ct1} \approx E_{28}$) oder aus dem zeitlichen Verlauf der Eigenschaft geschätzt. Beispiel-

haft werden hier die Stoffgesetze der Wärmefreisetzung und zentrischen Zugfestigkeit angeschrieben:

$$Q(t_e) = \max Q \cdot \exp \left(- \left[\frac{t_e}{\tau_Q} \right]^{\beta_Q} \right), \quad (4.12)$$

$$f_{ct}(t_e) = f_{ct1} \exp \left(- \left[\frac{t_e}{\tau_t} \right]^{\beta_t} \right). \quad (4.13)$$

In Bild 4.13 werden die Braunschweiger und skandinavischen Modelle verglichen. Dabei wurden der Hydratationsgrad und die Zugfestigkeit einander gegenüber gestellt. Nennenswerte Abweichungen treten nur im Bereich $t_e < 24$ h auf.



BS-SKAN1 / 16.8.1999

Bild 4.13: Braunschweiger und skandinavische Stoffmodelle für den Hydratationsgrad und die zentrische Zugfestigkeit

Fig. 4.13: Material models of IBMB and Scandinavian models for degree of hydration and axial tensile strength

4.3.2.3 Stoffmodelle des MC-90

Der CEB-FIP Model Code 90 [19] enthält Modelle zur Beschreibung des Einflusses des wirksamen Alters auf die Festigkeiten und den Druck-E-Modul. Diese Ansätze wurden von [121] aufgegriffen und modifiziert, um die Ruhepause des Betons zu berücksichtigen. Folgende Modelle für das mittlere Verhalten wurden vorgeschlagen:

$$f_{ct}(t_e) = f_{ct28} \exp \left(s \left[1 - \left(\frac{28}{t_e - t_{e0}} \right) \right]^{n_t} \right), \quad (4.14)$$

$$f_c(t_e) = f_{c28} \exp \left(s \left[1 - \left(\frac{28}{t_e - t_{e0}} \right) \right]^{n_c} \right), \quad (4.15)$$

$$E_{ct}(t) = E_{ct28} \exp \left[s \left[1 - \left(\frac{28}{t_e - t_{e0}} \right) \right]^{n_e} \right]. \quad (4.16)$$

Die Parameter s , n_i und t_{e0} müssen über Druckfestigkeitsversuche (Zylinder) bestimmt werden. Das wirksame Alter t_{e0} kennzeichnet das Ende der „dormant phase“. Das wirksame Alter t_e wird mit Gl. (3.10) berechnet; t_e und t_{e0} in [d]. Die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} wird über die Spaltzugfestigkeit abgeschätzt. Die Modelle basieren auf Laborversuchen und enthalten noch keine Reduktion für die Beschreibung der Eigenschaften im Bauwerk (s. Abschnitt 7).

4.3.3 Spannungs-Dehnungslinie für zentrischen Zug

Auf das beobachtete Verhalten im verformungsgeregelten zentrischen Zugversuch ist im Abschnitt 4.3.2 hingewiesen worden. Mit der Modellierung der vollständigen σ - ϵ -Linie haben sich zahlreiche Arbeiten befasst. In [35] hierzu ein Überblick zum Stand der Forschung gegeben.

Wie Bild 4.14 zeigt, kann man die σ - ϵ -Linie in drei Bereiche unterteilen und diese wie folgt modellieren [35]. Die Bereiche 1 und 2 beschreiben den ansteigenden und der Bereich 3 den abfallenden Ast. Die Beziehungen σ (ϵ) lauten in diesen Bereichen:

- **Ansteigende σ - ϵ -Linie**

Idealelastischer Bereich 1: $0 \leq \sigma \leq f_{ct}/2$

$$\sigma = E_{ct} \cdot \epsilon. \quad (4.17)$$

Bereich 2 mit Mikrorissdehnung: $f_{ct}/2 < \sigma \leq f_{ct}$

Ab der Zugspannung $\sigma = f_{ct}/2$ entstehen Mikrorisse, die sich als plastische Rissdehnung ϵ_r äußern. Der nicht-lineare Bereich kann wie folgt beschrieben werden:

$$\sigma = \frac{f_{ct}}{2} \left[2 - \left(1 - \frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon_{cu} - \epsilon_1} \right)^{n_\epsilon} \right] \quad (4.18)$$

$$\text{mit } \epsilon_1 = \frac{f_{ct}}{2 \cdot E_{ct}} \text{ und } n_\epsilon = \frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_1}{\epsilon_1}.$$

Die zur Zugfestigkeit gehörende Dehnung ϵ_{cu} kann nach [83] aufgrund von Versuchen abhängig vom Hydratationsgrad formuliert werden ($\alpha_0 \leq \alpha \leq 1$):

$$\epsilon_{cu} \approx (0,35 + \alpha) \cdot 10^{-4} [-] \quad (4.19)$$

- **Abfallende σ - ϵ -Linie**

Der abfallende Ast der σ - ϵ -Linie ist Ausdruck zunehmender Mikrorissbildung und schließlich diskreter Rissöffnung in der Rissprozesszone RPZ (Bereich 3). Die in Bild 4.14 dargestellte Rissdehnung ϵ_{r2} ist die auf der Länge l_{pr} der RPZ aufgesammelte Rissbreitensumme. Die Fläche unter der σ - ϵ -Linie dieses Bereichs ist die Bruchenergie G_F , welche die zur Werkstofftrennung notwendige Verformungsarbeit darstellt und die Zugbruchduktilität beschreibt [13, 35]. Versuche zeigen, dass die Zugbruchdehnung bei Stofftrennung im Bereich von 1 bis 2 ‰ liegt. In [35] wird ein Ansatz für den Bereich 3 vorgestellt. Die Autoren meinen, dass eine derartig hohe Zugduktilität im Bauwerksbeton nicht aktiviert werden kann. Dafür existieren im Bauteil zu viele „Defekte“, die als Kerben wirken und das Zugtragvermögen früher beenden werden (z.B. dicht verlegte, oberflächennahe Bewehrungsstäbe, frühe Schwindrisse u.a.m.). Aus diesem Grund wird hier der abfallende Ast nicht angesetzt. Wohl aber kann die Bruchenergie zu einem gewissen Teil genutzt werden, wie noch gezeigt werden wird. In Bild 4.15 ist die Arbeitslinie für zentrischen Zug dargestellt, die den Berechnungen zugrunde gelegt wird. Sie wird in Abschnitt 4.4.3 erläutert.

4.4 Übertragung der Stoffgesetze in das Bauwerk

4.4.1 Ausgangsbasis und Notwendigkeit

Die Braunschweiger Stoffmodelle sind durch Versuche an mehreren Praxisbetonen verifiziert worden. Trotzdem stellen sie zunächst „Labormodelle“ dar, die auf Versuchsergebnissen gesondert hergestellter Proben basieren. Ihr „Transport“ in das Bauteil erfordert zusätzliche Überlegungen und ggf. Korrekturen, da für Spannungsberechnungen die wirksamen mechanischen Eigenschaften im Bauwerk benötigt werden. Hierzu werden Modelle und Rechenwerte bereitgestellt.

4.4.2 Rechenwert der maßgebenden Zugfestigkeit

Es muss nach zwei Begriffen unterschieden werden:

- maßgebende Zugfestigkeit und
- wirksame Zugfestigkeit im Bauwerk.

Die maßgebende Zugfestigkeit wird an gesondert hergestellten und feucht gelagerten Proben geprüft (Prismen, Zylinder). Sie wird im Bauteil i.d.R. nicht erreicht. Die Gründe sind hierfür vielfältig. Sie werden in vielen Arbeiten behandelt, so z.B. in [84]. Hierzu einige Stichworte: Verdichtungsunterschiede; Temperatur- und Schwindeigenschaften; Umwelt- und Langzeiteinflüsse, die zu Mikrorissen führen und das Zugtragvermögen reduzieren. Die im Bauteil ausnutzbare Zugfestigkeit wird als wirksame Zugfestigkeit bezeichnet.

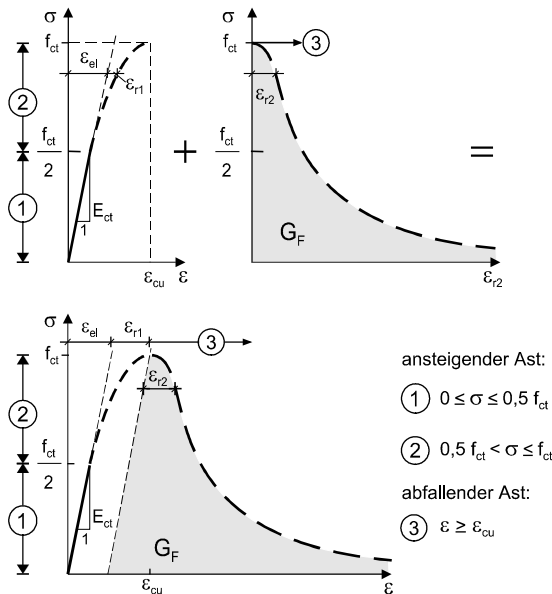


Bild 4.14: Spannungs-Dehnungslinie für zentrischen Zug (schematisch)

Fig. 4.14: Stress-strain line for axial tension

Mit der Vorhersage der Zugfestigkeit über die Druckfestigkeit haben sich zahlreiche Arbeiten befasst. Basierend auf [40], [86] und [87] wird der Rechenwert der maßgebenden Zugfestigkeit $\text{cal } \beta_Z$ wie folgt ausgedrückt:

$$\text{cal } \beta_Z = c \cdot \beta_W^{2/3} \quad (4.20)$$

Hierin bedeuten: β_W , Würfeldruckfestigkeit von 20 cm Würfeln; c , aus Versuchen abgeleiteter Beiwert. Für das Betonalter 28 d sind in Tab. 4.1 die c -Werte in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse aufgeführt [86]. Bei Anwendung der Werte von Tab. 4.1 kann man nach zwei Fragestellungen unterscheiden:

1. Auslegung der Mindestbewehrung

Bei der Bemessung der Mindestbewehrung nach DIN 1045, 17.6.2 kennt der Konstrukteur nur die angestrebte Betonfestigkeitsklasse β_{WN} . In der Praxis übliche Überfestigkeiten des Betons müssen berücksichtigt werden. Außerdem ist für den c -Wert und damit für die maßgebende Zugfestigkeit ein oberer Quantilwert anzusetzen, um klaffende Risse infolge Fließens der Bewehrung auszuschließen. Für diesen Fall sind die c^* -Werte anzuwenden:

$$\text{cal } \beta_Z = c^* \cdot \beta_{WN}^{2/3} \quad (4.21)$$

2. Kontrolle thermisch bedingter Risse

Bei der Bewertung der Wirksamkeit risskontrollierender Maßnahmen mit Temperatur- und ggf. Spannungsbe-

rechnungen ist von einem unteren Quantilwert der Zugfestigkeit auszugehen. Kann man aufgrund von Erfahrung und Ergebnissen der QS die mittlere Betondruckfestigkeit β_{Wm} des künftigen Ausführungsbetons (auch unter Einschluss einer „verlässlichen“ Überfestigkeit) sicher eingrenzen, dann kann man die mittlere Zugfestigkeit mit

$$\text{cal } \beta_Z = c' \cdot \beta_{Wm}^{2/3} \quad (4.22)$$

abschätzen. Schließlich ist es denkbar, dass der Konstrukteur auf Erfahrungen nicht zurückgreifen kann und nur die Betonfestigkeitsklasse kennt. Dann kann mit einem vorsichtigen Ansatz der Überfestigkeit des Betons von 10 N/mm² folgende Abschätzung getroffen werden:

$$\text{cal } \beta_Z = c' \cdot (\beta_{WN} + 10)^{2/3} \quad (4.23)$$

Die maßgebende Zugfestigkeit kann auch durch die Druckfestigkeit von 15 cm Würfeln und von Zylindern Ø 15/30 cm u.a. ausgedrückt werden. Z.B. bei 15 cm Würfeln ist

$$\text{cal } \beta_Z = c \cdot 0,97 \cdot \beta_{W15}^{2/3} \quad (4.24)$$

Der altersabhängige Verlauf von $\text{cal } \beta_Z$ wird gegenwärtig - abhängig von mehreren Parametern - mit den $k_{Z,t}$ -Werten nach DAfStb-Heft 400 [89] beschrieben. Bei der Kontrolle der Wirksamkeit risskontrollierender Maßnahmen sind die $c'_{5\%}$ -Werte maßgebend.

Tab. 4.1: Beiwerte c zur Bestimmung des Rechenwerts der maßgebenden, zentrischen Zugfestigkeit über die Betondruckfestigkeit (20 cm Würfel), Alter 28 d [86].

Tab. 4.1: Factor c for the determination of relevant axial tensile strength via compressive strength (20 cm cubes, age 28 d [86])

$f_{ck, \text{cube}}$	$c'_{5\%}$	c'	$c'_{95\%}$
B 10/15	0,137	0,2414	0,346
B 25/35	0,147	0,2414	0,335
B 45/55	0,157	0,2414	0,326

$f_{ck, \text{cube}}$	$c^*_{5\%}$	c^*	$c^*_{95\%}$
B 10/15	0,206	0,364	0,521
B 25/35	0,198	0,323	0,447
B 45/55	0,190	0,294	0,397

c' bezogen auf β_{Wm} , c^* bezogen auf β_{WN}

4.4.3 Wirksame Zugfestigkeit im Bauteil

4.4.3.1 Ansatz nach DAfStb-Heft 400 und DIN 1045, 17.6 - Mindestbewehrung

Nach [89] kann die wirksame Zugfestigkeit abhängig vom Betonalter etc. wie folgt über die Nenndruckfestigkeit (20 cm Würfel) angegeben werden:

$$\beta_{bZW} = k_{z,t} \cdot k_E \cdot 0,3 \cdot \beta_{WN}^{2/3} \quad (4.25)$$

Hier sind: $k_{z,t}$, Faktor zur Berücksichtigung des Betonalters; $k_{z,t} = 1$ bei 28 d; k_E , Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung von verschiedenen, die Zugfestigkeit reduzierenden Einflüssen. Im Alter von 28 d beträgt $k_E = 0,8$ (s. DIN 1045, 07.88, 17.6):

$$\beta_{bZW} = 0,8 \cdot 0,3 \cdot \beta_{WN}^{2/3} \approx 0,25 \cdot \beta_{WN}^{2/3} \quad (4.26)$$

Für frühen Zwang infolge abfließender Hydratationswärme darf im Regelfall $k_{z,t} = 0,5$ gesetzt werden. Dann ist:

$$\beta_{bZW} = 0,5 \cdot 0,25 \cdot \beta_{WN}^{2/3} \approx 0,125 \cdot \beta_{WN}^{2/3} \quad (4.27)$$

Die Rechenwerte nach Gleichungen (4.26) und (4.27) dienen zur Bemessung der Mindestbewehrung nach DIN 1045, 17.6.2. Sie stellen damit obere Werte der wirksamen Zugfestigkeit dar:

$$\beta_{bZW} \hat{=} \sup f_{ct}, \quad (4.28)$$

ohne einen definierten Quantilwert zu nennen. In den Gleichungen (4.23) bis (4.25) sind die praxisüblichen Überfestigkeiten der Betone $\geq B35$ eingefangen. Ein B25 ist jedoch mit $\beta_{WN} = 35 \text{ N/mm}^2$ einzusetzen.

4.4.4 Modifizierte mittlere, wirksame Zugfestigkeit für die Kontrolle thermischer Risse

4.4.4.1 Versuche und Rechenansätze

Zur Überprüfung und ggf. notwendigen Modifizierung des bisherigen Ansatzes [89] sind am iBMB umfangreiche Versuche durchgeführt worden [84]. Über Vorgehen und Ergebnisse wird kurz berichtet. An großformatigen Bauteilen aus Transportbeton wurde die axiale Zug- und Druckfestigkeit an Bohrkernen bestimmt. Parallel dazu wurden die Eigenschaften an gesondert hergestellten Proben bestimmt. Die Bauteile simulierten Ausschnitte aus einer 1 m dicken Wand $h \times d_c \times \ell = 0,4 \times 1,00 \times 6,0 \text{ m}$ (Abkühlung nur über die Seitenflächen $2 \times h \times \ell$). Für sämtliche Proben war der Hydrata-

tionsgrad bei Prüfung über das wirksame Alter auszudrücken. Es wurden folgende Fragestellungen behandelt.

1. Der Einfluss der Verdichtung des Betons von gesondert hergestellten Proben im Vergleich zu aus dem Bauteil entnommenen Kernen.
2. Der Einfluss einer sich langsam aufbauenden Zugzwangsspannung auf die Zugfestigkeit im Bauteil.

Die folgenden Aussagen gelten für Mittelwerte. Mit dem Index e werden die wirksamen Werte bezeichnet. Die Verdichtung gesondert hergestellter Proben ist höher als jene erbohrter Proben; Faktor 0,9 für sowohl die Zug- als auch die Druckfestigkeit. Ein langsamer Aufbau des Zwangs bis zur Zugbruchdehnung ϵ_{cu} vermindert die Zugfestigkeit im Bauteil, nicht aber die Druckfestigkeit: Faktor 0,85. Zugeigenspannungen haben zu keiner darüber hinausgehenden Verminderung der Zugfestigkeit geführt. Der Zugelastizitätsmodul bleibt unbeeinflusst.

Die mittleren, mechanischen Eigenschaften lassen sich - unabhängig vom wirksamen Alter - wie folgt ausdrücken:

$$f_{cte} \approx 0,9 \cdot 0,85 \cdot f_{ct} \approx 0,75 \cdot f_{ct}, \quad (4.29)$$

$$f_{ce} \approx 0,9 \cdot f_c, \quad (4.30)$$

$$E_{cte} \approx E_{ct} = E_c \quad (4.31)$$

Der Variationskoeffizient der wirksamen Zugfestigkeit ist mit 13 % etwas größer als jener gesondert hergestellter Proben: 10 %. Die Abminderungsfaktoren in den Gleichungen (4.29) und (4.30) sind sowohl bei den Stoffgrößen nach Gleichungen (4.4) und (4.5) als auch bei den Rechenwerten nach Gleichungen (4.22) und (4.23) anzubringen. Sie betreffen nur den „Transport“ von Laboreigenschaften in das Bauteil. Einen verdeckten Abschlag für die „schädigende“ Wirkung von Eigenspannungen enthalten sie nicht.

4.4.5 Arbeitslinie $\sigma(\epsilon)$ für Zug und Druck

Die Arbeitslinie $\sigma-\epsilon$ für mittigen Zug, die der Spannungsberechnung zugrunde gelegt wird, entspricht in den Bereichen 1 und 2 der $\sigma-\epsilon$ -Linie von Bild 4.14. Die Steigerung beträgt E_{ct} , an die Stelle von f_{ct} tritt f_{cte} ; s. Gleichung (4.29) und Bild 4.15 Damit ist:

- **Bereich 1:** $0 \leq \sigma \leq f_{cte}/2$

$$\sigma = E_{ct}\epsilon.$$

- **Bereich 2:** $f_{cte}/2 < \sigma \leq f_{cte}$

$$\sigma = \frac{f_{cte}}{2} \left[2 - \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{1e}}{\varepsilon_{cue} - \varepsilon_{1e}} \right)^{n_\varepsilon} \right] \quad (4.32)$$

$$\text{mit } \varepsilon_{1e} = \frac{f_{cte}}{2E_{ct}} = \omega_e \varepsilon_1, \quad \varepsilon_{cue} = \omega_e \varepsilon_{cu}.$$

Der Parameter n_ε bleibt unverändert bestehen; $\omega_e = 0,75$. Die Zugduktilität im Bereich 3 kann durch einen Spannungsblock mit der Fläche

$$\Delta G_e = \eta f_{cte} \varepsilon_{cue}, \quad \eta \geq 0,$$

berücksichtigt werden, die einen Teil der Bruchenergie darstellt. Mit $\eta = 0$ wird die Bruchenergie G_F und damit die Zugbruchduktilität gänzlich außeracht gelassen. Mit $\eta > 0$ kann man die Bruchenergie partiell ausnutzen. Dieses Vorgehen hat [88] für erhärteten Beton angewandt. Mit $\eta = 1$ wird nur rd. 1/6 der Bruchenergie G_F ausgenutzt. Mit $\eta > 0$ nimmt die Umlagerungsfähigkeit von Spannungen von hoch- zu niederbeanspruchten Zonen zu. Die Spannungsrechnungen in den Phasen Vorplanung und Angebotsbearbeitungen ist $\eta = 0$ zu setzen. Unter der Voraussetzung, dass bei der Ausführungsplanung entsprechende Versuchsergebnisse vorliegen, kann $\eta = 1$ gewählt werden. Für die Spannungsrechnung ist eine Verfügung für Ent- und Wiederbelastungsvorgänge zu treffen, um Spannungsumlagerungen beschreiben zu können. Es ist vertretbar, diese Vorgänge mit Geraden der Steigerung E_{ct} zu beschreiben (strichpunktierte Linie in Bild 4.15). Die σ - ε -Linie für zentrischen Druck kann aus jener für Zug affin abgebildet werden. Dabei ist $E_c = E_{ct}$.

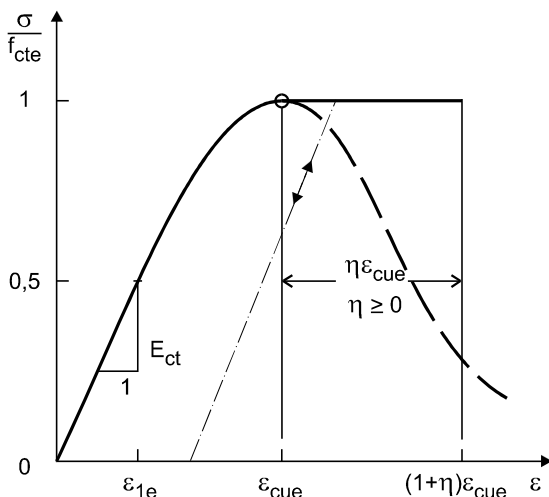


Bild 4.15: σ - ε -Arbeitslinie für zentrischen Zug für die Spannungsrechnung

Fig. 4.15: σ - ε -line for axial tension for stress computation

4.5 Kriechen und Relaxation

4.5.1 Vorbemerkungen

Insbesondere im frühen Alter zeigt Beton ein ausgeprägt viskoelastisches Verhalten, das mit den Begriffen Kriechen und Relaxation beschrieben wird. Die wirklichkeitsnahe Berechnung von Zwangsspannungen erfordert Kriech- und Relaxationsfunktionen, welche die rasch veränderliche Erhärtung des jungen Betons abhängig vom Hydratationsgrad $\alpha(T(t))$ abbilden müssen. Es sind in den vergangenen Jahren umfangreiche Versuche durchgeführt sowie Stoffmodelle entwickelt worden. Einen Überblick über den Forschungsstand geben u.a. folgende Arbeiten: [5], [6], [68], [29], [61], [52], [35], [107], [108], [105]. Beim Kriechen unterscheidet man zwischen Grund- und Trocknungskriechen, was für die Relaxation in gleicher Weise zutrifft. Das Grundkriechen beschreibt das Kriechen von Beton, dessen Feuchtegehalt identisch mit Anfangswassergehalt ist (versiegelte Lagerung). Das Trocknungskriechen beschreibt die kriechsteigernde Wirkung einer gleichzeitigen Austrocknung. Bei den hier betrachteten massigen Betonbauteilen sind das Grundkriechen bzw. die Grundrelaxation relevant, da nur die Betondeckung von Austrocknung betroffen wird.

4.5.2 Zugkriechen bei einstufiger Beanspruchung und $T = 20^\circ\text{C}$

Beim einstufigen Kriechversuch wird der Versuchskörper im Alter t_1 ($\hat{=} \alpha_1 \geq \alpha_0$) mit der Zugspannung $\sigma = \text{const.}$ belastet. Es wird die Gesamtdehnung $\varepsilon(t-t_1, t_1)$ gemessen. Hieraus erhält man die Kriechdehnung, Bild 4.16 als

$$\varepsilon_{cr}(t-t_1, t_1) = \varepsilon(t-t_1, t_1) - \varepsilon_{el}(0, t_1), \quad (4.33)$$

und die Kriechfunktion als

$$\varphi(t-t_1, t_1) = \frac{\varepsilon_{cr}(t-t_1, t_1)}{\varepsilon_{el}(t_1)}. \quad (4.34)$$

Bei Lagerung bei $T = 20^\circ\text{C}$ entspricht das tatsächliche Alter t dem wirksamen Alter t_e . Die Gl.(4.34) unterstellt linear-viskoelastisches Kriechen: φ ist von der Spannungshöhe unabhängig. Der Elastizitätsmodul wird während der Beanspruchungsdauer $(t-t_1)$ als konstant unterstellt. Die Arbeiten [35] und [61] formulieren die Kriechfunktion als Produktansatz:

$$\varphi(t-t_1, t_1) = P_{1c} \left[\frac{t-t_1}{t_c} \right]^{P_{2c}} \quad (4.35)$$

mit $P_{1c}(\alpha_1)$ und $P_{2c}(\alpha_1)$, [-], Parameter abhängig vom Hydratationsgrad im Erstbelastungsalter t_1 ; $t_c = 1$ [h]. Mit dem Parameter P_{1c} wird der Erhärtungszustand des

Betons bei Erstbelastung erfasst. Der Parameter P_{2c} beschreibt die Abnahme der Kriechfähigkeit mit zunehmender Belastungsdauer. In Bild 4.17 sind Ergebnisse des Zugkriechens für vier Alter bzw. Hydratationsgrade α_1 bei Erstbelastung aufgetragen. Die Versuche wurden mit dem PZ-Beton CO1 durchgeführt, der in Anlage A1 beschrieben ist. Die Auswertung der Parameter P_{1c} und P_{2c} zeigt Bild 4.18. Sie hängen in erster Näherung geradlinig vom Hydratationsgrad α_1 gemäß der Beziehung

$$P \approx a + b\alpha_1 \quad (4.36)$$

ab. Die Parameter sind betonspezifisch und können nur durch Versuche bestimmt werden.

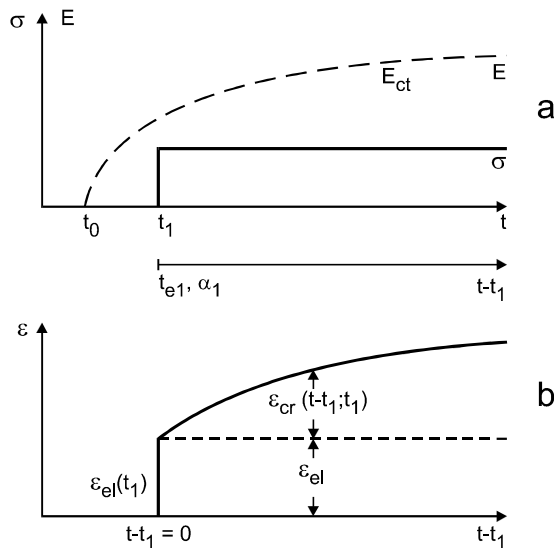


Bild 4.16: Einstufiges Kriechen

Fig. 4.16: One-step creep

4.5.3 Zugrelaxation bei einstufiger Beanspruchung und $T = 20^\circ\text{C}$

Beim einstufigen Relaxationsversuch wird dem Versuchskörper die Dehnung $\epsilon(t_1) = \sigma_1/E_{ct1}$ aufgezwungen und konstant gehalten (vollständiger Dehnzwang). Es wird die abnehmende Spannung $\sigma(t-t_1, t_1)$ gemessen, s. Bild 4.19. Man erhält die Relaxationsfunktion zu:

$$\psi(t-t_1, t_1) = \frac{\sigma(t-t_1, t_1)}{\sigma_1} \quad (4.37)$$

[35] formuliert die Relaxationsfunktion über die Kriechfunktion Gl.(4.35) und unter Berücksichtigung des Relaxationskoeffizienten $\rho(\alpha_1)$ (s. [103]):

$$\psi(t-t_1, t_1) = \frac{1 - (1 - \rho(\alpha_1)) \cdot \phi(t-t_1, t_1)}{1 + \rho(\alpha_1) \cdot \phi(t-t_1, t_1)} \quad (4.38)$$

Der Relaxationskoeffizient beträgt mit $\alpha_1 \geq \alpha_0$:

$$\rho(\alpha_1) \approx 0,55 + 0,6\alpha_1 \leq 1. \quad (4.39)$$

Er berücksichtigt indirekt die Zunahme des Elastizitätsmoduls während der Beanspruchungsdauer $t-t_1$. In Bild 4.20 sind die Ergebnisse von Zugrelaxationsversuchen mit dem PZ-Beton CO1 im Erstbelastungsalter $t_1 \equiv t_{e1}$ bzw. $\alpha_1 \approx 0,41$ aufgetragen. Die rechnerischen Kurven wurden mit Gl.(4.38) und mit $\rho(\alpha_1)$, Gl.(4.40) sowie mit $\rho \approx 1$ bestimmt. Die Parameter P_{1c} und P_{2c} sind im Bild 4.18 dargestellt.

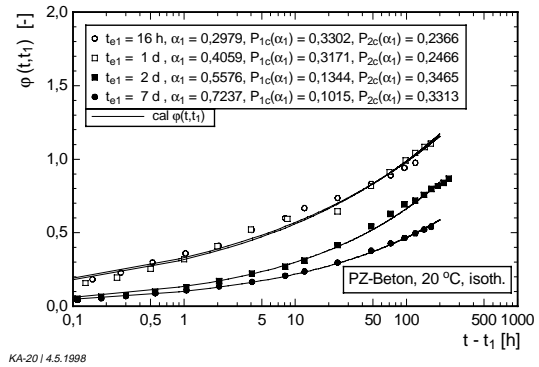


Bild 4.17: Zugkriechfunktionen abhängig von Beanspruchungsdauer und Hydratationsgrad α_1 . Versuchsergebnisse und Modelle ($T = 20^\circ\text{C}$, isotherm, Beton CO1)

Fig. 4.17: Tensile creep functions vs. time under stress for different degrees of hydration α_1 . Test and model results ($T = 20^\circ\text{C}$, isoth., concrete CO1)

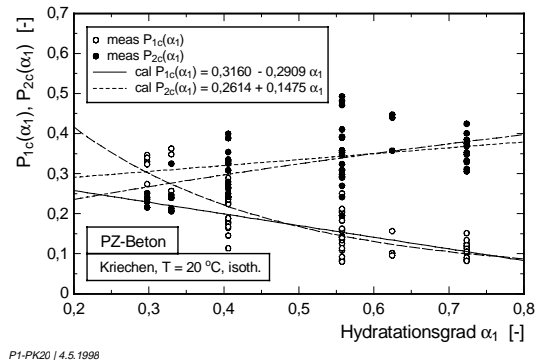


Bild 4.18: Parameter P_{1c} und P_{2c} abhängig vom Hydratationsgrad bei Erstbelastung. Versuchsergebnisse und Modelle, ($T = 20^\circ\text{C}$, isotherm, Beton CO1)

Fig. 4.18: Parameters P_{1c} and P_{2c} vs. degree of hydration α_1 . Test and model results ($T = 20^\circ\text{C}$, isoth., concrete CO1)

4.5.4 Einfluss erhöhter und instationärer Temperatur $T(t) > 20^\circ\text{C}$

Die bisherigen Ansätze gelten für Kriechen und Relaxation bei isothermer Temperatur 20°C . Erhöhte Temperaturen üben gegenläufige Einflüsse auf Kriechen und Relaxieren aus: Zum einen erhöhen sie den Hydratationsgrad α_1 bei Erstbelastung und mindern so das Kriechen. Zum anderen steigern sie bei einem vorgegebenen Hydratationsgrad das Kriechen. In [35] wurde dieser Frage durch Versuche nachgegangen und Gl. (4.35) erweitert.

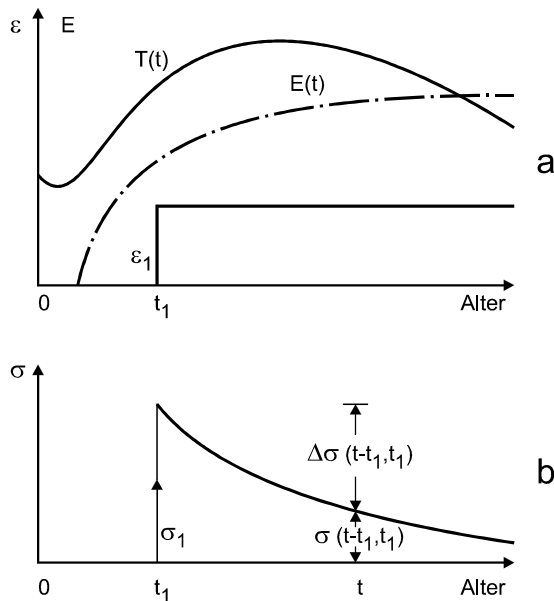


Bild 4.19: Einstufige Relaxation

Fig. 4.19: One-step relaxation

Dabei wird die Beanspruchungsdauer $t-t_1$ in die kriechwirksame Beanspruchungsdauer $t_{el}-t_{el1}$ mit den Gln. (4.40) und (4.41) transformiert:

$$t_{el} = \int_0^t \exp \frac{E_v}{R} \left[\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T(t_i)} \right] dt_i \quad (4.40)$$

und

$$t_{el1} = \int_0^{t_1} \exp \frac{E_v}{R} \left[\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T(t_i)} \right] dt_i \quad (4.41)$$

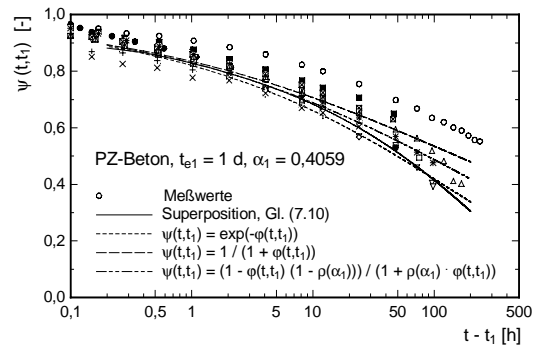
mit $E_v = 50.000 \text{ J/mol}$ bzw. $E_v/R \approx 6.000 \text{ K}$. Damit lautet die Kriechfunktion

$$\varphi(t-t_1, t_1) = P_1(\alpha_1) \left[\frac{t_{el}-t_{el1}}{t_c} \right]^{P_2(\alpha_1)} \quad (4.42)$$

und die Relaxationsfunktion bei $\rho \approx 1$:

$$\psi(t-t_1, t_1) \approx \frac{1}{1 + \varphi(t-t_1, t_1)} \quad (4.43)$$

Mit diesen Funktionen werden die Spannungsberechnungen von Abschn. 8 durchgeführt.



R1-20CA | 25.7.1998

Bild 4.20: Relaxationsfunktionen abhängig von der Beanspruchungsdauer bei Hydratationsgrad $\alpha_1 = 0,41$. Versuchsergebnisse und Modelle ($T = 20^\circ\text{C}$, isotherm, Beton CO1)

Fig. 4.20: Relaxation function vs. time under stress for $t_{el1} = 1\text{d}$. Test and model results for several models ($T = 20^\circ\text{C}$, isoth., concrete CO1)

4.5.5 Superposition

Zeitveränderliche Spannungs- und Dehnungsgeschichten werden durch Treppenfunktionen diskretisiert und mit dem Superpositionsprinzip behandelt. Für das Kriechen unter der Spannung $\sigma(t-t_1, t_1)$ gilt in Summenschreibweise ab Alter t_1 und bis t_n , s. Bild 4.21:

$$\varepsilon_{cr}(t_n - t_1, t_1) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta \sigma_i}{E_i} \varphi(t_n - t_i, t_i) \quad (4.44)$$

Für die Relaxation gilt entsprechendes, s. Bild 4.22:

$$\sigma(t_n - t_1, t_1) = \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{ei} E_i \psi(t_n - t_i, t_i) \quad (4.45)$$

mit $\Delta \varepsilon_{ei}$ wirksames, spannungserzeugendes Dehnungskrement. Diese Vorgehensweise ist in [35] experimentell verifiziert worden. Entsprechendes gilt für die Relaxation bei veränderlicher Dehnung (Bild 4.22).

4.5.6 Rechenwerte der Kriechparameter und Streuung

Die Streuung der Kriechfunktion ist in [35] exemplarisch für den PZ-Beton CO1 für den Hydratationsgrad

$\alpha_1 = 0,41$ an 22 identischen Versuchen untersucht worden. Die Kriechfunktion ist normalverteilt. Der Variationskoeffizient betrug 0,25; er nimmt mit Zunahme von α_1 ab. Der Variationskoeffizient liegt demnach in der gleichen Größenordnung wie für das Kriechen im höheren Alter.

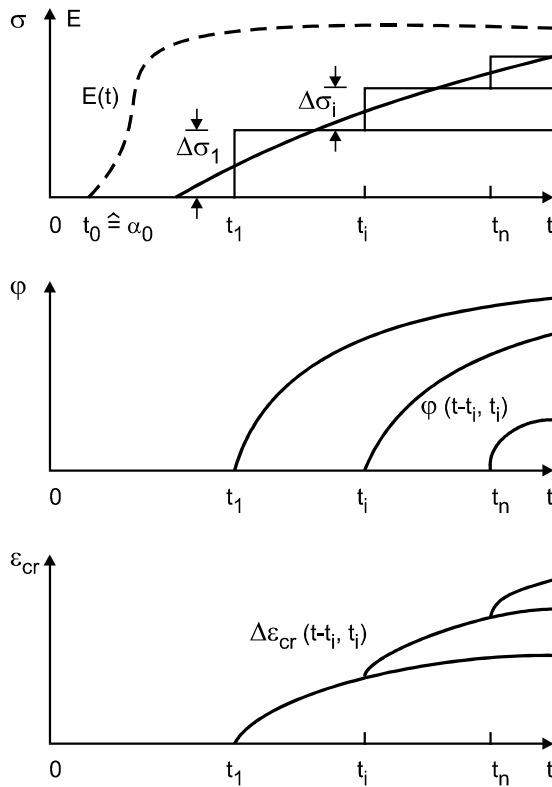


Bild 4.21: Superpositionsprinzip beim Kriechen unter veränderlicher Spannung

Fig. 4.21: Principle of superposition for creep under variable stress

Die mittleren Kriechparameter P_{1c} und P_{2c} sind für den PZ-Beton CO1 (CEM I 32,5 R) und den HOZ-Beton CO23 (s. Anlage A1) verifiziert worden. Darüber hinaus wurde ein Hochleistungsbeton GB untersucht. In Tab. 4.2 sind die Terme a und b der Kriechparameter P_{1c} und P_{2c} für mehrere Betone nach Versuchen von [35] zusammengestellt. Bild 4.23 zeigt die diesbezügliche Darstellung. Die Geraden besitzen erst ab $\alpha_1 \geq \alpha_0$ physikalischen Sinn. Aus diesem Grund wird der Hydrationsgrad α_1 als schwarzer Punkt für die Betone aus CEM III/B und als weißer Punkt für die Betone aus CEM I auf der jeweiligen Geraden eingetragen.

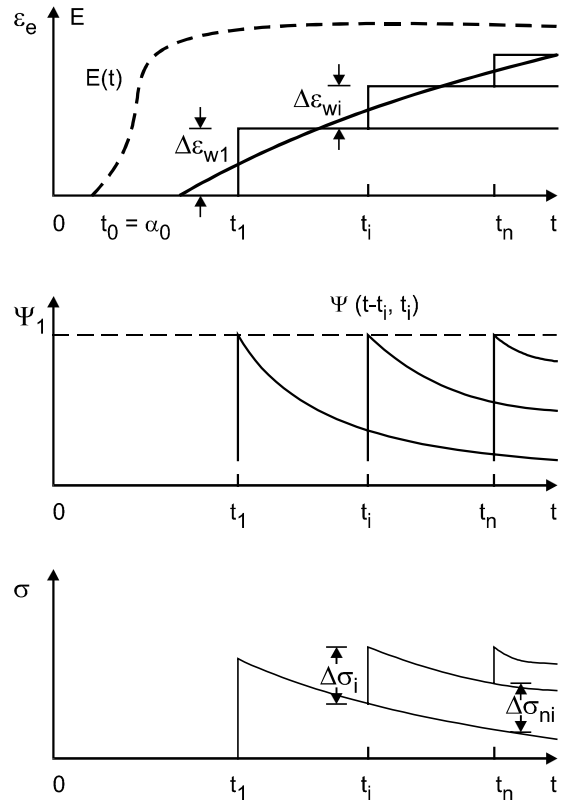


Bild 4.22: Superpositionsprinzip bei der Spannungsrelaxation unter veränderlicher aufgezwungener Dehnung

Fig. 4.22: Principle of superposition for stress relaxation under variable imposed strain

4.6 Lastunabhängige Verformungen

4.6.1 Wärmedehnzahl

Die Wärmedehnzahl von Festbeton beträgt in Abhängigkeit des Zuschlages $0,6 \cdot 10^{-5} \leq \alpha_T \leq 1,4 \cdot 10^{-5} [1/K]$. Meist wird der Wert $\alpha_T \approx 1,0 \cdot 10^{-5} [1/K]$ bei quarzitischem Zuschlag zugrunde gelegt. Im Abschn. 5 wird näher darauf eingegangen [72].

4.6.2 Autogenes Schwinden

Forschungsarbeiten haben gezeigt, dass auch versiegelte und unbelastete Betonproben, die isothermisch lagern, nennenswerte zeitabhängige Verformungen erfahren [99], [100], [10] [9], [34], [39], [73], [93], [56], [36], [43]). Diese Verformungen werden als autogenes Schwinden bezeichnet, das bei Beton mit niedrigem Wasserbindemittelwert besonders ausgeprägt ist. Weil für die vollständige Hydratation zu wenig Wasser zur Verfügung steht, kommt es zur Selbst austrocknung des Zementsteins. Diese ist mit einem Unterdruck im Porenraum verbunden. Das autogene Schwinden wird durch

Tab. 4.2: Mittlere Kriechparameter P_{1c} und P_{2c} nach Versuchen

Tab. 4.2: Mean creep parameters P_{1c} and P_{2c} from tests

Bez.	CEM	C	FA bzw. SI	$\frac{W}{B}$
-	-	kg/m ³	kg/m ³	-
CO1	I 32,5 R	270	60 FA	0,53
CO23	III/B 32,5	280	80 FA	0,49
HOZ	III/B 32,5	390	-	0,47
GB	I 42,5 R	320	42 FA+42 SI	0,39

Bez.	P _{1c}		P _{2c}	
	a _{1c}	b _{1c}	a _{2c}	b _{2c}
CO1	0,32	- 0,29	0,26	0,15
CO23	0,32	- 0,29	0,26	0,15
HOZ	0,23	- 0,24	0,22	0,35
GB	0,20	- 0,22	0,27	0,32

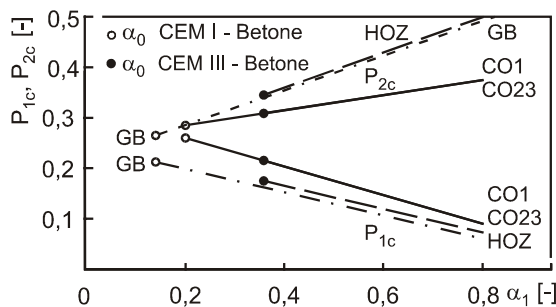


Bild 4.23: Kriechparameter abhängig vom Hydratationsgrad nach Versuchen (Mittelwerte)

Fig. 4.23: Creep parameters dependent on degree of hydration, derived from tests (mean values)

Zugabe von Mikrosilica und erhöhte Temperatur gesteigert.

Modelle des autogenen Schwindens wurden in [35], [39], [100] vorgestellt. Sie stellen Produktansätze dar, die sich aus dem Endmaß ϵ_{as0} und dem Zeitverlauf β des autogenen Schwindens zusammensetzen. Das Endmaß ϵ_{as0} wird abhängig vom Wasserbindemittelwert $\omega_b = W/B$ ($B = C + AD$; AD steht für FA oder SF) formuliert. Hier wird vom Ansatz nach [100] ausgegangen:

$$\epsilon_{as}(t_e, t_{e0}, \omega_b) = \gamma \epsilon_{sa0}(\omega_b) \beta(t_e, t_{e0}) \quad (4.46)$$

Hierin bedeuten: t_e , wirksames Alter nach Gl. (3.10); t_{e0} , wirksames Alter bei Kontraktionsbeginn ($\hat{=} \alpha_0$); $\gamma = 1$ für CEM I.

In Bild 4.24 ist die Abhängigkeit des Endschwindmaßes vom W/B-Wert anhand einiger Versuchsergebnisse dargestellt. Das Endschwindmaß des autogenen Schwindens kann abhängig von ω_b wie folgt ausgedrückt werden:

$0,2 \leq W/B \leq 0,5$:

$$\epsilon_{as0} \approx -1300 \exp(-5,9 \omega_b) \cdot 10^{-6} \quad (4.47)$$

$W/B > 0,5$:

$$\epsilon_{as0} \approx -70 \cdot 10^{-6} \quad (4.48)$$

Die Zeitfunktion lautet:

$$\beta(t) = 1 - \exp[-a_{as}(t_e - t_{e0})^{b_{as}}] \quad (4.49)$$

mit t_e , t_{e0} in Tagen. Das wirksame Betonalter kann mit Gl.(3.10) bestimmt werden. Die Parameter a_{as} und b_{as} sind in Abhängigkeit von ω_b der Tabelle 4.3 zu entnehmen. Ab $\omega_b > 0,55$ kann das autogene Schwinden unterdrückt werden.

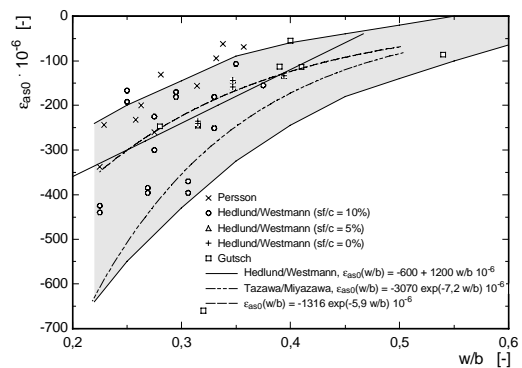


Bild 4.24: Endschwindmaß des autogenen Schwindens abhängig vom W/B-Wert

Fig. 4.24: Final values of autogenous shrinkage dependent on water-binder ratio

Tab. 4.3: Parameter a_{as} und b_{as} der Zeitfunktion des autogenen Schwindens

Tab. 4.3: Parameters a_{as} and b_{as} of time function of autogenous shrinkage

W/B	a_{as}	b_{as}
0,20	1,2	0,4
0,23	1,5	0,4
0,30	0,6	0,5
0,40	0,1	0,7
$\geq 0,50$	0,03	1,0

4.7 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt werden die zur thermomechanischen Beschreibung des jungen Betons notwendigen Versuche und Stoffmodelle zusammengestellt. Die Stoffmodelle werden auf Basis des Hydratationsgrads sowohl für das Kurzzeit- als auch für das Langzeitverhalten formuliert. Alternative Stoffmodelle werden besprochen. Die auf Grund von Laborversuchen entwickelten Ansätze müssen für die Spannungsberechnung in die im realen Bauteil zur Verfügung stehenden Eigenschaften übersetzt werden. Für Vorplanungen werden Werte für die Kriechparameter und das autogene Schwinden angegeben.

5. Feld der Bauteiltemperatur

5.1 Ziel und Vorgehen

5.1.1 Wärmeleitungsgleichung

Sowohl die Felder des Hydratationsgrads, der Betoneigenschaften und freien Bauteilverformungen als auch jene der Betonspannungen und Risszonen beruhen auf dem Feld der Bauteiltemperatur $T(x,y,z,t)$. Deren Berechnung erfolgt, beginnend mit der Frischbetontemperatur $T_c(t=0) = T_{c0}$ unter Berücksichtigung der Wärmefreisetzung $q(x,y,z,t)$ auf Basis der DGL der Wärmeleitung:

$$\Delta_L T - \frac{\lambda_c}{c_c \rho_c} + \frac{q}{c_c \rho_c} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (5.1)$$

mit

$$\Delta_L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (5.2)$$

Die Lösung der Gl.(5.1) erfordert die Formulierung zeitlicher und räumlicher Randbedingungen, und zwar sowohl für das eingeschaltete als auch für das entschaltete Bauteil, an dessen freier Oberfläche und Verbindung zum Nachbarbauteil bzw. Baugrund etc.. Die orts- und zeitvariante Wärmefreisetzungsrates $q(x,y,z,t)$ wird durch die Gln.(3.14) und (3.15) beschrieben. Mit ihr kann nun über die Koppelbeziehung Gl.(3.15) das Feld des Hydratationsgrads simultan mit dem Temperaturfeld berechnet werden. Da die mechanischen Eigenschaften mit dem Hydratationsgrad verknüpft sind, sind sie zu jedem Zeitpunkt und an jedem Ort bestimmbar (s. Abschn. 4.3.2). Wegen der zu treffenden Annahmen stellt die Lösung $T(x,y,z,t)$ eine Prognose dar. Deshalb sind rechnerische Studien innerhalb von Werteschränken sinnvoll. Die Verifizierung kann durch die Messung der realen Bauteiltemperatur erfolgen.

5.1.2 Verfahren zur Temperaturfeldberechnung

Weil die Freisetzungsrates der Hydratationswärme physikalisch nichtlinear ist, muss die Gl.(5.1) numerisch gelöst werden. Über Lösungen für komplexe mehrdimensionale Probleme mit Finiten Elementen berichten zahlreiche Arbeiten, so z.B. [80], [29], [97], [45], [37], [44], [65]. Kommerzielle Rechenprogramme stehen zur Verfügung, s. in [78].

Unter der Voraussetzung, dass das Bauteil idealisiert abgebildet werden kann, s. Abschn. 5.2, kann die Temperaturfeldberechnung im allg. für ein- und zweidimensionale Wärmeleitung erfolgen. In [16, 59, 60, 97] wird unter dieser Voraussetzung das Differenzenverfahren für das Wand-Sohle-Problem erläutert. Es ist einfach zu programmieren und wird hier angewandt [97, 60, 59].

5.2 Bauteil und Umgebung, geometrische und thermische Abbildung

5.2.1 Idealisierungen

Sowohl für die Berechnung der Felder $T_j(t)$, $\alpha_j(t)$, $f_{ctj}(t)$ etc. als auch für die Spannungsberechnung müssen das Bauteil und seine Umgebung abgebildet werden ($j = x, y, z, t$). Hier liegt der Schwerpunkt zum einen auf der geometrischen Abbildung und zum anderen Formulierung der Anfangs-, Rand- und Übergangsbedingungen des Wärmetausches mit der Nachbarschaft. Dabei müssen die Überlegungen zur Konstruktion und Ausführung einfließen (s. Abschn. 1 und Bild 2.2). Die Zwängung durch Nachbarn wird später behandelt. Vor dem Hintergrund der Zielsetzung des Planungswerkzeugs es ist in vielen Fällen ausreichend, Idealisierungen vorzunehmen, deren Vertretbarkeit prüfen ist. Im folgenden werden beispielhaft zwei Idealisierungen für die Temperaturberechnung behandelt.

5.2.2 Vereinfachung bei einer Sohlplatte

Eine Sohlplatte mit großen Abmessungen im Grundriss kann durch einen 1 m breiten Streifen mit der Dicke d_c abgebildet werden, Bild 5.1. Die vertikalen Schnittebenen im Abstand von $\pm 0,5$ m vom Koordinatenursprung ($x = 0, z = 0$) stellen adiabate Ränder dar: Wärmestromdichte normal zur Ebene $q_n = 0$. Der Streifen $1,0 \text{ m} \cdot d_c$ wird in y -Richtung als unendlich lang angesehen. Es liegt ein eindimensionales Wärmeleitproblem vor: $T_j(t) = T(z,t)$.

Die thermische Wechselwirkung zwischen Sohle und Beton kann über eine 1 m breite und $n d_c$ dicke Bodenschicht modelliert werden. Es wird angenommen, dass in der Tiefe $z = -n d_c$ eine isothermische Randbedingung vorliegt: $T_s(-n d_c, t) = \text{konst.} = T_{s0}$ mit T_{s0} , Anfangstemperatur des Bodens. Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass der Faktor $n \approx 2$ bis 4 betragen sollte, um

die Randbedingung in der Tiefe einzuhalten.

Die Lufttemperatur T_a kann je nach Bedarf als konstant oder als Welle bzw. als Temperaturgeschichte $T_a(t)$ mit dem Anfangswert T_{a0} formuliert werden. In der Wärmeübergangszahl $\alpha_{e, \text{res}}$ ist der Einfluss des Klimas, einer Wärmedämmmatte oder einer anderen Nachbehandlungsart zu berücksichtigen. Wirkt die Witterung auf die Betonoberfläche ein, so wird dies mit der Wärmeübergangszahl α_e erfasst. In beiden Wärmeübergangszahlen, $\alpha_{e, \text{res}}$ und α_e , sind die meteorologischen Bedingungen zu berücksichtigen (s. Abschn. 5.5).

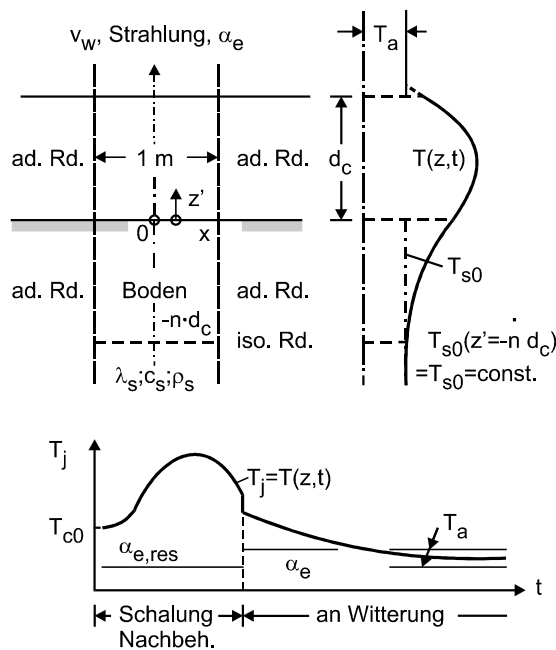


Bild 5.1: Geometrische und thermische Idealisierung bei einer Sohlplatte

Fig. 5.1: Geometrical and thermal idealization for a slab on ground

Die Anfangstemperatur des Betons ist die Frischbetontemperatur T_{c0} . Bei dicken Platten großer Flächenausdehnung sind ggf. die Steig- und Ausbreitgeschwindigkeit des Frischbetons z_b in der Temperaturberechnung zu berücksichtigen.

Bei Sohlplatten aus Unterwasserbeton kann man entsprechend idealisieren. Hier ist davon auszugehen, dass der wassergesättigte Boden und das Baugrubenwasser zu Betonierbeginn die gleiche Temperatur aufweisen werden. Dies kann man wie folgt ausdrücken (ansonsten s. Bild 5.1):

$$\begin{aligned} T_w(t) &= T_{w0} = \text{konstant}, \\ T_s(0,0) &= T_{w0}, \\ T_s(-n \cdot d_c, t) &= T_{w0}. \end{aligned}$$

Der konvektive Wärmeübergang zum Baugrubenwasser wird in Abschn. 5.3. behandelt. Nach dem Lenz

der Baugrube (2 bis 3 Wochen nach der Betonage) wirkt - zumindest für eine gewisse Zeit - die normale Witterung (Windgeschwindigkeit v_w eher gering) ein. Eine weitere Nachbehandlung findet i. allg. nicht statt.

An freien Sohlrändern wird das eindimensionale Temperaturfeld $T(z,t)$ „gestört“; es ist dort zweidimensional. Man kann aber annehmen, dass ab dem Abstand d_c vom freien Rand wieder das eindimensionale Feld vorherrscht. Stoßen die Sohlränder an Altbetonbauteile (z.B. Schlitzwand), so ist die bei der Berechnung ggf. zu berücksichtigen.

5.2.3 Vorgehen bei einer Wand auf Fundament

Sobald die Länge ℓ einer Wand auf einem Fundament oder einer Sohle mehr als $\approx 2,5 h_c$ beträgt, kann folgende Idealisierung vorgenommen werden. Es genügt, einen 1 m langen Abschnitt mit dem Querschnitt nach Bild 5.2 zu betrachten und den Wärmeabfluss durch Stirnflächen außeracht zu lassen. Ansonsten gelten die in Bild 5.1 getroffenen Aussagen und Festlegungen. Hier liegt ein zweidimensionales Wärmeleitproblem vor: $T_j(t) = T(x,z,t)$.

5.3 Thermische Stoffeigenschaften

5.3.1 Vorbemerkungen

In diesem Abschnitt werden folgende thermische Stoffeigenschaften behandelt: Wärmeleitfähigkeit, spezifische Stoffwärme, Wärmedehnzahl des Betons und Frischbetontemperatur. Darüber hinaus werden entsprechende Rechenwerte für Böden vorgeschlagen. Wärmeleitfähigkeit und spezifische Stoffwärme jungen Betons

Die spezifische Wärme des Betons ist bereits in Abschn. 3.4.1 behandelt worden. Dort wurde für sie ein Stoffmodell formuliert, Rechenwerte wurden vorgeschlagen. Die Wärmeleitfähigkeit wird durch die Wärmeleitfähigkeit λ_c beschrieben. Diese hängt von zahlreichen Einflussgrößen ab, wie z.B. von der Art und Menge des Betonzuschlags, vom Hydratationsgrad und von der verdampfbaren Betonfeuchte u.a.m. [46], [37]. Die Wärmeleitfähigkeit eines normal zusammengesetzten und erhärteten Betons kann als Mischungsformel ausgedrückt werden (W/m K):

$$\lambda_{c1} \approx \frac{1}{\rho_c} [C \cdot f_c + W \cdot f_w + A \cdot f_A + FA \cdot f_{FA}]. \quad (5.3)$$

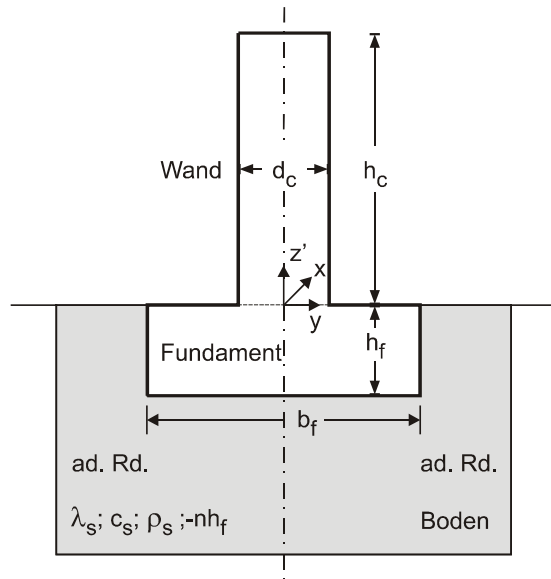


Bild 5.2: Geometrische und thermische Idealisierung einer Wand auf Fundament

Fig. 5.2: Geometrical and thermal idealization of a wall on foundation

Die Masseanteile der Betonkomponenten C, W, A, und FA sowie die Frischbetonrohddichte ρ_c sind bereits in Abschn. 3.4.1 erläutert worden. Diese Werte können der Betonrezeptur des Ausführungsbetons entnommen bzw. müssen angenommen werden. Die Faktoren f_i sind Tab. 5.1 für eine mittlere Betontemperatur von rd. 40 °C aufgeführt (der Einfluss der Betontemperatur auf λ_c ist eher gering).

Tab. 5.1: Faktoren f_i zur Bestimmung von λ_c

Tab. 5.1: Factors f_i for the determination of λ_c

Stoff	f_i [W/mK]
Wasser	0,6
Zement	1,3
Flugasche	1,3
Quarzsand/ - kies	3,5
Dolomit	4,2
Kalkstein	2,6

Über umfangreiche Versuche wird in [46] berichtet. Dabei wurden praxisnah zusammengesetzte Betone mit 300 bis 341 kg/m³ CEM I 42,5 R und $w = 0,52$ bis 0,63 sowie unter Verwendung von quarzitischem Kiessand- und gebrochenem Kalksteinzuschlag untersucht. Die Wärmeleitfähigkeit versiegelter Proben hängt vom Erhärtungsfortschritt ab. Rd. 50 Std. nach der Betonherstellung erreicht sie ihr Maximum. Danach fällt sie stetig ab. Nach rd. 1/2 Jahr wird ihr Endwert erreicht.

Die gemessenen Endwerte der Wärmeleitzahl betragen i.M. für Kiessandbetone $\approx 2,8$ W/mK und für Kalksteinbetone $\approx 1,9$ W/mK. Diese Messwerte kann man auch mit Gl. (5.3) ungefähr vorhersagen. Da aber Temperaturberechnungen i.d.R. für die ersten 4 bis 8 Wochen nach Betonage erfolgen, ist für diesen Zeitraum eine höhere Wärmeleitzahl anzusetzen. Es wird deshalb vorgeschlagen, den Rechenwert nach Gl. (5.3) anzuhoben:

$$\lambda_c \approx 1,2 \lambda_{c1} \quad (5.4)$$

Damit ergeben sich für Kiessandbeton $\lambda_c \approx 3,2$ W/mK und für Kalksteinbeton $\lambda_c \approx 2,2$ W/mK. Diese Rechenwerte entsprechen dann den o.g. Messwerten [46]. Tab. 5.2 enthält Rechenwerte der Wärmeleitzahl für normal zusammengesetzte und erhärtete Betone mit unterschiedlichem Zuschlagmaterial [16]). Die in Tab. 5.2 aufgeführte Temperaturleitzahl ist wie folgt definiert (m²/h):

$$a_c = \frac{\lambda_c}{c_c \rho_c} \quad (5.5)$$

Tab. 5.2: Rechenwerte der Wärme- und Temperaturleitzahl von Beton [16]

Tab. 5.2: Nominal values of coefficient of heat conduction and thermal diffusivity of concrete [16]

Zuschlagart	Wärmeleitzahl λ_c [W/mK]	Temperaturleitzahl a_c [m ² /h]
Kiessand	3,0 - 3,5	0,0054
Dolomit	3,2	0,0047
Kalkstein	1,9 - 2,3	0,0046
Granit	2,6 - 2,7	0,0040
Basalt	1,9 - 2,2	0,0030

5.3.2 Thermische Stoffeigenschaften und Dichten einiger Bodenarten

Zur Berechnung der Temperaturen in einem Bauteil, das mit dem Baugrund unmittelbar in Kontakt steht, benötigt man thermische Stoffgrößen des Bodens. Tab. 5.3 enthält eine Zusammenstellung von Rechenwerten für unterschiedliche Böden.

5.3.3 Wärmedehnverhalten des Betons

Temperaturänderungen führen zu Temperaturdehnungen

$$\varepsilon_0 = \alpha_T \cdot \Delta T \quad (5.6)$$

Hierin ist α_T die lineare Wärmedehnzahl des Betons. Diese hängt v.a. von der Art und dem Stoffraumanteil des Naturzuschlags ab. Aber darüber hinaus üben der Zementstein und dessen Erhärungsgrad, die Betonfeuchte und Temperatur einen Einfluss aus. In Tab. 5.4 sind mittlere α_T -Werte auf Basis von [16] für einige Zuschlagarten und üblich zusammengesetzte Betone aufgeführt. Die Variabilität der Zuschlagsart ist mit Schwankungen von $\Delta\alpha_T \approx \pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ verbunden.

5.3.4 Frischbetontemperatur T_{c0}

Die Frischbetontemperatur T_{c0} ist die Betontemperatur beim Einbau des Betons. Auf ihren großen Einfluss auf die Bauteiltemperatur ist bereits hingewiesen worden. Zur wirklichkeitsnahen Annahme der bei der Betonage des Bauteils maßgebenden Frischbetontemperatur sollte sich der Konstrukteur des Rates des Betoningenieurs des Bauunternehmens und des Transportbetonherstellers bedienen. Meist liegen langfristige Aufschriebe vor. Bild 5.4 zeigt z.B. für 1997 den Gang des Tagesmittels $T_{am}(t)$ der Lufttemperatur sowie die Gänge des minimalen und maximalen Tagesmittels T_{cm0} der Frischbetontemperatur eines Transportbetonwerkes in Berlin. In [94] wird auf der Basis von Messungen folgende Beziehung angegeben:

$$T_{c0} \approx 9,7 + 0,62 \cdot (T_{am} + 5) [^{\circ}\text{C}]. \quad (5.7)$$

Die Schwankung der gemessenen Werte von T_{c0} beträgt $\Delta T_{c0} \approx \pm 2 \text{ K}$ um diese rechnerische Gerade. Des weiteren wird auf Abschn. 5.5.2 verwiesen.

5.4 Wärmeübergänge

5.4.1 Wärmeübergang zur Luft

Der konvektive Übergang des Wärmestroms vom Bauteil an dessen Umgebung wird durch die Wärmeübergangszahl α_e beschrieben. Die üblicherweise vorausgesetzte NEWTON'SCHE Randbedingung des Wärmeübergangs von Bauteil an ein strömendes Medium (Luft, Wasser) lautet mit Bild 5.3 (z.B. in Richtung der Koordinate x normal zur Bauteiloberfläche):

$$\lambda_c \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_s = \alpha_e (T_s - T_a) \quad (5.8)$$

mit: α_e , Wärmeübergangszahl in $[\text{W}/\text{m}^2\text{K}]$; T_s , Oberflächentemperatur des Bauteils; T_a , Umgebungstemperatur. In der Wärmeübergangszahl werden üblicherweise neben dem Einfluss der Windgeschwindigkeit auch die Wirkungen des Wärmetausches durch Strahlung und Feuchtetausch (Trocknung und Befeuchtung durch Kondensation) an der Bauteiloberfläche zusammengefasst:

Tab. 5.3: Rechenwerte thermischer Stoffgrößen von Böden und Fels [104]

Tab. 5.3: Nominal values of thermal material parameters for soils and rock [104]

Bodenart	Feuchte- zustand	ρ_s [t/m ³]	λ_s [W/m K]	c_s [kJ/kgK]
Sandboden	trocken	1,4 - 1,6	0,3	0,8
Kiesboden	natur- feucht	1,5 - 1,8	1,0 - 1,3	0,8
	wasser- gesättigt	2,0	1,7 - 2,4	1,2 - 1,5
bindiger Boden	trocken	1,5	0,6	0,8
	natur- feucht	1,7	1,5	0,8
	wasser- gesättigt	2,0	2,6	0,8
Fels	Granit	2,5 - 2,9	3,5 - 4,5	0,8

Tab. 5.4: Rechenwerte der linearen Wärmedehnzahl von Beton

Tab. 5.4: Nominal values of coefficient of linear expansion of concrete

Zuschlagart	$\alpha_T [10^{-6} \text{ K}^{-1}]$
quarzit. Zuschlag	12
Sandbeton	11
Granit	10
Dolomit	10
Kalkstein	9

$$\alpha_e = f(v_w, \text{Strahlung}, \text{Feuchte}) \quad (5.9)$$

In Tab. 5.5 sind Werte der effektiven Wärmeübergangszahl in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit angegeben [16]. Die Tab. 5.6 enthält Rechenwerte, die den Einfluss der Strahlung α_r und des Windes bei einer Windgeschwindigkeit von 1 m/s zusammenfassen [53, 37].

5.4.2 Wärmeübergang zu Wasser

Bei der Herstellung von Sohlen aus Unterwasserbeton ist die Sohlenoberseite über mehrere Wochen oft von mehreren Metern Baugrubenwasser überdeckt. Die Sohlenunterseite steht im Kontakt mit dem wassergesättigten Boden. Der Wärmeübergang des jungen Betonbauteils zum vorbeiströmendem Wasser ist groß: $\alpha_e \approx 100$ bis $500 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$. Bei stehendem Wasser kann man $\alpha_e \approx 100 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ ansetzen [16].

Tab. 5.5: Rechenwerte der Wärmeübergangszahl α_e abhängig von der Windgeschwindigkeit

Tab. 5.5: Nominal coefficients of heat transfer dependent on wind velocity

Bezeichnung	Windgeschwindigkeit v_w		α_e
	[m/s]	[kJ/m ² h K]	
windstill	0 - 3	30 - 60	8 - 16
mäßiger Wind	3 - 7	60 - 120	16 - 33
starker Wind	7 - 15	120 - 200	33 - 56
Sturm	15 - 25	200 - 300	56 - 83

Tab. 5.6: Rechenwerte der Wärmeübergangszahl α_e unter Einschluss der Wirkungen der Strahlung und des Windes bei einer Windgeschwindigkeit von 1 m/s für unterschiedliche Bauteile

Tab. 5.6: Nominal coefficients α_e of heat transfer, taking the effects of radiation and wind velocity of 1 m/s into account for different structural elements

	α_r [W/m ² K]	α_k [W/m ² K]	α_e [W/m ² K]
Fahrbahnplatten	4,2	8,8	13,0
Sohlplatten, Aufheizung	4,0	6,0	10,0
Sohlplatten, Abkühlung	4,0	8,0	12,0
Wände u. Balken im Schatten	3,9	7,1	11,0
Wände u. Balken an der Sonne	4,0	7,5	11,5

5.4.3 Wärmeübergang im eingeschalteten Zustand und während der Nachbehandlung

Wände, Balken etc. sind nach dem Betoneinbau mehrere Tage eingeschalt (vom Alter 0 bis zum Alter t_{iw}). Die wärmedämmende Wirkung der Schalung kann während der Zeitspanne t_{iw} durch die resultierende Wärmeübergangszahl

$$\frac{1}{\alpha_{e,res}} \approx \frac{1}{\alpha_e} + \sum_i \frac{d_i}{\lambda_i} \quad (5.10)$$

ausgedrückt werden.

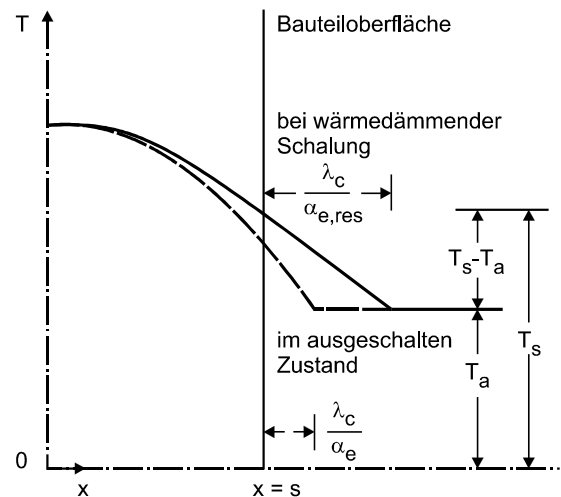


Bild 5.3: Wärmeübergang auf Bauteiloberfläche

Fig. 5.3 Heat transfer at surface of structural element

Hierin bedeuten: i , Schichtenzahl der Schalung, einer wärmedämmenden Abdeckung etc. λ_i , Wärmeleitfähigkeit der Schicht i ; d_i , Dicke der Schicht i . Im allg. genügt es von einer Schalungsschicht auszugehen, in der die Aussteifungselemente der Schalung etc. berücksichtigt sind. So z.B. bei (Werte in [m²K/W]) feuchter Holzschalung,

$$\frac{1}{\alpha_{e,res}} \approx \frac{1}{\alpha_e} + 0,29.$$

bei Stahlschalung,

$$\frac{1}{\alpha_{e,res}} \approx \frac{1}{\alpha_e}$$

und bei Verwendung einerfeuchten Wärmedämmmatte

$$\frac{1}{\alpha_{e,res}} \approx \frac{1}{\alpha_e} + 0,1.$$

Werte für die Wärmeübergangszahl α_e können den Tab. 5.2 und Tab. 5.3 entnommen werden. Wird die Betonoberfläche sofort nach dem Ausschalen vor dem Austrocknen durch eine nichtdämmende Schicht (PE-Folie) geschützt, so kann der Wärmeübergang näherungsweise mit $\alpha_e(v_w = 0)$ nach Tab. 5.2 angesetzt werden. Umfangreiche Angaben enthält [41].

5.5 Temperatureinwirkungen

5.5.1 Meteorologische Einflüsse

Die Berechnung des Temperaturfelds ist ein sog. Anfangswertproblem. Dies bedeutet, dass beim „Start“, Betonalter $t = 0$, die Anfangstemperatur des Frischbetons, des berührenden Bodens und Wassers, der Luft

sowie der mit dem Bauteil in festem Kontakt stehenden Nachbarbauteile bekannt sein oder angenommen werden müssen. Einige Hinweise hierzu wurden bereits in Bild 5.1 und Bild 5.2 gegeben. Darüber hinaus wird sich der Wärmehaushalt zwischen dem jungen Bauteil und der Umgebungsluft über die meteorologischen Komponenten

- Lufttemperatur,
- Strahlung,
- Wind und
- Niederschlag

abhängig von den klimatischen Bedingungen zur Herstellzeit (Jahreszeit, Wetter) zeitlich ändern. Einen Überblick über die Einflüsse dieser Komponenten auf die Betontemperatur, deren Größe und Zeitveränderung sowie zu deren Modellierung gibt [94].

Neben den meteorologischen Einwirkungen sind gegebenenfalls auch die Temperaturbedingungen aus späteren Bauzuständen, bestimmungsgemäßem Betrieb etc. zu verfolgen. Auf diese Fälle wird hier nicht weiter eingegangen. Hinweise können [94] entnommen werden.

Die meteorologischen Komponenten Wind und Strahlung sind im Zusammenhang mit dem Wärmeübergang zu Luft und Wasser in Abschn. 5.4 behandelt worden. Wie bereits begründet, darf das massive Bauteil in den ersten Wochen nach Betonage als „versiegelt“ betrachtet werden (keine Austrocknung und Feuchteaufnahme durch Kondensation sowie Niederschlag).

5.5.2 Tagesgang und Tagesmittel der Lufttemperatur

Zur Modellierung des Tagesgangs der Lufttemperatur zu Beginn der Betonage und im Zeitraum mehrerer Wochen danach ist das Tagesmittel anzunehmen. Das Tagesmittel stellt den Startwert der mittleren Lufttemperatur $T_{a0} = T_a(0)$ dar. Die mittlere Lufttemperatur kann sich danach zum einen zeitabhängig verändern, und zum anderen wird sie von der täglichen Temperaturamplitude überlagert sein. In Bild 5.4 sind für das Jahr 1997 der Gang des Tagesmittels $T_{am}(t)$ und die Gänge der minimalen und maximalen Frischbetontemperatur (Tagesmittel) eines Berliner Transportbetonwerks dargestellt. Das Bild 5.5 zeigt Beispiele der täglichen Schwankung der Lufttemperatur im Winter und Sommer [94].

Daten zur Tagesmitteltemperatur T_{am} können der DIN 4710 (Meteorologische Daten) und den Berichten des Deutschen Wetterdienstes für bestimmte Regionen entnommen werden (s. [94], [92]).

5.5.3 Modellierung der Tagesgänge der Lufttemperatur und Annahmen für Temperaturanfangswerte

Bild 5.6 gibt Hinweise für eine einfache Modellierung der Lufttemperatur. Hinweise zur Annahme von T_{a0} bzw. $T_{am}(t)$ sowie zur Amplitude ΔT_a kann man von Transportbetonherstellern, vom Wetterdienst etc. erhalten. DIN 4710 enthält langjährige meteorologische Daten. In Anbetracht der Unschärfen in den Annahmen genügt es, die Schwankung $\Delta T_a(t)$ als Dreieck- oder Sinuswelle zu beschreiben. In vielen Fällen ist es ausreichend, während der für Temperatur- und Spannungsberechnungen gewählten Zeitspanne von < 56 d mit konstanten Werten von T_{a0} , α_e und $\alpha_{e,res}$ zu rechnen.

Die Frischbetontemperatur kann mit Vorinformationen festgelegt oder mit Gl. (5.7) eingegrenzt werden. Die Grundwassertemperatur wird zwar regional, so doch nur in geringem Maße über das Jahr variieren. Als Anhaltswerte können dienen: Winter, $\min T_{w0} = 5$ °C und Sommer, $\max T_{w0} = 14$ °C. Die Annahme von Bodentemperaturen ist schwierig. Die Temperatur wassergesättigten Bodens beträgt $T_{s0} \approx T_{w0} = \text{konstant}$.

5.6 Anhaltswerte und Berechnungsergebnisse

5.6.1 Vorbemerkungen

In der deutschen Betonbaupraxis werden Temperaturfelder nur gelegentlich berechnet. In den Niederlanden, Skandinavien und Japan stellen die Berechnung und Messung der Bauteiltemperatur in massigen Konstruktionen i.d.R. Leistungspositionen dar. Berechnungen werden auch durch vorlaufende Messungen an Blöcken (Ausschnitt aus dem Bauteil) ersetzt oder ergänzt. Darüber hinaus werden Schätzwerte der Betontemperatur während der Erhärtung benutzt. Umfangreiche Berechnungen der Temperaturen in dicken Sohlen werden in [81] dokumentiert. Über diese und andere Ergebnisse wird auszugsweise berichtet.

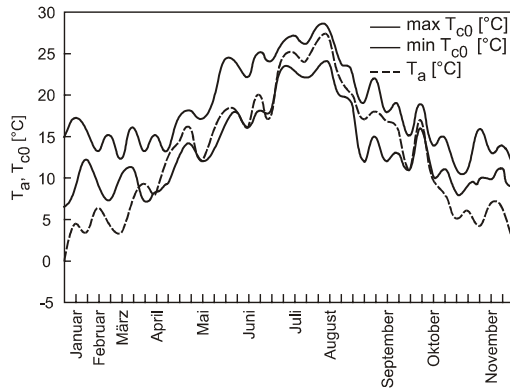


Bild 5.4: Frischbeton- und Lufttemperaturen, Aufzeichnungen eines Betonherstellers

Fig. 5.4: Temperatures of fresh concrete and mean daily temperatures of air. Records of a concrete plant.

5.6.2 Anhaltswerte der Bauteiltemperatur

Tab. 5.7 nennt Anhaltswerte der maximalen Temperaturen $\max T_m$ im Kern von Wänden in Abhängigkeit mehrerer Parameter [82]. Die Temperaturwerte stellen Mittelwerte aus Berechnungen dar. Letztere wurde durchgeführt für: B25 und B35; $C = 300 \text{ kg/m}^3$ der Festigkeitsklasse 32,5 R, Windgeschwindigkeit 5 m/s u.a.m.. Bei Verwendung einer Holzschalung sind mit rd. 5 bis 15°C höheren Temperaturen zu rechnen. Die Übertragung auf andere Fälle (z.B. $C \geq 300 \text{ kg/m}^3$ etc.) ist nicht möglich.

Tab. 5.7: Anhaltswerte über die maximale, mittlere Bauteiltemperatur $\max T_m$ (Stahlschalung, [82])

Tab. 5.7: Nominal values of maximal mean temperature $\max T_m$ (steel shuttering, [82])

Jahreszeit	Frishbeton-temperatur	mittlere Lufttemperatur
	T_{c0} in $^\circ\text{C}$	T_{a0} in $^\circ\text{C}$
Winter	12	bis 5
Frühling/ Herbst	18	5 bis 15
Sommer	25	15 bis 25

Jahreszeit	$\max T_m$ in $^\circ\text{C}$ bei Bauteildicken von	
	$0,3 \text{ m} \leq d_c \leq 0,6 \text{ m}$	$0,6 \text{ m} \leq d_c \leq 1,2 \text{ m}$
Winter	12 bis 18	18 bis 25
Frühling/ Herbst	18 bis 25	25 bis 35
Sommer	25 bis 35	35 bis 45

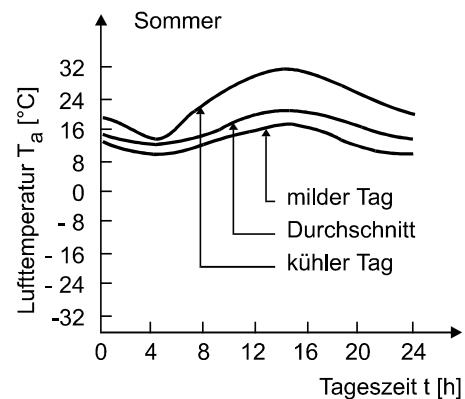
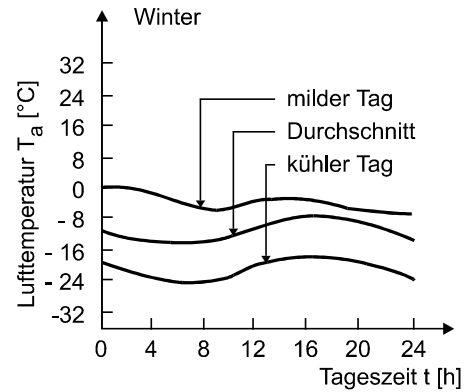


Bild 5.5: Meteorologische Einwirkungen, tägliche Temperaturschwankungen im Winter und Sommer [92]

Fig. 5.5: Daily variation of mean temperature of air in winter and summer, examples [92]

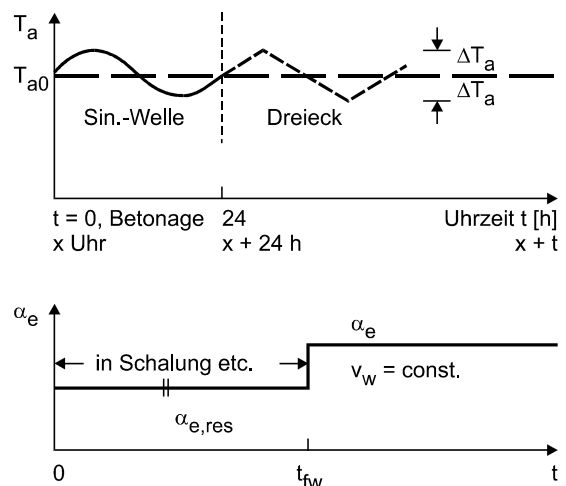


Bild 5.6: Abbildung des Tagesganges der Temperatur und des Wärmeüberganges

Fig. 5.6: Depiction of diurnal variation of air temperature and of heat transfer

Sehr bekannt sind die sogen. Basalla-Kurven, die in Bild 5.8 auszugsweise dargestellt sind ([4], [63]). Neben der adiabatischen Anstiegskurve $\Delta T_{ad}(t)$ sind auch die

Kerntemperaturen unterschiedlich dicker Bauteile abgebildet. Eine brauchbare Abschätzung von kritischen Temperaturdifferenzen und Zugspannungen ist mit Kurven dieser Art nicht möglich.

5.6.3 Temperaturen in dicken Sohlen

5.6.3.1 Eingangsparameter

Das iBMB hat in den vergangenen Jahren umfangreiche Betonuntersuchungen sowie Temperatur- und Spannungsberechnungen für Betonsohlen durchgeführt. Aus den rd. 20 Praxisbetonen werden die Betone CO1 und CO23 herausgegriffen (B25/35). Die Eingangsparameter der Berechnung sind in Anlage A1 zusammengestellt. Der Beton CO1 ist für eine Betonaage in kühler Jahreszeit geeignet: 270 kg CEM I 32,5 R/m³ + 60 kg FA/m³; der Beton CO23 ist ein Sommerbeton: 280 kg CEM III/B 32,5 NWHSNA/m³ + 80 kg FA/m³. Die Wärmefreisetzungspotentiale betragen für CO1 $Q_{\text{pot}} = 38,4 \text{ kWh/m}^3$ und für CO23 $28,5 \text{ kWh/m}^3$.

Variiert wurden die Sohldicken und das Klima bei Herstellung bzw. Erhärtung. Die Nachbehandlung durch PE-Folie über 120 h wurde in allen Fällen angesetzt. Die Koordinate z' zählt von UK Sohle. Die Sohle wurde durch Lamellen diskretisiert (s. Bild 6.3). Die Temperaturen werden in den Lamellenachsen angegeben. Die Bezeichnung eines Falles lautet: Beton-Sohldicke-Klima-Frischbetontemperatur; z.B. CO1-1-FH-15 Beton; $d_c = 1 \text{ m}$; Frühling/Herbst; $T_{c0} = 15^\circ\text{C}$). Abgesehen von außergewöhnlichen Klimasituationen (sehr kalter Winter oder sehr heißer Sommer) hängt die Frischbetontemperatur T_{c0} i.w. von der jahreszeitlichen, mittleren Tageslufttemperatur ab, s. Abschn. 5.5.3 und Bild 5.4. Bei den Berechnungen wurden solche „normale“ Werte von T_{c0} angesetzt.

5.6.3.2 Temperaturen der Sohlen CO1-d_c-FH-T_{c0} und CO1-d_c-S-T_{c0}

Bild 5.8 zeigt die Temperaturverläufe über die Zeit und die Höhe z' für die Sohle CO1-1-FH-15. Die Maximaltemperatur im Kern tritt bei $d_c = 1 \text{ m}$ nach rd. 24 h auf. Mit zunehmender Plattendicke nimmt diese Zeit zu. Der Wärmefluss zur Luft übertrifft jenen zum Boden.

In Bild 5.9 ist der Einfluss der Sohldicke auf die Maximaltemperatur im Kern bei Herstellung im Frühling/Herbst bzw. Sommer dargestellt. Neben der Maximaltemperatur sind die mittlere Tagestemperatur T_{a0} mit ihrer Schwankungsbreite und die Frischbetontemperatur aufgetragen. Durch die Zunahme der Luft- und Frischbetontemperatur nehmen die Kerntemperaturen zu.

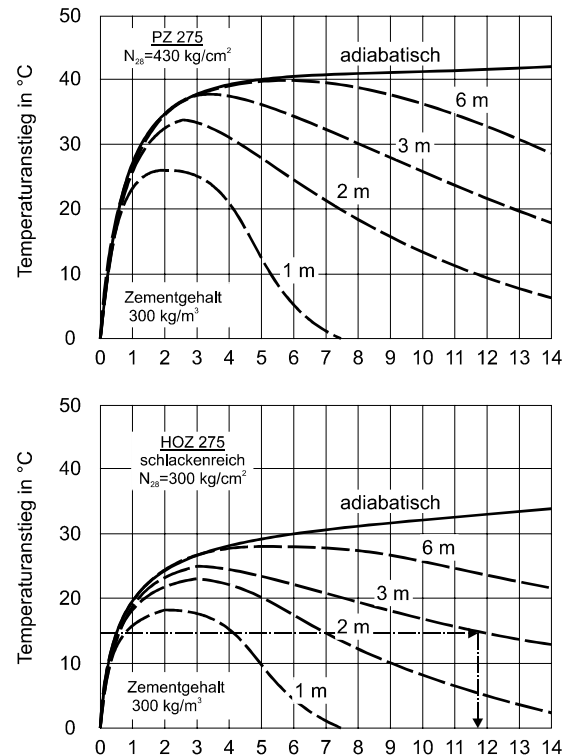


Bild 5.7: Temperaturverlauf im Kern von Betonbauteilen unterschiedlicher Dicke [4]

Fig. 5.7: Temperature in core of structural element of variable thickness [4]

Zur Beurteilung einer evtl. Eigenspannungsrisssbildung dient häufig die größte Differenz zwischen der maximalen Kerntemperatur und der zugehörigen Randtemperatur. Diese ist in Bild 5.10 aufgetragen. Die Temperaturdifferenz ist bei der Herstellung im Frühling/Herbst und Winter größer als im Sommer. Die Differenz nimmt mit der Sohldicke zu.

Die Entwicklung der Stoffeigenschaften des jungen Betons hängt von der Temperatur ab. Bild 5.11 und Bild 5.12 zeigen exemplarisch die Verteilungen des E-Moduls und der Zugfestigkeit über den Querschnitt. Man erkennt, dass ab einem Alter von 56 h die Nichtlinearität fast verschwunden ist. Diese Aussage gilt auch für die Sohlenherstellung in anderen Jahreszeiten. Mit zunehmender Sohldicke nimmt die Ungleichförmigkeit von E_{ct} und f_{ct} über die Dicke zu.

5.6.3.3 Einfluss der Wärmefreisetzung des Betons

Der Beton CO23 weist ein deutlich niedrigeres Freisetzungspotential als CO1 auf. In Bild 5.13 ist die Temperaturverteilung für eine 1 m dicke Sohle dargestellt. Der Vergleich mit Bild 5.9, Beton CO1, kann gezogen werden. Die Maximaltemperatur ist deutlich niedriger. In Bild 5.14 werden die maximalen Temperaturen im Kern und die maximale, mittlere Temperatur der Betone CO1

und CO23 miteinander verglichen. Man erkennt die Auswirkung der geringeren Hydratationswärme des CO23.

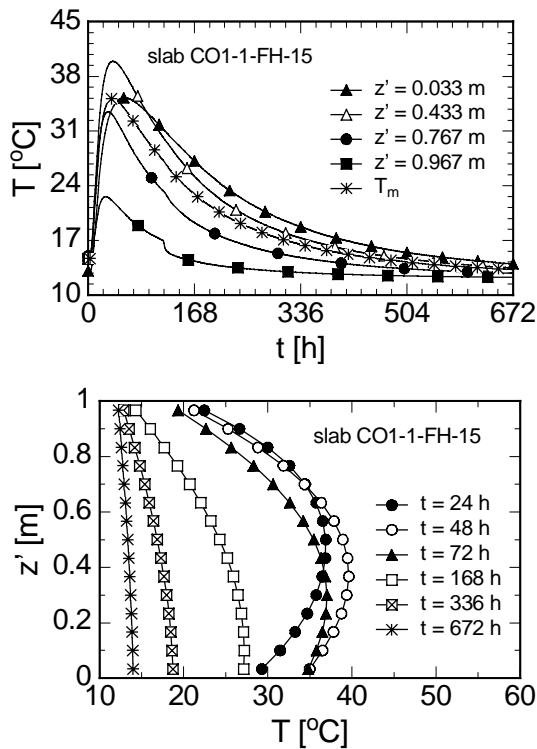


Bild 5.8: Sohle CO1-1-FH-15. Abhängigkeit der Betontemperatur vom Alter und dem Abstand z' über UK Sohle

Fig. 5.8: Slab on ground CO1-1-FH-15. Concrete temperature dependent on age and elevation z' from bottom edge of slab

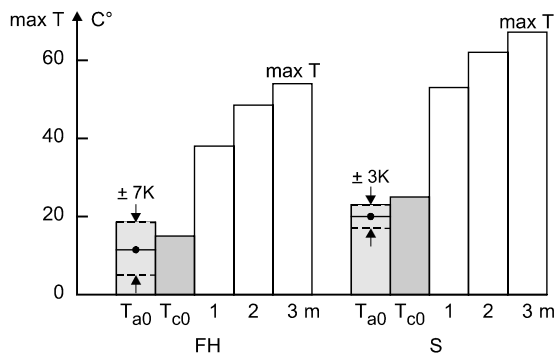


Bild 5.9: Sohle CO1-d_c-T_{c0}. Einfluss der Sohldicke, Frischbetontemperatur und Jahreszeit auf die maximale Temperatur im Kern

Fig. 5.9: Slab on ground CO1-d_c-T_{c0}. Influence of slab thickness, fresh concrete temperature and season of casting on max. temperature.

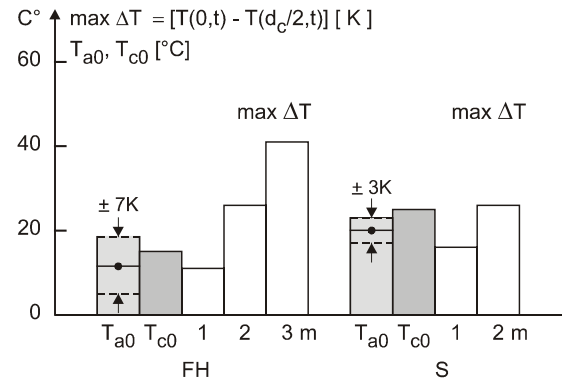


Bild 5.10: Sohle CO1-d_c-T_{c0}. Maximale Temperatur-differenz zwischen Mitte und oberem Rand abhängig von Sohldicke, Frischbetontemperatur und Jahreszeit der Herstellung

Fig. 5.10: Slab on ground CO1-d_c-T_{c0}. Max. temperature diff. ΔT betw. center and top edge of slab dep. on thickness of slab, fresh concrete temp. and season of casting.

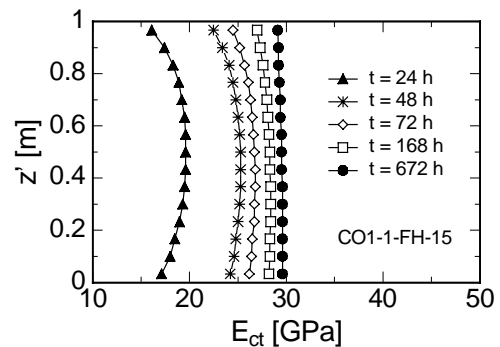


Bild 5.11: Sohle CO1-1-FH-15. E-Modul abhängig vom Alter und Abstand z' über UK Sohle

Fig. 5.11: Slab on ground CO1-1-FH-15. E-modulus dep. on age and elevation z' above ground.

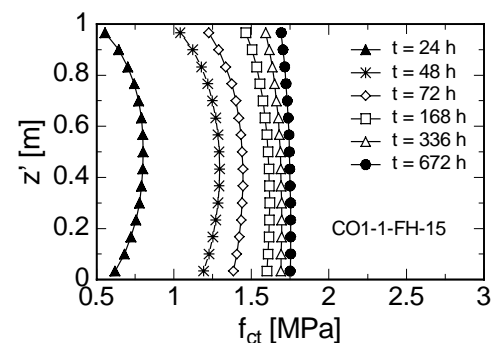


Bild 5.12: Sohle CO1-1-FH-15. Abh. der Zugfestigkeit vom Alter und Abstand z' über UK Sohle.

Fig. 5.12: Slab on ground CO1-1-FH-15. Tensile strength dep. on age a. elev. z' ab. ground.

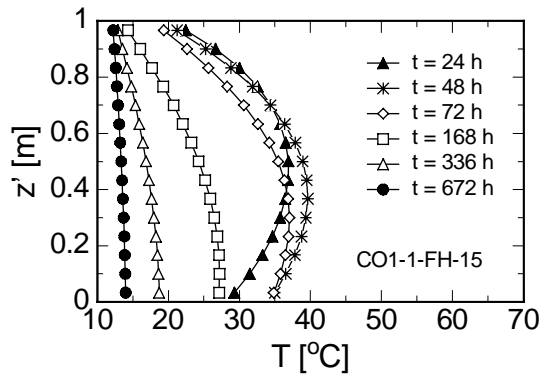


Bild 5.13: Sohle CO23-1-FH-15. Abh. der Betontemperatur v. Alter und Abst. z' über UK Sohle.

Fig. 5.13: Slab on ground CO23-1-FH-15. Temp. dep. on age and elev. z' above ground

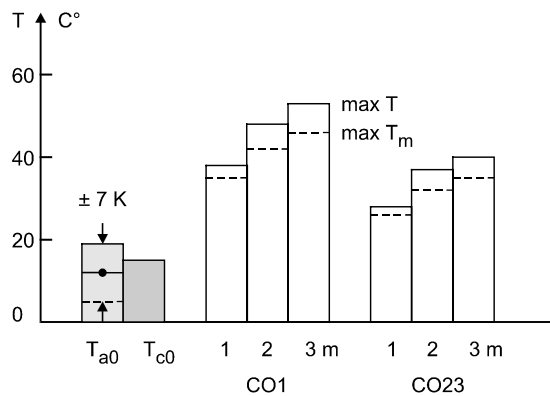


Bild 5.14: Max. Temperatur und max. mittlere Temperatur abhängig von der Sohlstärke und vom Wärmefreisetzungspotential - Betone CO1 und CO23, Herstellung FH

Fig. 5.14: Slab on ground. Max. temperature in core and max. mean temp. dep. on thickness on slab and heat potential. CO1 and CO23.

5.6.4 Temperatur in Wänden auf Fundamenten oder Sohlplatten

5.6.4.1 Eingangsparameter

Die Berechnung erfolgte für das in Bild 5.15 dargestellte System. Die Temperaturen gelten für den Schnitt in halber Wandlänge $\ell/2$ ($x = 0$; Symmetrieachse). Beträgt die Wandschlankheit $\ell/h_c \geq 2,5$, dann kann man näherungsweise in halber Wandlänge von zweidimensionaler Wärmeleitung ausgehen: kein Wärmestrom in Wandlängsrichtung. Die Berechnung erfolgt für die Betone CO1 und CO23 (s. Anlage A1), die Eingangsparameter entsprechen Abschn. 5.6.3. In Abänderung davon wurde die Frischbetontemperatur zu 12°C ange-

setzt: Die Wandschalung besteht aus Holz. Die Einschaldauer beträgt 72 h.

5.6.4.2 Temperaturfelder

Die Bild 5.16 und Bild 5.17 zeigen die Temperaturfelder für zwei Alter bei Verwendung der Betone CO1 und CO23. An Fuß und Krone der Wand ist die Wärmeleitung noch deutlich zweidimensional. Der wärmeableitende Effekt des Fundaments und Bodens ist ausgeprägt. Rd. 2/3 der Wandhöhe weisen eine i.w. gleiche Temperaturverteilung auf (ungef. eindimensionale Wärmeleitung).

Zur Berechnung der Zwangsspannungen und -schnittgrößen benötigt man die über die Wanddicke d_c und Fundamentbreite d_f gemittelte Temperatur $T_m(z, t)$. Bild 5.18 zeigt die symmetrische Temperaturverteilung $T(z, y, t)$ in der Wand in beliebiger Höhe z_k über dem Wandschwerpunkt. Hieraus kann man die Temperatur $T_m(z, t)$ bilden, die über die Höhe nichtlinear verteilt ist. Die Koordinate z_k kennzeichnet den Schwerpunkt der Stabelemente mit dem Querschnitt $\Delta A = d_k \cdot d_j$.

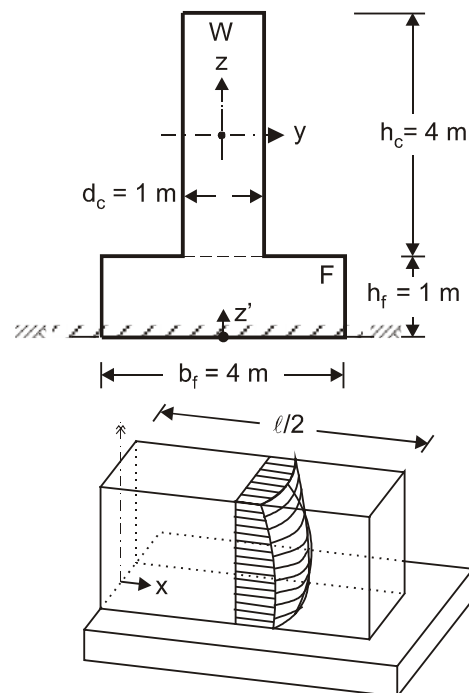


Bild 5.15: Geometrie des untersuchten Wand/Fundament-Systems und Temperaturverteilung

Fig. 5.15: Geometry of wall foundation system and temperature distribution

In Bild 5.19 ist die über die Wanddicke gemittelte Temperatur $T_m(z', t)$ und deren Gesamtmittel $T_m(t)$ für den Beton CO1 und das WFS von Bild 5.15 aufgetragen. Die Koordinate z' zählt von UK Fundament. Der Größtwert $\max T_m(t)$ für Beton CO1 beträgt rd. 32°C, für Beton CO23 rd. 23°C.

In Bild 5.20 ist die Temperatur $T_m(z', t)$ für den Beton CO1 abhängig von der Höhe z' für unterschiedliche Alter aufgetragen.

Man erkennt, dass die mittleren Temperaturen im Höhenbereich $z' = 2$ bis 4 m nur wenig von der z' abhängen. Bei CO1 beträgt der Größtwert $\max T_m \approx 38^\circ\text{C}$ (vergl. Sohle $d_c = 1\text{ m}$, $\max T_m \approx 35^\circ\text{C}$) und bei CO23 ist $\max T_m \approx 28^\circ\text{C}$ (vgl. Sohle $d_c = 1\text{ m}$, $\max T_m \approx 25^\circ\text{C}$). In diesem Bereich tritt i.w. eindimensionale Wärmeleitung auf. Die dargestellten Temperaturverläufe deuten an, dass für den Zwang die freie mittlere Dehnung über die Wandhöhe die größere Rolle als die freie Krümmung spielen wird.

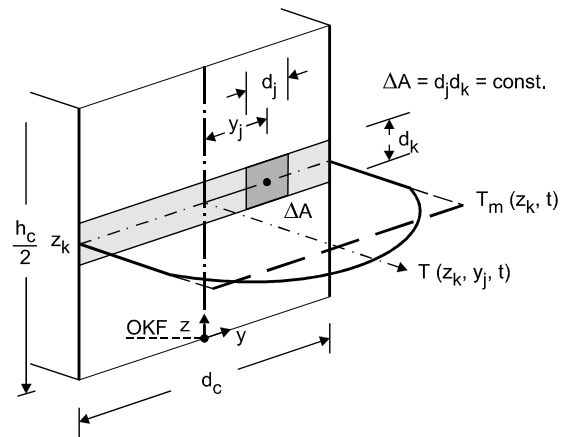


Bild 5.17: Mittlere Temperatur in der Wand am Ort z_k über dem Wandschwerpunkt

Fig. 5.18: Mean temperature in wall in elevation z_k above center of wall

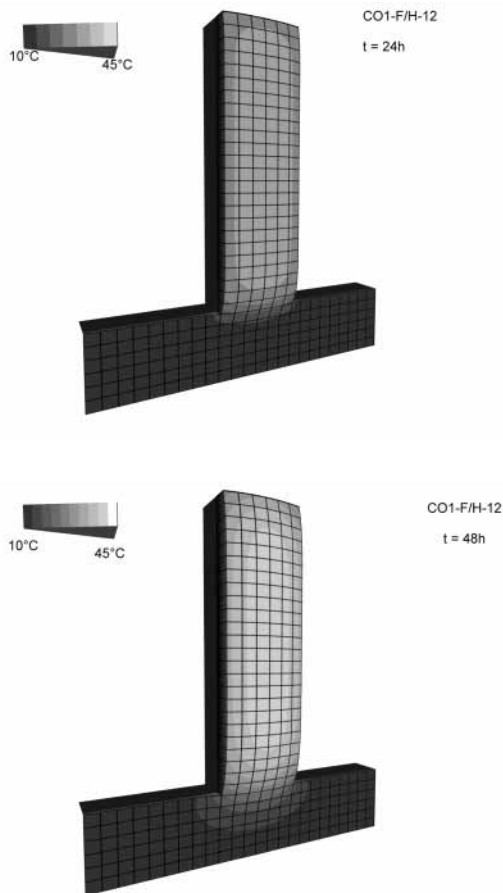


Bild 5.16: Isometrische Darstellung der Temperaturfelder im Alter 24 und 48 h - WFS CO1-FH-12-1.25

Fig. 5.16: Isometrie depiction of temperature at age 24 and 48 h - WFS CO1-FH-12-1.25

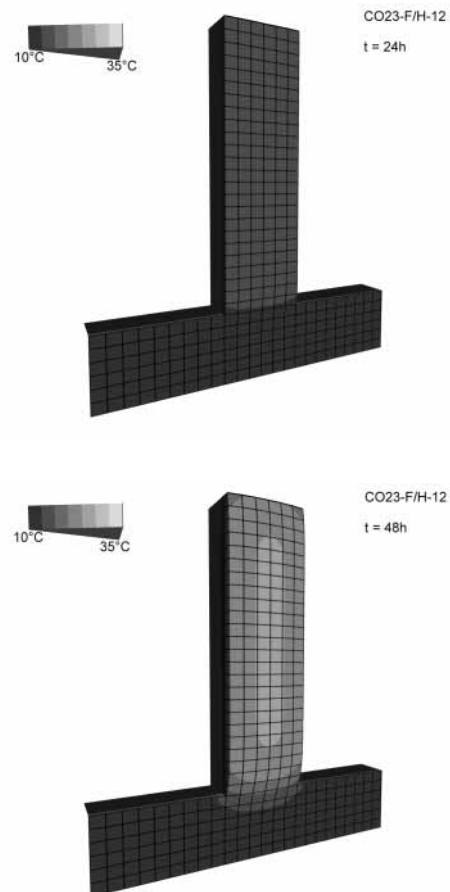


Bild 5.18: Isometrische Darstellung der Temperaturfelder im Alter 24 und 48 h - WFS CO23-FH-12-1.25

Fig. 5.17: Isometric depiction of temperature at 24 and 48 h - wall/foundation system. WFS CO23-FH-12-1.25

5.6.4.3 Freie Verformung

Aus den nichtlinear verteilten Temperaturen $T_m(z', t)$ kann man - getrennt für die Wand und das Fundament - die stellvertretenden Ebenen der freien Verformungen berechnen. Dies sind im jeweiligen Bauteilschwerpunkt durch die freie Mittendehnung ε_{0m} und freie Krümmung κ_0 beschrieben. In Bild 5.21 und Bild 5.22 sind die freien Verformungen ε_{0m} und κ_0 - berechnet mit den Gln. (6.5) und (6.6) - dargestellt. Bei beiden Betonen ist die Expansionsphase ausgeprägt und langandauernd. Die Kontraktionsdehnungen des Betons CO1 in der Wand übertreffen jene des CO23 deutlich. Die freien Dehnungen und Krümmungen im Fundament sind eher klein.

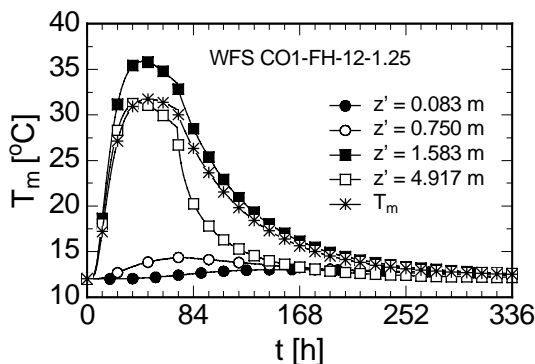


Bild 5.19: Mittlere Temperatur über die Wanddicke $T_m(z', t)$ abhängig vom Alter und Abstand z' über UK Fundament. WFS CO1-FH-12-1.25

Fig. 5.19: Mean temperature over wall thickness $T_m(z', t)$ dependent on age and z' above bottom of foundation. WFS CO1-FH-12-1.25

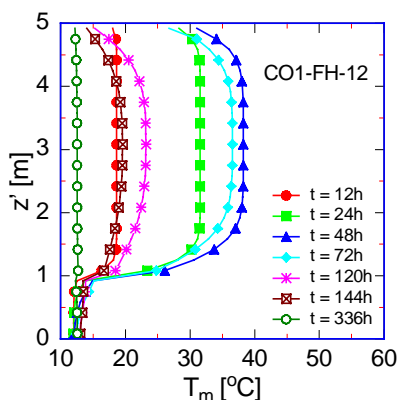


Bild 5.20: Mittlere Temperatur über die Wanddicke abhängig vom Alter und vom Abstand z' über UK Fundament. CO1-FH-12-1.25

Fig. 5.20: Mean temperatures over wall thickness $T_m(z', t)$ dependent on age and z' above bottom of foundation. CO1-FH-12-1.25

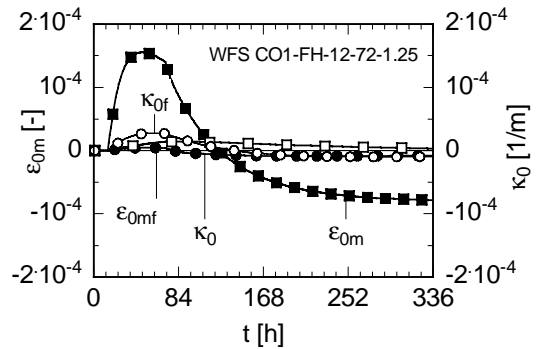


Bild 5.21: Wand/Fundament-System WFS CO1-FH-12-1.25. Mittlere freie Verformungen abhängig vom Alter

Fig. 5.21: Wall-foundation system WFS CO1-FH-12-1.25. Mean free deformation dependent on age

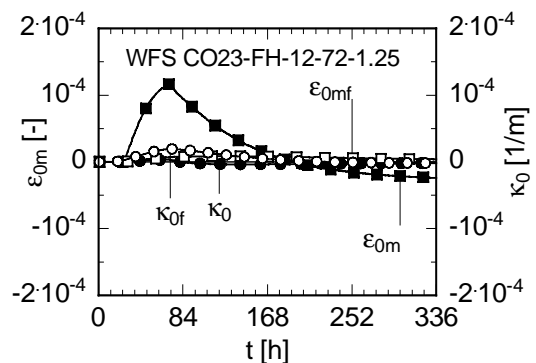


Bild 5.22: Wand/Fundament-System WFS CO23-FH-12-1.25. Mittlere freie Verformungen abhängig vom Alter

Fig. 5.22: Wall-foundation system WFS CO1-FH-12-1.25. Mean free deformation dependent on age

5.6.5 Temperaturen in stabförmigen Ausschnitten aus Decken

5.6.5.1 Vorbemerkungen

Decken, die in ältere Wandscheiben und Unterzüge einbinden, können beträchtlichen Zwang erfahren. Die Bauteiltemperaturen, sowie die freien Verformungen ε_{0m} und κ_0 können vereinfacht für einen langen, 1m breiten Streifen (parallel zu den Spannweiten l_x, l_y) berechnet werden. Dabei kann man von eindimensionaler Wärmeleitung normal zu Ober- und Unterfläche der Deckenscheibe ausgehen. Zu beachten ist, dass sich die Wärmeübergänge an diesen Flächen voneinander un-

terscheiden können (z.B. noch eingeschaltete Unterseite, mit PE-Folie abgedeckte oder bereits freie Oberseite). Die Übergangsgebiete zu „kalten“ Nachbarbauteilen stellen Wärmesenken dar, die strenggenommen eine zweidimensionale Berechnung der Temperaturverteilung erfordern. Sie können aber auch näherungsweise erfasst werden. Nachfolgend werden die Ergebnisse einiger Berechnungsbeispiele dargestellt.

5.6.5.2 Eingangsparameter

Es werden Deckenstreifen mit den Dicken $d_c = 0,5$; $1,0$ und $1,5$ m aus dem Beton CO1 bei Herstellung im Frühjahr/Herbst untersucht. Die Deckenoberseite ist 72 h mit PE-Folie abgedeckt. Die Deckenschalung aus Holz wird im Alter 72 Stunden abgesenkt, bei ggf. fortbestehender Rüstung. Die Frischbetontemperatur wurde zu 12°C angenommen. Nach 72 Stunden werden gleiche Wärmeübergänge und Lufttemperaturen an beiden Flächen angesetzt. Bzgl. weiterer Parameter s. Anhang A1. Die Koordinate z zählt von Deckenmitte.

5.6.5.3 Temperaturfelder

In Bild 5.23 sind die Temperaturen $T(z, t)$ für die 1 m dicke Decke abhängig vom Alter dargestellt. Die Temperatur steigt mit der Dicke an. Ihr Größtwert in halber Dicke wird im eingeschalteten Zustand erreicht. Bild 5.24 zeigt die mittlere Temperatur für alle drei Streifen.

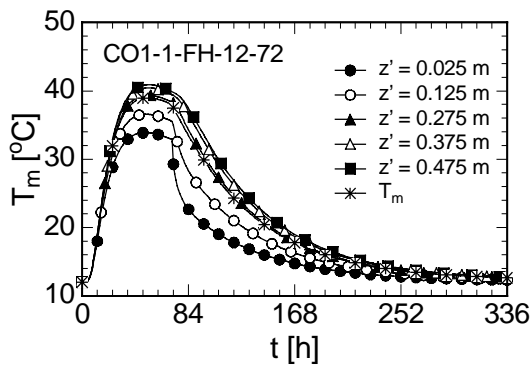


Bild 5.23: Temperatur abhängig vom Alter und Abstand z für den 1 m dicken Deckenstreifen. CO1-1-FH-12-72

Fig. 5.23: Temperature dependent on age and elevation z for the 1 m cut-out from slab. CO1-1-FH-12-72

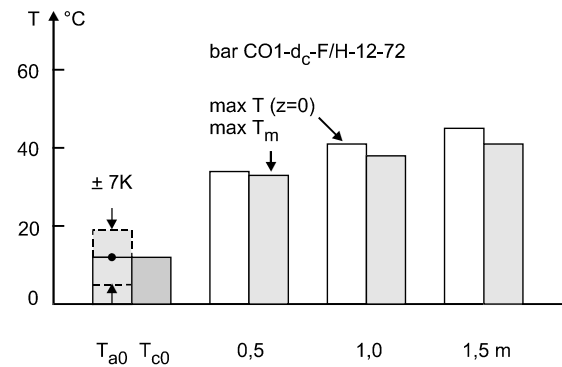


Bild 5.24: Größtwert der Temperatur in Mitte und mittlere Temperatur im Deckenstreifen unterschiedlicher Dicke - CO1

Fig. 5.24: Maximum temperature in axis and maximum mean temperature in cut-out from slab dependent on thickness. CO1- d_c -FH-12-72

5.6.5.4 Mittlere freie Dehnungen

In Bild 5.26 sind die mittleren freien Dehnungen - berechnet mit Gl. (6.6) - aufgetragen. Die Deckendicke wirkt sich - in der Expansionsphase - deutlich auf die Größe der positiven Dehnung und deren Dauer aus. Je dicker die Decke, umso größer ist die Expansion und umso länger die Expansionsphase. Die minimale Kontraktionsdehnung nach erfolgtem Temperaturengleich ist für alle Decken gleich: $\approx -0,09$ ‰.

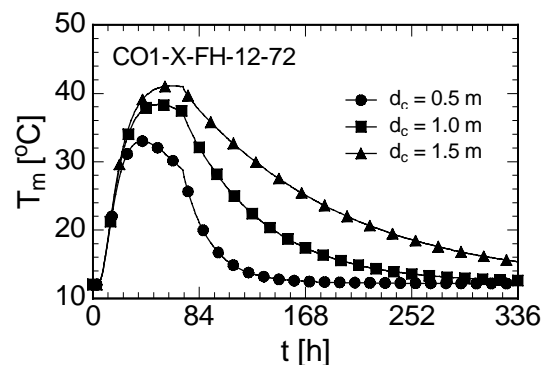


Bild 5.25: Mittlere Temperatur abhängig vom Alter und Deckendicke. CO1-X-FH-12-72

Fig. 5.25: Mean temperature dependent on age and thickness of cut-out from slab. CO1- d_c -FH-12-72

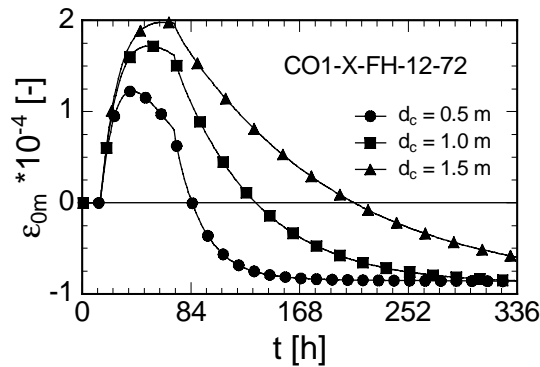


Bild 5.26: Freie mittlere Dehnung abhängig vom Alter und von der Deckendicke. CO1-d_c-FH-12-72

Fig. 5.26: Mean free strain dependent on age thickness of cut-out from slab. CO1-d_c-FH-12-72

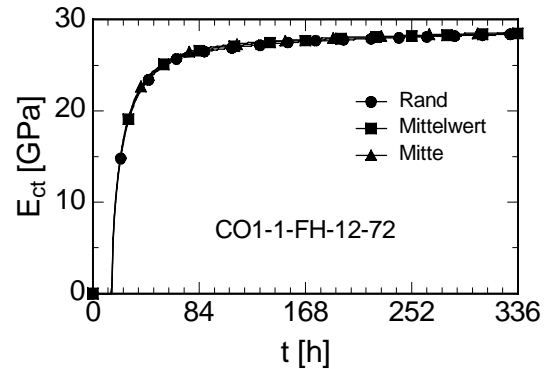


Bild 5.28: Abhängigkeit des Zugelastizitätsmoduls vom Alter für den Rand und die Mitte der 1 m dicken Decke sowie im Mittel. CO1-1-FH-12-72

Fig. 5.28: Tensile Young's modulus dependent on age at edge, center and in average for the cut-out from slab. CO1-1-FH-12-72

5.6.5.5 Zugfestigkeit und E-Modul

Bild 5.27 und Bild 5.28 zeigen die altersabhängigen Mittelwerte der Zugfestigkeit und des E-Moduls über die Dicke, sowie die Werte für den Bauteilrand und Bauteilmitte für die 1 m dicke Decke. Die Unterschiede infolge der Veränderlichkeit des Hydratationsgrads über die Bauteildicke sind gering. Dies gilt auch für die Deckendicke d_c = 0,5 und 1,5 m.

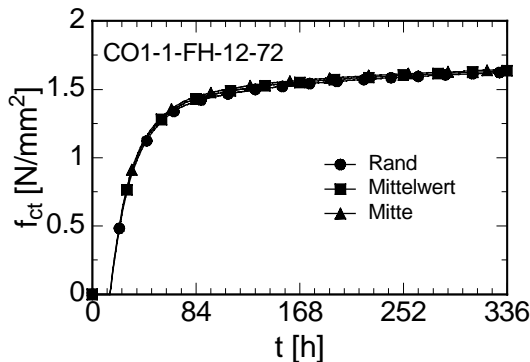


Bild 5.27: Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom Alter für den Rand und die Mitte der 1 m dicken Decke sowie Mittel. CO1-1-FH-12-72

Fig. 5.27: Tensile strength dependent on age at edge, center and in average for the cut-out from slab CO1-1-FH-12-72

5.7 Besondere Temperaturfälle

5.7.1 Vorbemerkungen

Die vorgestellten Berechnungsergebnisse gelten für bestimmte Paarungen der Frischbetontemperatur und mittlerer Tagestemperatur (Jahreszeit der Betonage), die in der Praxis auftreten.

Aber darüber hinaus treten Fälle auf, in denen eine gezielte Anhebung oder Absenkung der Frischbetontemperatur gegenüber der jahreszeitlich bedingten (Natürlichen) zur Rissminimierung unumgänglich ist. In diesem Zusammenhang sind auch die in-situ Kühlung oder Erwärmung des eingebauten Frischbetons bis zu einem bestimmten Hydratationsgrad und verwandte Maßnahmen zu nennen.

Auf die gezielte Temperaturbeeinflussung des Frischbetons im Transportbetonwerk wird nicht weiter eingegangen. Es wird auf [21, 22, 117] verwiesen. Desgleichen können hier komplexe Temperaturberechnungsfälle, wie sie z.B. im Behälterbau etc. auftreten können, nicht behandelt werden (Rotationsschalen u.a.m.). Hier wird auf [94] verwiesen. Im folgenden werden einige besondere Aspekte der Temperaturberechnungen behandelt.

5.7.2 Kühlung und Erwärmung des eingebauten Betons

5.7.2.1 Rohrkühlung

Durch eine Rohrkühlung kann während der ersten frühen Phase der Betonerhärtung ein Teil der freige-

setzten Wärme abgeführt und damit das Reißrisiko gemindert werden. Diese Maßnahme ist kostspielig. Sie wird deshalb selten und nur dann angewandt, wenn mit üblichen betontechnologischen, konstruktiven und ausführungstechnischen Maßnahmen eine zuverlässige Trennrissvermeidung nicht gelingen kann.

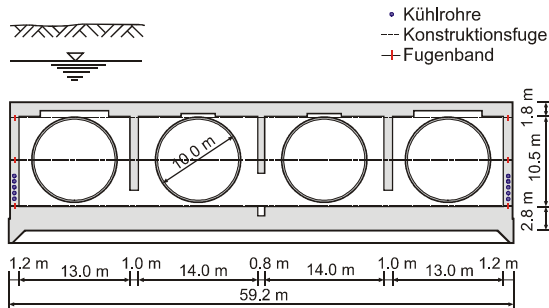


Bild 5.29: Tunnelquerschnitt (Senkkasten)

Fig. 5.29: Cross-section of tunnel (caisson)

Bild 5.29 zeigt den Querschnitt eines Fernbahn-/Straßentunnels, der als Caisson ausgeführt worden ist und später vollständig im Grundwasser liegt. Die unerlässliche Dichtigkeit der Konstruktion erzwang die Kühlung der Außenwände. Die Kühlung darf nur solange aufrecht gehalten werden, wie der junge Beton in der Lage ist, die lokalen Spannungsspitzen um die Kühlrohre durch Relaxation und Mikrorissplastizität abzubauen. Eine zu lange und zu intensive Kühlung provoziert Risse im Bauteilinneren. Bild 5.30 zeigt die Betontemperaturen in der rechten Außenwand [143].

Mit der Dimensionierung der Rohrkühlung, sowie mit der Berechnung der Temperatur- und lokalen Spannungsfelder haben sich zahlreiche Arbeiten befasst, so z.B. [97, 41, 39, 8]. Ausführungstechnische Hinweise enthält [41].

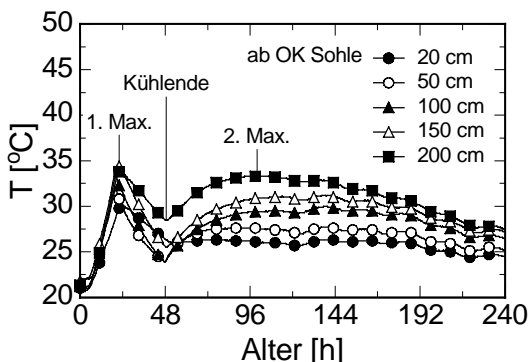


Bild 5.30: Rohrinnenkühlung und Betontemperatur in der rechten Außenwand des Senkkastens

Fig. 5.30: Cooling by pipes and temperature in right-hand side external wall of caisson

5.7.2 Beton Erwärmung

Betoniert man gegen ein altes und kaltes Bauteil, so stellt dieses mitsamt dem darunter liegenden Boden eine Wärmesenke dar. Dies ist besonders ausgeprägt in kalter Jahreszeit. Um die Erhärtung des jungen Betons im Gang zu halten und eine starke Rissbildung zu vermeiden, kann man das Altbetonteil vorsichtig erwärmen. Hierzu hat man elektrische Heizdrähte oder die Rohrkühlung des Altbetons angewandt [41]. In [97] wird gezeigt, wie die Rohrkühlung einer Wand mit der Rohrkühlung der Sohlplatte im geschlossenen Wasserkreislauf kombiniert werden kann.

5.7.3 Betoniergeschwindigkeit, Betonierabschnitte

5.7.3.1 Einfluss der Betoniergeschwindigkeit

Bei den vorgestellten Ergebnissen wurde eine instantane Herstellung des Bauteils unterstellt. Diese Annahme ist für Decken und Sohlen geringer Flächenausdehnung und sowie für Wandabschnitte tolerierbar. Bei dicken Sohlen großer Grundrissfläche führt die Annahme instantaner Herstellung jedoch zu Fehlern [45]. Die Temperaturen werden überschätzt.

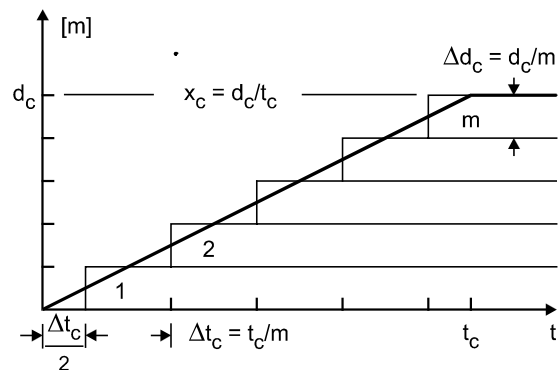


Bild 5.31: Abbildung des kontinuierlichen Betonierens einer dicken Sohlplatte durch Schichten

Fig. 5.31: Modeling of continous casting of a thick slab on ground by layers

Die Berechnung der Temperaturen in dicken Sohlen, die mit einer vorgegebenen Steiggeschwindigkeit

$$\dot{x}_c = d_c / t_c \text{ [m/h]}$$

betoniert werden, ist mit dem hier vorgestellten Rechenverfahren unproblematisch. Die Vorgehensweise wird in Bild 5.31 erläutert. Die Betonherstellung wird durch n instantane Schichten der Dicke Δd_c treppenförmig abgebildet. Man erkennt z.B. für die erste Schicht, dass während der Zeitspanne Δt_c der äußere

Wärmeübergang, danach aber der innere Wärmeübergang zwischen Schicht 1 und 2 maßgebend wird, u.s.w. In [45] wurde der Einfluss der Steiggeschwindigkeit für eine 6 m dicke Fundamentplatte eines Hochhauses untersucht (rd. 20.000 m³, s. [55]). In Bild 5.32 werden die gemessenen und berechneten Temperaturen für diese Sohle verglichen.

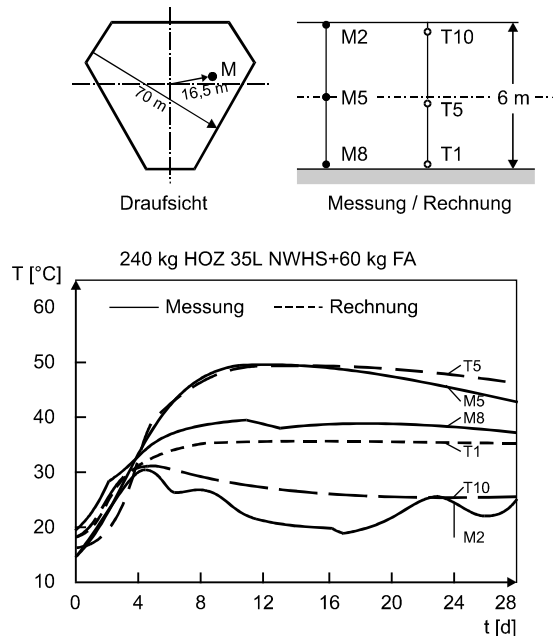


Bild 5.32: Gemessene und berechnete Betontemperaturen für eine 6 m dicke Fundamentplatte

Fig. 5.32: Measured and calculated temperature for foundation slab with thickness 6 m

5.7.3.2 Betonierabschnitte

Nicht nur wegen der Betonaufheizung und Risskontrolle, sondern auch aus ausführungstechnischen und wirtschaftlichen Gründen werden Bauteile in Abschnitten hergestellt. Die Unterteilung in Abschnitte und Abschnittsgrößen sind vorhabensspezifisch zu entscheiden. Hier muss der Hinweis auf Übersichtsarbeiten genügen [78], [8], [109], [110], [101], [102], [30].

5.8 Zusammenfassung

Wesentliche Voraussetzung einer wirksamen Rissvermeidung ist die Kenntnis der Betontemperaturen in kritischen Bauteilbereichen. Welche Parameter und Ansätze zur Temperaturberechnung benötigt werden und eine wichtige Rolle spielen, wird anhand von Beispielrechnungen gezeigt.

Die Temperaturdifferenzen innerhalb eines Bauteils, zwischen einem jungen Bauteil und einem älteren Nachbarbauteil bzw. zur Luft stellen den wesentlichen

Antrieb der Rissbildung dar. Sofern man über Messwerte von Temperaturmessungen an bauteilähnlichen Abschnitten etc. nicht verfügt, muss man bei Bauteilen, bei denen ein hoher Zwang und eine unerwünschte Trennrissbildung zu erwarten sind, das Temperaturfeld berechnen (bei Betonen mit niedrigem Wasserbindemittelwert $W/C < 0,50$ ist mit erhöhter Kontraktion infolge des autogenen Schwindens auszugehen). Dies wird erforderlich, sofern kritische Temperaturdifferenzen als Ersatzrisskriterium eingehalten werden müssen, aber erst recht, sofern man ein Spannungskriterium zur Risskontrolle anwendet (s. Abschn. 7).

6. Freie Verformungen und Behinderungen

6.1 Ziel und Vorgehen

Die frühe Rissbildung in massigen, jungen Betonbauteilen wird durch lastunabhängige Verformungen und deren Behinderung bewirkt. Lastunabhängige Verformungen werden hier als freie, also unbehinderte Verformungen verstanden. Freie Verformungen werden verursacht durch die

- Hydratationswärme des Betons und der damit verbundenen Erwärmung und Abkühlung des Bauteils; (s. Abschn. 3) und das
- autogene Schwinden (s. Abschn. 4).

Der Beitrag des Trocknungsschwindens ist in den ersten Wochen vernachlässigbar. Es kann jedoch im späteren Alter zu einer nennenswerten Kontraktion des Bauteils führen. Dies gilt auch für eine spätere Temperatureinwirkung infolge Witterung und Betrieb des Bauwerks. Das Schrumpfen und Sacken des Frischbetons sowie eine ungleichmäßige Setzung des Baugrunds werden hier nicht betrachtet. In diesem Abschnitt werden die Komponenten der freien Verformungen und Arten der Behinderungen dargestellt.

6.2 Freie Verformungen

6.2.1 Komponenten der freien Verformungen

Im Zuge der Entstehung und des Abflusses der Hydratationswärme entstehen am Bauteilort $j \triangleq (x,y,z)$ freie Temperaturdehnungen:

$$\varepsilon_{0Ti}(T_j(t)) = \alpha_T \Delta T_j(t) \quad (6.6.1)$$

Bei Betonen zunehmender Festigkeit (niedrige W/Z -Werte) gesellt sich das autogene Schwinden ε_{asj} hinzu. Die lastunabhängige, freie Dehnung wird insgesamt mit

$$\varepsilon_{0j} = \varepsilon_{0Ti} + \varepsilon_{asj} \quad (6.6.2)$$

bezeichnet. Zu ihrer wirklichkeitsnahen Vorhersage ist die vorläufige Berechnung der Felder der Bauteiltemperatur und des autogenen Schwindens erforderlich.

Weil das Temperaturfeld über den Querschnitt nichtlinear verläuft, gilt dies auch für die freien Dehnungen. In Bild 6.1 ist deren Verteilung für einen streifenförmigen Ausschnitt aus einer Platte dargestellt. Die freien Verformungen des Streifens können durch Einführen der Ebene der freien Dehnungen EFD in folgende Komponenten aufgeteilt werden:

$\hat{\varepsilon}_{0m}$, mittlere Dehnung, gleichförmiger Anteil;

$\hat{\kappa}_0$, freie Krümmung, linearer Anteil;

$\Delta\hat{\varepsilon}_0$, nichtlinearer Anteil.

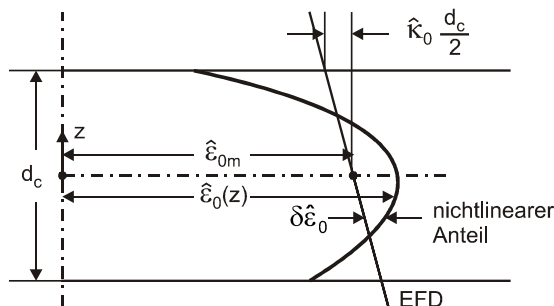


Bild 6.1: Komponenten der freien Dehnung

Fig. 6.1: Components of free strain

Die EFD erhält man über die Momente 0ter und 1ster Ordnung. Die EFD kompensiert die Abweichungen zwischen der ebenen und nichtlinearen Dehnungsverteilung. Sie ist in Bild 6.2 für eine Wand auf Fundament dargestellt. Die Behinderung erzeugt von $\hat{\varepsilon}_{0m}$ eine Zwangsnormalkraft, jene von $\hat{\kappa}_0$ ein Zwangsmoment und jene der Dehnungsdifferenz $\Delta\hat{\varepsilon}_0$ Eigenspannungen.

6.2.2 Ebene der freien Dehnungen und maßgebende freie Verformungen

Zur Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens des Betons und freien Dehnungen kann man den Querschnitt durch Lamellen diskretisieren, Bild 6.3. Diese weisen im frühen Betonalter einen unterschiedlichen, dem Erhärtungsfortschritt folgenden E-Modul auf. Dies führt, streng genommen, zu einer Verschiebung e_i des wirkamen Schwerpunkts C_e gegenüber dem geometrischen C_c (s. Bild 6.3). Untersuchungen haben gezeigt, dass diese Verschiebung ab $t \approx 56$ h i. allg. vernachlässigt werden kann. Bezgl. weiterer Ableitungen zu e_i und anderen Größen wird auf Anlage 2 verwiesen.

Die Dehnungsgeschichte der Lamelle k und der mittleren Dehnung kann als Treppe mit Stufen zu den Zeitpunkten i abgebildet werden, s. Bilder 6.4 und 6.5.

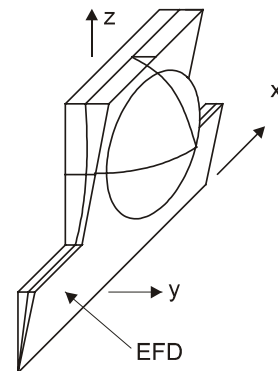
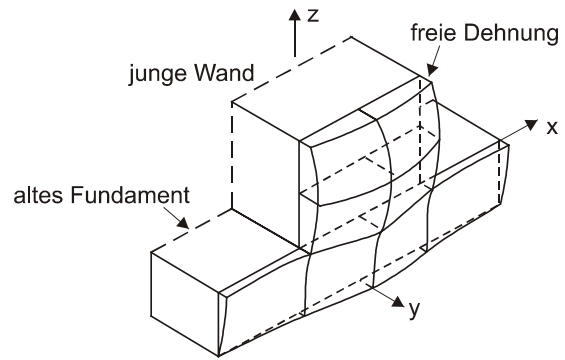


Bild 6.2: Ebene der freien Dehnungen bei der Wand auf Fundament

Fig. 6.2: Plane of free strains for the wall on foundation

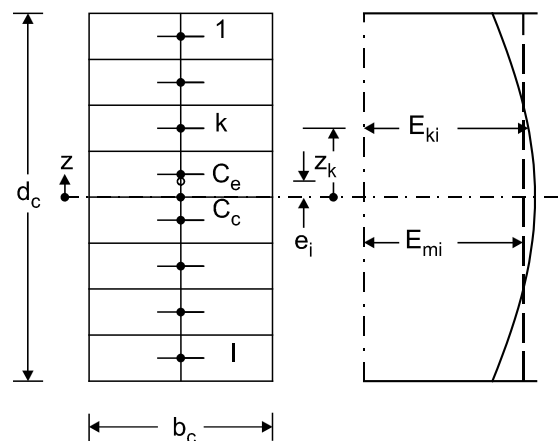


Bild 6.3: Wirksamer Schwerpunkt und mittlerer E-Modul zum Zeitpunkt t

Fig. 6.3: Effective center of gravity and distribution of Young's modulus at age t_i

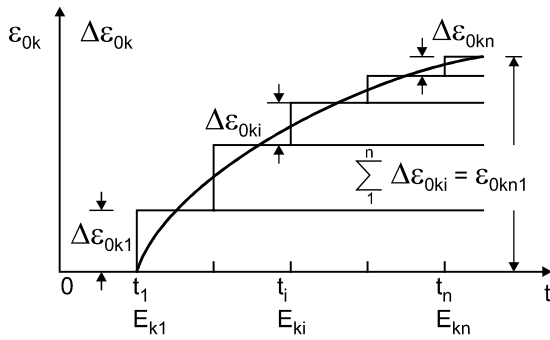


Bild 6.4: Abbildung der Geschichte der freien Dehnung der Lamelle k durch Treppenstufen

Fig. 6.4: Depiction of history of free strain of strip k by steps

Drückt man die mittlere Dehnung und Krümmung als Inkremente (Stufenhöhe) zum Zeitpunkt i - jedoch ohne Berücksichtigung des ortsveränderlichen Elastizitätsmoduls E_{ki} - aus, so erhält man das Inkrement der mittleren Dehnung:

$$\Delta \hat{\epsilon}_{0mi} = \frac{1}{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \Delta \epsilon_{0ki} \quad (6.3)$$

sowie der Krümmung:

$$\Delta \hat{\kappa}_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \epsilon_{0ki} z_k}{\sum_{k=1}^{\ell} z_k^2} \quad (6.4)$$

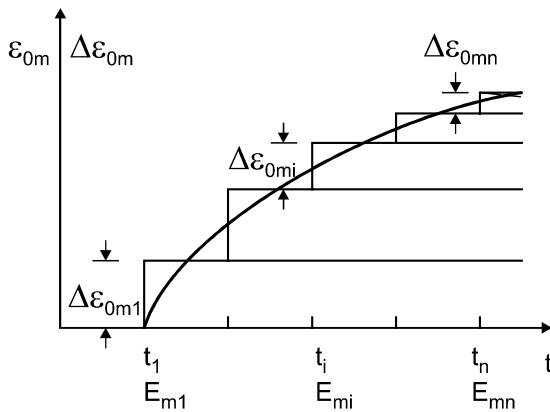


Bild 6.5: Abbildung der Geschichte der mittleren freien Dehnung durch Treppenstufen

Fig. 6.5: Depiction of history of mean free strain by step

Die Gln.(6.3) und (6.4) gelten für ausgehärteten Beton ($E_{ki} = E_{mi}$). Für jungen Beton $t < 168$ h muss die Veränderlichkeit des Elastizitätsmoduls berücksichtigt werden (Näheres s. in [81]):

$$\Delta \epsilon_{0mi} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \epsilon_{0ki} E_{ki}}{\sum_{k=1}^{\ell} E_{ki}} \quad (6.5)$$

$$\Delta \kappa_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \epsilon_{0ki} E_{ki} z_k}{\sum_{k=1}^{\ell} z_k^2 E_{ki}} \quad (6.6)$$

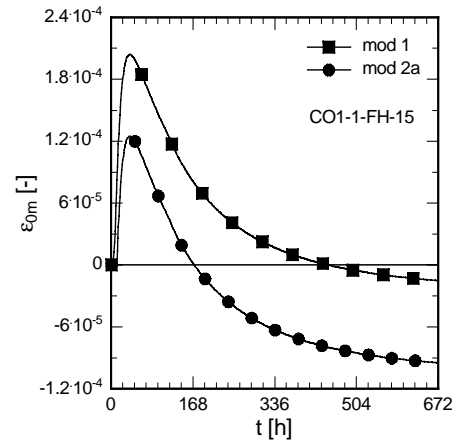


Bild 6.6: Freie mittlere Dehnung abhängig vom Alter für eine Sohle $d_c = 1$ m. CO1-1-FH-15

Fig. 6.6: Mean free strain and curvature dependent on age for a slab on ground $d_c = 1$ m. CO1-1-FH-15

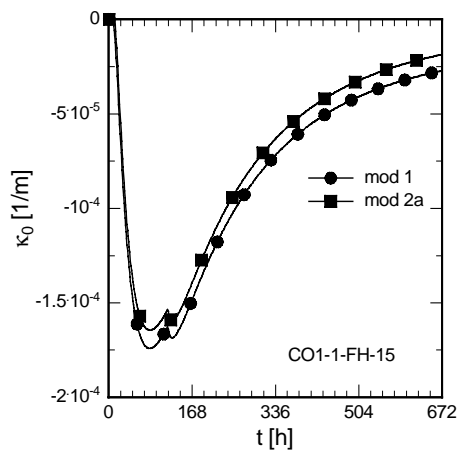


Bild 6.7: Freie Krümmung abhängig vom Alter für eine Sohle $d_c = 3$ m. CO1-3-FH-15

Fig. 6.7: Free mean strain and curvature dep. on age for a slab on ground $d_c = 3$ m. CO1-3-FH-15

Summiert man die Inkremente von t_1 bis t_n , so erhält man die gesamte freie Dehnung und Krümmung zum Zeitpunkt t_n :

$$\varepsilon_{0mn1} = \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} \quad (6.7)$$

$$\kappa_{0n1} = \sum_{i=1}^n \Delta \kappa_{0i} \quad (6.8)$$

In den Bildern 6.6 und 6.7 sind beispielhafte Auswertungen mit den Gln.(6.3) bis (6.8) für die Sohle mit $d_c = 1$ m und 3 m (CO1, Anhang 1, Herstellung im Frühjahr / Herbst) dargestellt. Die freie Dehnung nach Gl.(6.3), mod 1, weicht von der gewichteten, Gl.(6.5), mod 2a, beträchtlich ab. Bei der freien Krümmung ist die Abweichung zwischen den Gln.(6.4) und (6.6) geringer.

Die freien Verformungen der Bilder 6.6 und 6.7 sind die maßgebenden freien Verformungen, die - bei Behinderung - zur Zwangsnormalkraft N_{n1} und zum Zwangsmoment M_{n1} führen. Den lokalen nichtlinearen Dehnungsanteil erhält man durch Subtraktion am Ort:

$$\Delta \varepsilon_{0k} = \varepsilon_{0k} - \varepsilon_{0m} - \kappa_0 \cdot z_k \quad (6.9)$$

Die hier dargestellten Beziehungen gelten für den Fall der eindimensionalen Wärmeleitung (z.B. Sohle auf Boden). Die Beziehungen bei zweidimensionaler (z.B. Wand auf Fundament) und dreidimensionaler Wärmeleitung können entsprechend hergeleitet werden.

6.3 Arten der Behinderung im Überblick

Werden die freien Verformungen behindert, entstehen Eigen- und Zwangsspannungen (-schnittgrößen). Folgende Arten der Verformungsbehinderung können unterschieden werden:

- Verformungsbehinderung des nichtlinearen Dehnungsanteils innerhalb des Bauteils. Sie wird auch als innerer Zwang bezeichnet und ist mit Eigenspannungen verbunden. Eigenspannungen bilden im Querschnitt eine Gleichgewichtsgruppe.
- Verformungsbehinderung des konstanten und/oder linearen Dehnungsanteils durch Nachbarbauteile etc. (z.B. junge Wand auf altem Fundament; s. Bild 6.8b). Sie wird oft als äußerer Zwang bezeichnet. Die Behinderung der freien Verformungen kann punktuell an den Enden des jungen Betonbauteils, kontinuierlich oder diskontinuierlich über dessen Länge erfolgen. Die Zwangsreaktionen bilden eine Gleichgewichtsgruppe.

In [94] wird für Behälterbauwerke ein Überblick über

häufige Festhaltungen und deren baustatische Modellierung gegeben. In der Regel können die behindernden Betonbauteile als ausgehärtet und ideal-elastisch angesehen werden. Die Endbehinderung durch ältere Bauteile kann durch Dehn- und Drehfedern beschrieben werden (s. Bild 6.8a). Zur linienförmigen Behinderung, Bild 6.8b, gehört auch das Dick+Dünn-Problem, Bild 6.8c, für ein Behälterbauwerk. Wand und Krone werden gleichzeitig aus einem Beton hergestellt, erhärten aber mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Die freien Verformungen einer Sohlplatte werden durch die Interaktion mit dem Baugrund behindert (s. Bild 6.20). Der Baugrund kann näherungsweise als elastischer Stoff behandelt werden. Die Interaktion kann über das elastische Zusammenwirken von Sohle und Boden z.B. mit Kontaktelementen (Reibungs-, Feder- etc.) beschrieben werden. Pfähle stellen punktuelle Festhaltungen dar (s. Bild 6.8e).

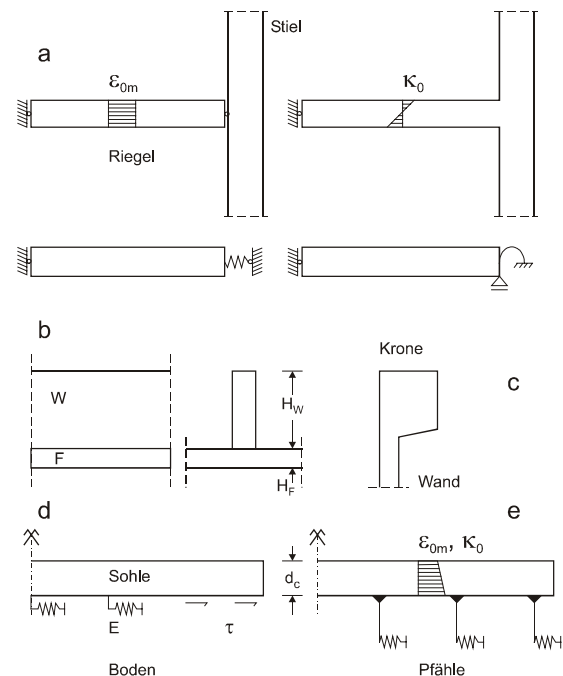


Bild 6.8: Einige Fälle von externer Behinderung

Fig. 6.8: Several cases of external restraint

Beim ausgehärteten, weitgehend elastischen Betonbauteil (Alter ≈ 2 bis 3 Wochen) können die Zwangsschnittgrößen bzw. Spannungen mit den Verformungskomponenten ε_{0m} und κ_0 und mit dem wirksamen E-Modul abgeschätzt werden (der Behinderungsgrad muss zuvor bestimmt worden sein). Dieses Vorgehen führt sich beim jungen Bauteil zu Fehlern, weil der Beton noch altet und ausgeprägt viskoelastisch ist.

6.4 Einfache Grundfälle des Zwangs und Behinderungsgrad

6.4.1 Elastischer Dehnstab und Dehnbehinderungsgrad

Der elastische Dehnstab von Bild 6.9 sei zentrisch gezwängt. Die freie mittlere Dehnung ε_{0m} wird behindert. Die Nachgiebigkeit der Nachbarbauteile wird durch eine Dehnfeder mit der Federsteifigkeit c_a [mm/N] beschrieben. Das Gleichgewicht erfordert: $N = -N_a$. Die Verträglichkeitsbedingung lautet:

$$\Delta \ell_0 + \Delta \ell_m - \Delta \ell_R = 0 \quad (6.10)$$

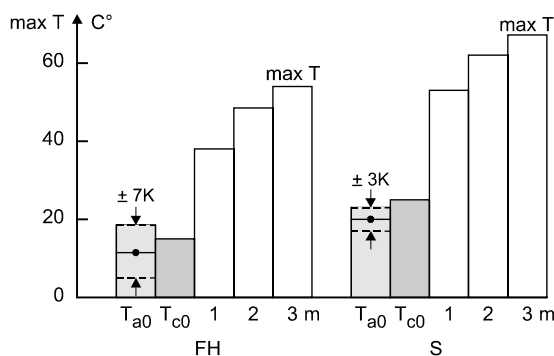


Bild 6.9: Federnde Behinderung des elastischen Dehnstabs

Fig. 6.9: Resilient restraint of elastic bar

Mit den Stabverformungen

$$\Delta \ell_0 = \varepsilon_{0m} \ell \quad (\text{freie Verformung}),$$

$$\Delta \ell_m = \frac{N}{EA} \ell \quad (\text{Zwangverformung}),$$

$$\Delta \ell_R = -N c_a \quad (\text{residuelle (sichtbare) Verformung})$$

erhält man die Zwangsnormalkraft zu:

$$N = -\varepsilon_{0m} EA \frac{1}{1 + \frac{EA c_a}{\ell}} = -\varepsilon_{0m} EA R_a. \quad (6.11)$$

Dabei ist

$$R_a = \frac{1}{1 + \frac{EA c_a}{\ell}}; 0 \leq R_a \leq 1 \quad (6.12)$$

der Dehnbehinderungsgrad. Er beträgt für

$$c_a = 0 \quad R_a = 1 \quad (\text{totaler Dehnzwang}),$$

$$c_a = \infty \quad R_a = 0 \quad (\text{völlig ungezwängtes Bauteil}).$$

Beim totalen Zwang wird - wie Bild 6.10 zeigt - bei einer mittleren Dehnung ε_{0mr} gleich der Zugbruchdehnung ε_{cu} des Betons die Erstrisskraft N_{r1} erreicht. Beim nachgiebigen Zwang wird sich der erste Riss, je nach Behinderungsgrad bei größeren Werten - ε_{0m} einstellen. Die realistische Einschätzung der Behinderung ist oft mühsam aber notwendig. Der oft aus Bequemlichkeit angenommene, totale Zwang ist genauso selten wie die vollständige Nachgiebigkeit.

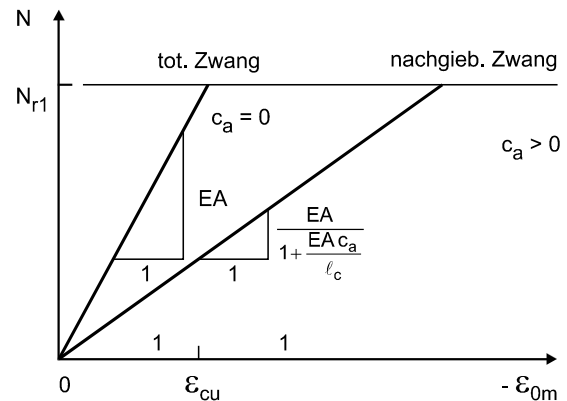


Bild 6.10: Einfluss des Behinderungsgrads auf die Zwangskraft beim elastischen Dehnstabs

Fig. 6.10: Influence of degree of axial deformation on restraint force for the elastic bar

6.4.2 Elastischer Biegestab und Biegebehinderungsgrad

Zur Definition des Biegebehinderungsgrads R_b beim elastischen Biegestab dient Bild 6.11. Er lautet für das dargestellte System bei Bezug auf das Zwangsmoment $M_0 = \kappa_0 EI_c$ bei einseitiger Volleinspannung:

$$R_b = \frac{1}{1 + \frac{4EI_c c_b}{\ell}} \quad (6.13)$$

mit:

I_c Trägheitsmoment

c_b Drehfedersteifigkeit in [rad/Nmm]

Das Zwangsmoment lautet mit $M_0 = \kappa_0 EI_c$:

$$M = M_0 R_b. \quad (6.14)$$

Der in Bild 6.10 für den Dehnstab gezeigte Zusammenhang gilt prinzipiell auch für den Biegestab. Andere von diesem einfachen Grundfällen abweichende Systeme und Festhaltungen können mit üblichen baustatischen Methoden behandelt werden (s. z.B. [94]).

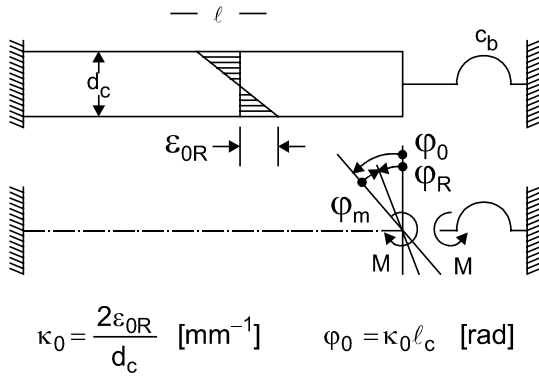


Bild 6.11: Federnde Drehbehinderung des elastischen Dehnstabs

Fig. 6.11: Resilient rotational restraint for the elastic bar

6.4.3 Viskoelastischer Dehnstab

Durch Kriechen und Relaxation des ungerissenen Betons wird der Zwang verringert. Das System des viskoelastischen Dehnstabs entspricht Bild 6.9. Die freie Dehnung ϵ_{0m} möge bei t_1 sprunghaft einsetzen und konstant bleiben. Es wird ein konstanter E-Modul $E_1 = E = \text{konstant}$ während der Beanspruchungsdauer $(t_n - t_1)$ verfügt. In Bild 6.12 werden die wichtigsten Definitionen der hier unterstellten, linearen Viskoelastizität ohne Alterung dargestellt. Der Zwangkraftabbau hängt u.a. von der gewählten Kriechfunktion $\phi(t_n - t_1)$ bzw. Relaxationsfunktion $\psi(t_n - t_1)$ ab. Beide hängen hier wie folgt zusammen:

$$\psi(t_n - t_1) = \frac{1}{1 + \phi(t_n - t_1)} \quad (6.15)$$

Beschreibt man z.B. das viskoelastische Verhalten mit einem Maxwell-Modell (Feder + Dämpfer in Reihe), so beträgt die Zwangskraft bei t_n

$$N_{n1} = N_1 e^{-\frac{\phi(t_n - t_1)}{1 + \frac{EA_c \ell_c}{E_1}}} = N_1 e^{-R_{a1} \phi(t_n - t_1)} \quad (6.16)$$

Hierin sind N_1 die elastische Zwangskraft, Gl. (6.11); R_{a1} , elastischer Dehnbehinderungsgrad, Gl. (6.12) bei t_1 .

Drückt man den 2. Term von Gl. (6.16) mit den beiden ersten Gliedern der e^x Reihe aus, so erhält man einen Näherungswert für die Zwangsnormalkraft:

$$\tilde{N}_{n1} \approx -\epsilon_{0m} EA_c R_{a1} \frac{1}{1 + R_{a1} \phi(t_n - t_1)} \quad (6.17)$$

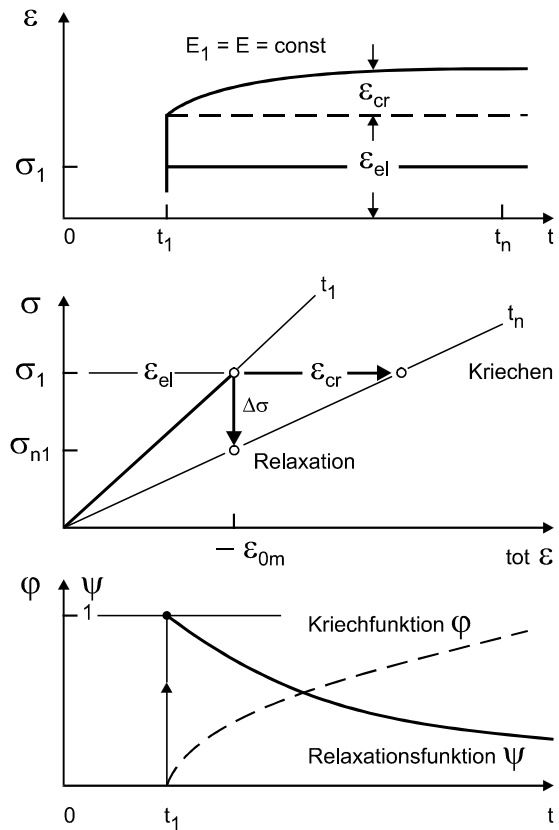


Bild 6.12: Begriffe der linearen Viskoelastizität ohne Alterung

Fig. 6.12: Definition of non-aging linear viscoelasticity

Der Ausdruck

$$\hat{R}_a = \frac{R_{a1}}{1 + R_{a1} \phi(t_n - t_1)} \quad (6.18)$$

kann mit $R_{a1} = R_a(t_1)$ nach Gl. (6.12) als resultierender Dehnbehinderungsgrad angesehen werden. In Bild 6.13 sind die Zeitverläufe der Zwangsnormalkraft und des Dehnbehinderungsgrads qualitativ dargestellt.

Der Elastizitätsmodul wird in den Gln. (6.16) und (6.17) häufig durch den wirksamen E-Modul E_e ausgedrückt, um die viskoelastische Nachgiebigkeit einzufangen. Dieser lautet

$$E_e \approx \frac{E_1}{1 + \phi(t_n - t_1)} \quad (6.19)$$

Setzt man ihn in die Gl. (6.17) ein, so erhält man mit

$$\tilde{N}_{n1} \approx -\epsilon_{0m} E_e A_c R_{a1} \quad (6.20)$$

ein häufig zur Abschätzung der Rissbildung angewandte Beziehung, die allerdings ziemlich unscharf ist, wie im folgenden gezeigt werden wird.

Der Zwangaufbau hängt im erhärtenden Betonbauteil

u.a. vom zeitlichen Verlauf der zwangerzeugenden Dehnung ε_{0m} ab. Der Elastizitätsmodul, die Kriech- bzw. Relaxationsfähigkeit des Betons sind altersabhängig. Aus diesem Grund sind explizite Lösungen der Zwangsschnittgrößen meist nicht möglich. Man muss auf inkrementelle Verfahren zurückgreifen. Dabei werden i.d.R. die lineare Viskoelastizität mit Alterung und das Superpositionsprinzip unterstellt.

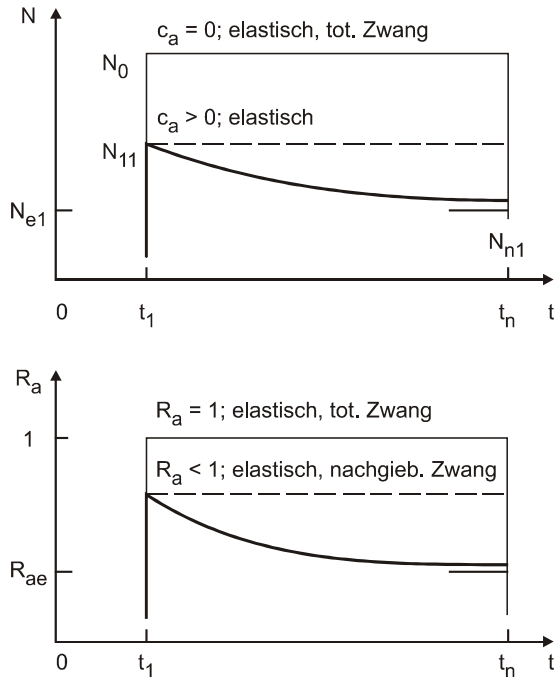


Bild 6.13: Zwangskraft und Dehnbehinderungsgrad beim viskoelastischen Dehnstab

Fig. 6.13: Restraint force and degree of axial restraint for the viscoelastic bar

In Bild 6.6 ist die Entwicklung der freien Dehnung ε_{0m} eines 1 m dicken Stabes (eindimensionale Wärmeleitung) dargestellt. Ab dem Alter von 1 Woche entstehen Kontraktionen. Hier wird gezeigt, wie die Zwangzugkraft bestimmt werden kann.

Die negative Dehnung $\varepsilon_{0m}(t)$ wird durch Dehnungsstufen $\Delta\varepsilon_{0mi}$ abgebildet, s. Bild 6.14. Diese beginnen im Alter t_i und sind ab dann konstant: $\Delta\varepsilon_{0mi} = \text{const.}$ Über die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingung erhält man die Zwangsnormalkraft zum Zeitpunkt t_n :

$$N_{n1} = \sum_{i=1}^n \Delta N_{ni} = - \sum_{i=1}^n \Delta\varepsilon_{0mi} E_i A_c R_{ai} \psi_{ni} \quad (6.21)$$

mit:

ψ_{ni} , Relaxationsfunktion $\psi(t_n - t_i, t_i)$; $0 \leq \psi \leq 1$; $\psi_{ii} = 1$;
 E_i , Elastizitätsmodul im Alter t_i , konstant während $t_n - t_i$
 und mit dem altersabhängigen Dehnbehinderungsgrad:

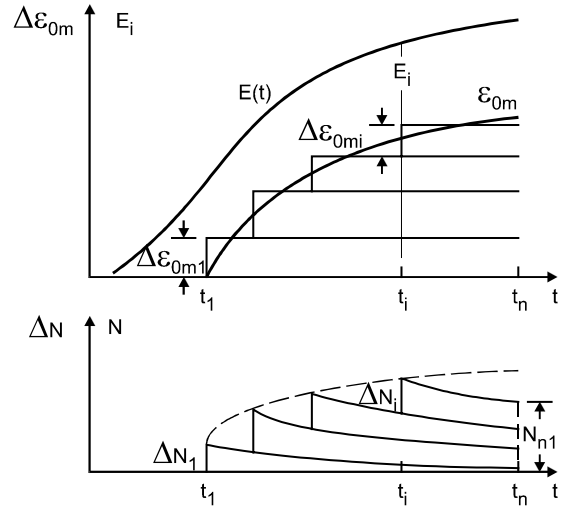


Bild 6.14: Inkrementelle Bestimmung der Zwangsnormalkräfte beim viskoelastischen Dehnstab

Fig. 6.14: Incremental determination of restraint force for the viscoelastic bar

$$R_{ai} = \frac{1}{1 + \frac{E_i A_c c_a}{\ell_c}} \quad (6.22)$$

Das Anwachsen des E-Moduls während der Beanspruchungsdauer führt dazu, dass der Dehnbehinderungsgrad bei Beanspruchungsbeginn am größten ist und mit der Zeit abnimmt. Ansätze für die Relaxationsfunktion sind Abschn. 4 zu entnehmen. Die Gl. (6.21) kann auch mit der Kriechfunktion $\phi(t_n - t_i, t_i)$ ausgedrückt werden, s. Abschn. 4. Die Umhüllende der ΔN_i -Spitzen stellt den Verlauf $N(t_n - t_i)$ dar. Die Zwangsnormalkraft ist der Risskraft $N_r = f_{ctm} A$ gegenüber zu stellen. Zum Risskriterium folgt später mehr. Zur Ergänzung wird hier noch das Zwangsmoment des Biegestabs von Bild 6.11 angeschrieben. Hierzu werden dem Stab die Krümmungsstufen $\Delta\kappa_{0i}$ aufgeprägt. Das Zwangsmoment des viskoelastischen Biegestabs beträgt:

$$M_{n1} = \sum_{i=1}^n \Delta M_{ni} = \sum_{i=1}^n \Delta\kappa_{0i} E_i I_c R_{bi} \psi_{ni}, \quad (6.23)$$

mit I_c , Trägheitsmoment und mit R_{bi} , Biegebehinderungsgrad im Fall von Bild 6.11:

$$R_{bi} = \frac{1}{1 + \frac{4E_i I_c c_b}{\ell_c}} \quad (6.24)$$

Dem Moment $M(t_n - t_i)$ ist das Rissmoment M_{r1} gegenüber zu stellen. Dehn- und Biegezwang können näherungsweise superponiert werden.

Der nichtlineare Dehnungsanteil, der Eigenspannungen erzeugt und zu frühen Einrissen führen kann, kann mit dem beschriebenen Vorgehen nicht erfasst werden. Man kann aber mit Gl. (6.9) einen Schätzwert bestimmen. So beträgt die Eigenspannung z.B. an den Rändern des Stabes:

$$\sigma_E \left(z = \pm \frac{d_c}{2} \right) \approx \left[\varepsilon_0 \left(\frac{d_c}{2} \right) - \varepsilon_{0m} \pm \kappa_0 \frac{d_c}{2} \right] E_e \quad (6.25)$$

bzw. in der Stabachse

$$\sigma_E (z = 0) \approx [\varepsilon_0(0) - \varepsilon_{0m}] E_e \quad (6.26)$$

für gleichzeitige Dehn- und Biegebehinderung.

6.4.4 Größenordnung der freien Verformungen

Die maßgebende freie Dehnung ε_{0m} und Krümmung κ_0 ist für Sohlplatten unterschiedlicher Dicke rechnerisch untersucht worden. Die Betone stellten Anwendungsbetone dar, deren adiabatische Wärmefreisetzung gemessen worden war. Variiert wurden zudem die Klimabedingungen bei der Herstellung und während der Erhärtung [81].

Die rechnerischen Untersuchungen zeigten folgendes einheitliche Verhalten, s. Bilder 6.6 und 6.7. Die Dehnung ε_{0m} ist zu Beginn eine Expansion, deren Behinderung mit Längsdruck verbunden ist. Der Wechsel des Vorzeichens erfolgt zum Alter t_N , das i.w. von der Dicke der Sohlplatte abhängt und mit der Sohldicke zunimmt. Ab t_N ist die Dehnung eine Kontraktion, deren Behinderung eine Zwangzugkraft nach sich zieht. Das Klima bei Herstellung übt nur einen geringen Einfluss aus.

In Bild 6.15 sind die rechnerische Kontraktionsdehnungen ε_{0m} im Alter von 6 Wochen für $d_c = 1$ und 2 m dargestellt.

Die untersuchten Betone C01 und C023 unterscheiden sich im Wärmefreisetzungspotential: C01, 270 kg/m³ CEM I 32,5 + 70 kg/m³ FA; max Q = 38,4 kWh/m³ und C023, 280 kg/m³ CEM III B 32,5 NW HS + 80 kg/m³ FA; max Q = 28,5 kWh/m³.

Das Alter t_N beträgt: Bei C01 rd. 1 Woche bei $d_c = 1$ m und rd. 2,5 Wochen bei $d_c = 2$ m sowie bei C023 rd. 2 Wochen bei $d_c = 1$ m und rd. 5 Wochen bei $d_c = 2$ m. Zum Alter t_N sind die Betone weitgehend ausgehärtet. Der Zug-E-Modul liegt zwischen 25 und 27 GPa. Der

Einfluss der höheren Wärmefreisetzung des Betons C01 gegenüber dem C023 ist deutlich. Mit zunehmender Sohldicke nimmt die Kontraktionsdehnung ab. Bei der 2 m dicken Sohle aus Beton C023 ist der Größtwert von $|\varepsilon_{0m}|$ nach 6 Wochen noch nicht erreicht. Die Kontraktionsdehnung verschwindet nicht. Dies gilt auch für

Zwangskraft $N \sim |\varepsilon_{0m}|$, die wird bestenfalls durch Relaxation vermindert wird.

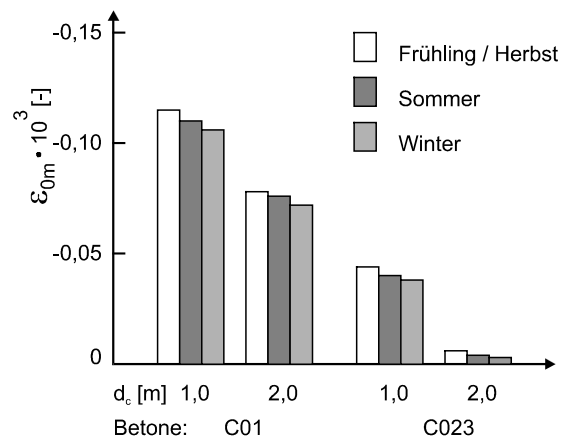


Bild 6.15: Rechnerische Kontraktionsdehnung von Sohlplatten im Alter 6 Wochen abhängig von der Betonzusammensetzung, der Sohldicke und vom Klima bei der Herstellung

Fig. 6.15: Calculate contraction strain of slab on ground after 6 weeks dependent on concrete composition, thickness of slab and season of cast

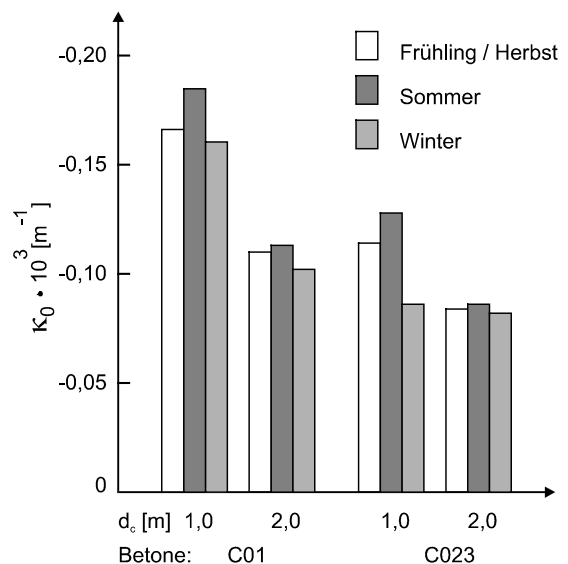


Bild 6.16: Rechnerische minimale Krümmung κ_0 abhängig von der Betonzusammensetzung, der Sohldicke und vom Klima bei Herstellung

Fig. 6.16: Calculated minimal curvature κ_0 dependent on concrete composition, thickness of slab on ground and season of cast

Die rechnerische freie Krümmung ist von Anbeginn negativ. Ihr Minimum liegt ungefähr bei $t_N/2$. Die Sohle

schüsselt nach oben. In Bild 6.16 sind die rechnerischen Minimalwerte (größtes negatives κ_0) für die zuvor genannten Parameter aufgetragen. Die freie Krümmung verschwindet im Zuge des Temperatenausgleichs. Übrig bleibt ggf. eine Restkrümmung, sofern sich die Temperaturen des oberen und unteren Randes voneinander unterscheiden.

6.4.5 Rissbildung und Dehnsteifigkeit

Die hier betrachteten massigen Betonbauteile sind bewehrt (und ggf. vorgespannt). Einen Sonderfall stellt die unbewehrte UW-Betonsohle dar. Treten infolge Behinderung der lastunabhängigen Einwirkungen Risse auf, so sind diese für den Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit - gemeinsam mit den lastabhängigen Einwirkungen - von Bedeutung. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Schnittgrößen infolge von verbliebenem Zwang und Lasten einzugrenzen. Näheres kann [89] entnommen werden.

Die von den einzelnen Verformungsanteilen verursachten Spannungen und Risse üben unterschiedliche Wirkungen aus. Bei einem elastischen Baustoff verschwinden die Eigenspannungen im Zuge des Temperatenausgleichs. Bleibt der junge Beton ungerissen, so werden Eigenspannungen infolge Mikrorissplastizität und Viskosität des Betons z.T. „eingefroren“. Erreichen Zugeigenspannungen allein die lokale Zugfestigkeit des Betons, so vernichten sie sich selbst. Dabei schwächen sie allerdings den Reißwiderstand des Gesamtquerschnitts bei nachfolgendem Zwang (beim Dehnstab wird die Erstrisskraft vermindert). Erreicht die Summe aus Zugeigen- und -zwangsspannungen die lokale Zugfestigkeit, ist mit einer Biege- oder Trennrissbildung zu rechnen.

Zur Erläuterung der Rissbildung beim total gezwängten Dehnstab dient Bild 6.17. Dem Stab wird die Zwangdehnung $-\varepsilon_{0m}$ stetig aufgezwungen, er antwortet mit Trennrissen und Risskräften (diese können rissfördernde Eigenspannungsanteile enthalten). Die Erstrisskraft führt an der Stelle der geringsten Zugfestigkeit zum ersten Riss. Die Zunahme der Risskräfte ist Ausdruck der Streuung der Zugfestigkeit. Die Beobachtung zeigt, dass Zwangrisse meist Einzelrisse in großem Abstand sind. Die Zwangrissbildung findet also auf dem sogenannten Erstrissplateau statt (nichtausgeprägtes Rissbild). Die Trennrisse verweichen die Dehnsteifigkeit des Stabes.

Weil die Rissbildung nur unscharf erfasst werden kann, geht man üblicherweise von einem horizontalen Erstrissplateau mit einer wirksamen, mittleren Bauteilzugfestigkeit zum Zeitpunkt erster Zwangrisse $f_{ctme} = \text{const}$ aus. Bezüglich der wirksamen Bauteilzugfestigkeit f_{ctme} wird auf Abschn. 4 verwiesen. Der für die Berechnung von Eigen- und Zwangsspannungen und Vorhersage der Rissbildung anzusetzende untere Wert $\inf f_{ctme}$ wird in

Abschn. 7 behandelt. Hinweise hierzu enthält der Abschn. 4. Bezüglich der heutigen bzw. künftigen Normregeln wird verwiesen auf: [89], DIN 1045, 07.88; 17.6 und E DIN 1045-1, 09.00; 11.2. Hilfsmittel für die Praxis enthalten z.B. [66], [89].

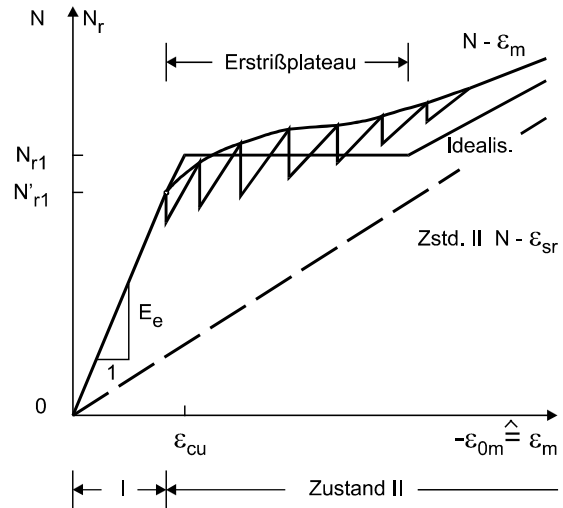


Bild 6.17: Normalkraft-Dehnungsverhalten des total gezwängten Dehnstabs mit Rissbildung

Fig. 6.17: Relationship between restraint force and mean strain for the totally restrained r/c-bar in the cracked state

6.5 Behinderung von Sohlplatten durch den Baugrund

6.5.1 Steifigkeitsparameter und Bodenkennwerte

Bild 6.18 zeigt einen Schnitt durch eine Sohlplatte und die freien Verformungen. Im folgenden wird die in der Praxis am häufigsten angewandte Unterkonstruktion behandelt, die aus einem Kiesplanum auf dem natürlichen Boden und einer Betonsauberkeitsschicht $d_b \approx 0,10$ m besteht. Bezüglich Gleitschichten wird auf [20], [94] verwiesen.

Die Dehnbehinderung der Sohlplatte wird durch den horizontalen Steifigkeitsunterschied zwischen Sohlplatte und Baugrund erzeugt. Die Krümmungsbehinderung entsteht durch den Unterschied zwischen der Biegesteifigkeit der Sohle und der lotrechten Steifigkeit des Bodens (elastische Bettung). In Tabelle 6.1 sind die Parameter aufgeführt, die Einfluss auf die Steifigkeiten ausüben.

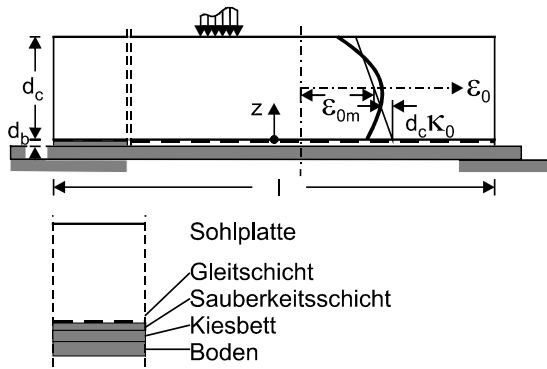


Bild 6.18: Sohlplatte und freie Verformungen

Fig. 6.18: Slab on ground and free deformations

Tab. 6.1: Einflussparameter der Steifigkeiten

Tab. 6.1: Influence parameter of stiffness

Baugrund	Sohle
Bodenart	Abmessungen
Steifigkeit	Lotrechte Lasten
Reibungswinkel φ	Betonzusammensetzung
Kohäsion c	Erhärungsverlauf
Lagerungsdichte D	Betoneigenschaften
Kornform/-verteilung	Volumenänderungen
Wassergehalt	Einbindetiefe
Bodenschichtung	Gleitschichten

Mit der Modellierung der Interaktion Sohle/Baugrund haben sich zahlreiche Arbeiten befasst (z.B. [94], [92], [74]). Dabei wurde von ausgehärtetem und elastischem Beton ausgegangen. Beim Zwang im frühen Alter ist jedoch die Altersabhängigkeit der Betoneigenschaften zu erfassen [81].

Die Koppelung zwischen Sohle und Boden muss auf Basis bodenmechanischer Eigenschaften beschrieben werden. Die Tabellen 6.2 und 6.3 geben hierzu Anhaltswerte (aus [79] und anderen Quellen). Mit dem Steifemodul E_s wird sowohl die horizontale als auch die vertikale Bodensteifigkeit (z.B. über den Bettungsmodul) beschrieben. Mit dem Winkel φ der inneren Reibung und der Kohäsion c wird die Scherfestigkeit des Bodens definiert. In Bild 6.19a ist die Scherfestigkeit abhängig von der Druckspannung σ_n dargestellt. Bild 6.19b zeigt die Scherspannungs-Verschiebungslinie abhängig von der Lagerungsdichte des Bodens. Beide Beziehungen werden zur Beschreibung der Dehnbehinderung von Sohlen durch Gleitreibung benötigt.

Tab. 6.2: Einige Eigenschaften nichtbindiger Böden (Anhaltswerte)

Tab. 6.2: Properties of non-cohesive soils (nominal values)

Boden	Wichte des feuchten Betons ρ_{sm}	Winkel der inneren Reibung φ	Steifemodul E_s
[-]	[kN/m ³]	[°]	[MN/m ²]
Sand, locker, rund	18	30	20 - 50
Sand, locker, eckig	18	32,5	40 - 80
Sand, mitteldicht, rund	19	32,5	50 - 100
Sand, mitteldicht, eckig	19	35	80 - 150
Sand, dicht, eckig	19	37,5	150 - 250
Kies ohne Sand	16	37,5	100 - 200
Schotter	18	40	150 - 300

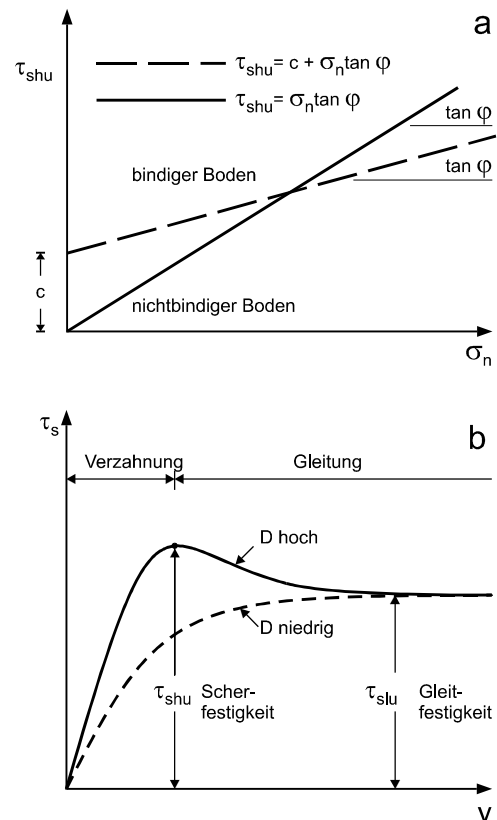


Bild 6.19: Scherfestigkeit und Scherspannungs-Verschiebungslinie von Böden

Fig. 6.19: Shear strength and shear-stress displacement line of soils

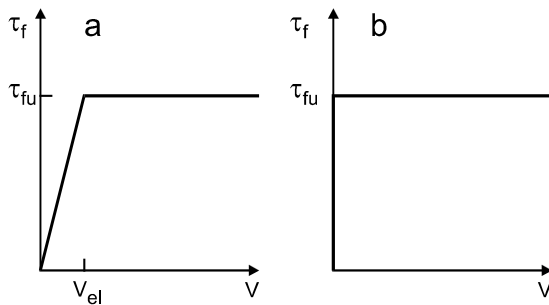


Bild 6.21: Modelle des Reibungsverhaltens

Fig. 6.21: Models of shear friction

Tab. 6.4: Anhaltswerte des Reibbeiwertes für eine 1 m dicke Sohlplatte auf nichtbindigem Boden

Tab. 6.4: Nominal values of friction coefficient for a slab with $d_c = 1$ m on non-cohesive soil

Lagerung	Lagerungs- dichte D	Proctor-Dichte	Sand μ_f	Sand-Kies μ_f
[-]	[-]	[%]	[-]	[-]
locker	$\geq 0,3$	≥ 95	0,9	1,0
dicht	$\geq 0,5$	≥ 98	1,0	1,1
mitteldicht	$\geq 0,45$	≥ 98	0,9	1,0
sehr dicht	$\geq 0,65$	≥ 100	1,1	1,2

Zwangskraft bei Gleitreibung

Auf der vom Untergrund entkoppelten Länge ($\ell/2 - x_{be}$) steigt die Zwangsnormalkraft bei starr-plastischem Reibungsansatz linear an (s. Bild 6.20):

$$N_f(x) = \tau_{fu} \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \quad (6.32)$$

mit: $x \geq x_{be}$ und $\tau_{fu} = \mu_f \rho_c d_c$. Ihr theoretischer Größtwert bei $x = 0$ und $x_{be} = 0$ beträgt:

$$\max N_f(x=0) = \tau_{fu} \frac{\ell}{2} \quad (6.33)$$

Abgesehen davon, dass sich mit Gl.(6.33) bei langen Sohlen unrealistisch hohe Werte ergeben, ist sie mechanisch angreifbar: Der Baugrund wird als starr angesehen; in $x = 0$ muss $\tau = 0$ sein. Aus diesen Gründen muss der Reibungsansatz mit der horizontalen Interaktion verknüpft werden. Dies erfolgt in Abschn. 6.5.2.2.

6.5.2.2 Dehnbehinderung durch horizontale Interaktion

Zwangskraft im Dreischichtensystem

Bei der horizontalen, elastischen Interaktion werden die Sohle, Sauberkeitsschicht und der Boden auf einer Tiefe $d_s = \ell/3$ als ein Dreischichtensystem DSM abge-

bildet [94, 81], das später erläutert werden wird (8.3.2). Das Dreischichtenmodell gilt strenggenommen nur in der Symmetrieachse $x = 0$, weil dort keine Schubspannungen auftreten dürfen. Hier wird angenommen, dass der Größtwert der Zwangskraft $\max N(x=0)$ durch Schubspannungen $\tau(x)$ auf die Reibungsnormalkraft $N_f(x_{be})$ abgebaut wird. Der Größtwert der Zwangsnormalkraft in $x = 0$ lautet mit R_a , Dehnbehinderungsgrad:

$$\max N = -\varepsilon_{0m} E_e d_c R_a. \quad (6.34)$$

Sowohl der Dehn- als auch der Biegebehinderungsgrad können über Gleichgewicht und Dehnungsebeneheit am Dreischichtensystem bestimmt werden, das als gewichtslos betrachtet wird. Der Beton kann als elastischer oder viskoelastischer Baustoff betrachtet werden. Setzt man elastische Baustoffe voraus, so hängt der Dehnbehinderungsgrad R_a i.w. vom Steifemodul des Bodens, der Dicke der mitwirkenden Bodenschicht sowie von der Sohlstärke ab. Der Endwert des Dehnbehinderungsgrads bewegt sich in engem Bereich: $\approx 0,1$ für $E_s = 50 \text{ MN/m}^2$ und $\approx 0,15$ für $E_s = 200 \text{ MN/m}^2$. Berücksichtigt man den Erhärtungsverlauf des Betons, dann sind die Dehn- und Biegebehinderung der jungen Sohle bei Erhärtungsbeginn t_1 am größten, nämlich $R_a = R_b = 1$. Der Dehnbehinderungsgrad fällt aber innerhalb einiger Tage auf die zuvor genannten Werte ab. Bild 6.22 zeigt ein Berechnungsbeispiel.

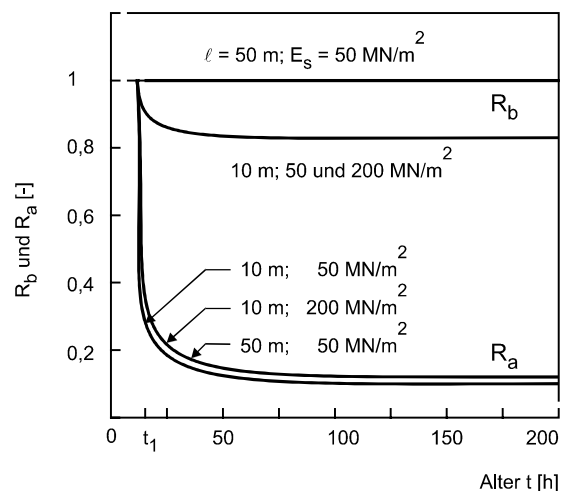


Bild 6.22: Rechnerische Dehn- und Biegebehinderungsgrade einer Sohle abhängig vom Betonalter, Sohlstärke und Steifemodul (CO1-1-F/H)

Fig. 6.22: Calculated degrees of axial and bending restraint for a slab of ground dependent on age, length of slab and stiffness modulus of soil (CO1-1-F/H)

Gekoppelte Länge x_{be}

Die Länge x_{be} von Bild 6.20 kann mit einer Gleichgewichtsbetrachtung näherungsweise wie folgt hergeleitet

werden:

$$\frac{2x_{be}}{\ell} = 2 - \frac{4|\varepsilon_{0m}|E_e d_c R_a}{\ell \tau_{fu}} \leq 1. \quad (6.35)$$

Die Länge x_{be} ist in Bild 6.23 abhängig von $|\varepsilon_{0m}| \cdot E_e$ und ℓ für $R_a = 0,1$ und $d_c = 1$ m aufgetragen. Die elastische Koppelung über $\ell/2$ ($2x_{be}/\ell = 1$) tritt auf, sofern die Dehnung

$$|\varepsilon_{0m1}| \leq \frac{\tau_{fu}}{4R_a E_e d_c} \ell \quad (6.36)$$

ist. Gleitung auf der Länge ($x_{be} = 0$) tritt ein, sofern die Dehnung

$$|\varepsilon_{0m2}(x_{be} = 0)| > \frac{\tau_{fu}}{2R_a E_e d_c} \ell. \quad (6.37)$$

Nehmen Dehnbehinderungsgrad und Sohldicke zu, so werden die Linien zu geringeren $|\varepsilon_{0m}| \cdot E_e$ -Werten verschoben.

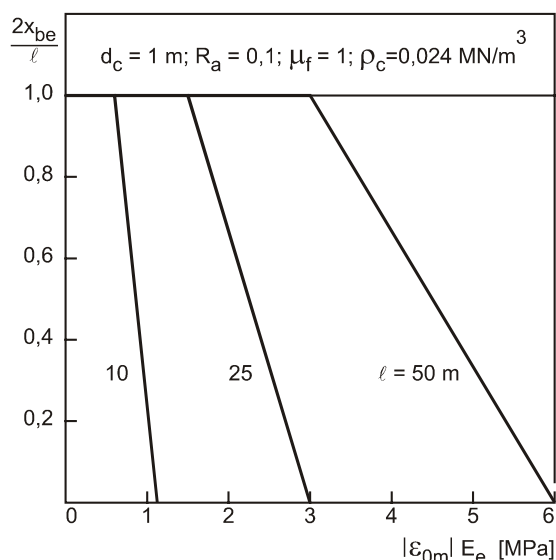


Bild 6.23: Elastisch gekoppelte Länge x_{be} abhängig vom Wert $|\varepsilon_{0m}| \cdot E_e$ und der Sohlänge ℓ (Beispiel), CO1

Fig. 6.23: Elastically coupled length x_{be} dependent on value $|\varepsilon_{0m}| \cdot E_e$ and length ℓ of slab (example), CO1

Sohllänge und Art der Dehnbehinderung

In Bild 6.24 sind die Gln. (6.36) bis (6.37) für dicke Sohlplatten in B 25/B 35 mit einem repräsentativen Elastizitätsmodul $E_e \approx 25$ GPa für $R_a = 0,1$ ausgewertet worden. Dabei interessiert nur die Kontraktionsphase mit negativen Dehnungen ε_{0m} , weil deren Behinderung

zu einer Zugnormalkraft führt. Die Sohlpressung σ_n sei nur durch das Eigengewicht der Sohle erzeugt.

Die untere Linie gilt für $x_{be} = 0$. Ist $\ell < \ell(x_{be}=0)$, so findet Gleiten auf gesamter Länge $\ell/2$ statt. Die obere Linie gilt für $x_{be} = \ell/2$. Ist $\ell \leq \ell(x_{be}=\ell/2)$, so ist die Sohle auf gesamter Länge elastisch gekoppelt. Im Keil dazwischen, treten beide Arten der Dehnbehinderung gemeinsam auf. Für $R_a = 0,2$ steigen die Linien mit dem Faktor 2 hoch.

Mit Bild 6.24 kann man im Anwendungsfall entscheiden, welche Art der Dehnbehinderung maßgebend wird. Trägt man z.B. die maßgebenden Dehnwerte der Kontraktionsphase für die Betone von Bild 6.15 als lotrechte Geraden ein, dann markieren die Schnittpunkte jene Sohlängen, die zu bestimmten Dehnbehinderungen gehören. Beispiel: C01-F/H, $d_c = 2$ m; $16 \text{ m} < \text{vorh } \ell \leq 32,0 \text{ m}$; elastische Koppelung und Gleitreibung treten gemeinsam auf.

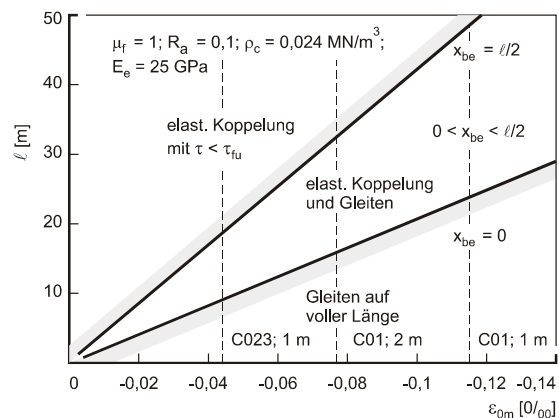


Bild 6.24: Behinderungsart einer Sohle abhängig von der minimalen Dehnung ε_{0m} und der Sohlplattenlänge (Beispiel)

Fig. 6.24: Type of restraint of slab on ground dependent on minimal free strain ε_{0m} and length of slab (example)

6.5.3 Biegebehinderung durch den Baugrund

6.5.3.1 Möglichkeiten der Modellierung

Abgesehen von komplexen Methoden kann die Biegebehinderung durch den Baugrund ingenieurmäßig i.w. auf zwei Wegen beschrieben werden:

- **Dreischichtensystem DSM.** Hierbei wird die freie Krümmung κ_0 der Sohle durch die Biegesteifigkeit der Sauberkeitsschicht $E_b I_b$ und der mitwirkenden Bodenschicht $E_s I_s$ behindert. In welchem Maße dies erfolgt, wird durch den Biegebehinderungsgrad R_b

ausgedrückt. Der Steifemodul des Bodens E_s ist hierbei der wesentliche Parameter. Näheres hierzu ist Abschn. 8.3 zu entnehmen.

- **Bodenfedern.** Hierbei wird der Baugrund durch vertikale Federn abgebildet. Man unterscheidet zwischen dem Steifemodul- und dem Bettungsmodulverfahren **BMV**. Die Grundlagen beider Verfahren sind in z.B. in [3], [12], [33] beschrieben. Für beide existieren Tafelwerke und Rechenprogramme. Beide weisen Unschärfen auf. Hier wird das numerisch einfachere Bettungsmodulverfahren **BMV** angewandt.

Die Verfahren DSM und BMV unterscheiden sich im mechanischen Ansatz völlig voneinander.

6.5.3.2 Biegebehinderung durch horizontale Interaktion

Am Dreischichtensystem kann sowohl der Dehn- als auch der Biegebehinderungsgrad bestimmt werden [81]. Das Zwangsmoment in der Symmetrieachse $x = 0$ lautet mit R_b , Biegebehinderungsgrad:

$$\max M = \kappa_0 R_b E_e I_c. \quad (6.38)$$

In Bild 6.22 ist der zeitliche Verlauf des Dehn- und Biegebehinderungsgrads für alternden und viskoelastischen Sohlenbeton dargestellt. Der Boden wird als mitwirkende Schicht mit der Länge ℓ und der Tiefe $\ell/3$ abgebildet. Beim Beginn der Betonerhärtung ist $R_b = 1$. Dann fällt R_b rasch auf seinen Endwert ab. Dieser bewegt sich i. allg. zwischen $0,8 \leq R_b \leq 1$. Wie sich der Biegebehinderungsgrad von der Symmetrieachse bis hin zum Plattenende verändert, ist mit der DSM nicht angebbar. Dies ist auch unbedeutend, da für das Reißen des Betons der Zwang der Bereich um die Symmetrieachse $x = 0$ maßgebend ist.

6.5.3.3 Bettungsmodul

Der Bettungsmodul k_s ist wie folgt definiert:

$$k_s = \frac{\sigma_n}{s_n}. \quad (6.39)$$

mit s_n , maßgebende Setzung und σ_n , Sohlpressung. Mit bestimmten Umformungen erhält man:

$$k_s = \frac{E_s}{bf} [\text{MN/m}^3]. \quad (6.40)$$

Hierin bedeuten:

E_s , Steifemodul, s. Tab. 6.2 und 6.3, $[\text{MN/m}^2]$,
 b , Breite der Sohlplatte [m]; ℓ Länge [m], ($\ell \geq b$),
 f , Parameter [-], der von den Verhältnissen ℓ/b und d_s/b abhängt.

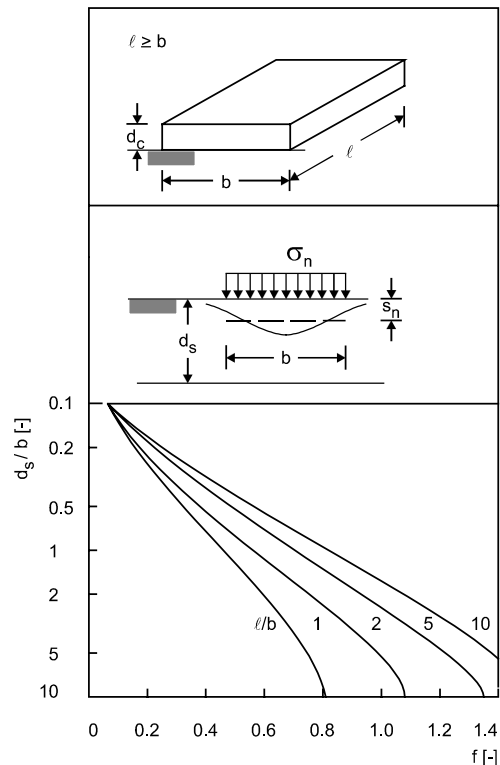


Bild 6.25: Abhängigkeit des Parameters f von den Verhältnissen ℓ/b und d_s/b

Fig. 6.25: Parameter f dep. on ratios l/b and d_s/b

Der Bettungsmodul stellt eine Druckfeder dar. Für die Sohlpressung σ_n wird nur das Eigengewicht der Sohle angesetzt. In Bild 6.25 ist die Abhängigkeit des Parameters f von den Verhältnissen ℓ/b und d_s/b dargestellt [33]. Hierin ist d_s die Dicke der setzungsfähigen Schicht unterhalb der Sohlplatte. In Bild 6.26 ist der Bettungsmodul k_s abhängig von der Plattenlänge ℓ für unterschiedliche E_s - und ℓ/b -Werte für eine Schichttiefe $d_s = 10$ m dargestellt. Der so bestimmte Bettungsmodul stellt einen Schätzwert dar, dessen Qualität sich mit bodenmechanischen Daten des anstehenden Baugrunds etc. schärfen lässt.

6.5.3.4 Biegebehinderungsgrad beim Bettungsmodulverfahren

Wird die freie Krümmung κ_0 vollständig behindert, so ruft dies das Zwangsmoment

$$M_0 = \kappa_0 E_e I_c \quad (6.41)$$

hervor. Da die Plattenenden momentenfrei sein müssen, muss dort ein gleich großes, entgegengesetzt gerichtetes Randmoment dafür sorgen. Dies führt zu einem ortsveränderlichen Biegebehinderungsgrad R_{bs} , der von mehreren Parametern abhängt. Einen wesentlichen Parameter stellt die elastische Länge

$$\ell_e = 4 \sqrt{\frac{4E_e I_c}{k_s b_c}} \quad (6.42)$$

dar. Hierin bedeuten:

E_e , wirksamer E-Modul des Betons,

$b_c = 1$ m, Streifenbreite,

$I_c = b_c d_c^3/12$, Trägheitsmoment des Sohlstreifens.

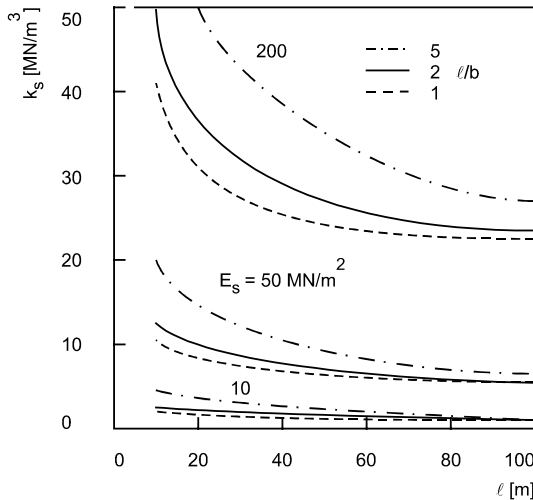


Bild 6.26: Abhängigkeit des Bettungsmoduls von der Sohllänge ℓ , von ℓ/b und vom Steifemodul für eine Bodenschicht von $d_s = 10$ m

Fig. 6.26: Modulus of subgrade reaction dependent on length of slab, ratio ℓ/b and stiffness modulus of soil for a thickness of subsiding soil layer of 10 m

Durch die elastische Länge wird das Steifigkeitsverhältnis Sohle/Untergrund beschrieben. Beton und Boden werden als elastische Stoffe unterstellt. Der Biegebehinderungsgrad ist mit ($x' = \ell/2$ Bild 6.20)

$$R_{bs}(x') = \frac{M(x')}{M_0} \quad (6.43)$$

definiert. Hierbei ist $M(x')$ das ortsveränderliche Zwangsmoment ($x' = 0$, Sohlenende). Weiter gilt mit Symmetrie in $x = 0$, ($x' = \ell/2$):

$$R_{bs}(x=0) = \max R_{bs} \leq 1, \\ R_{bs}(x=\ell/2) = 0.$$

Das Zwangsmoment $M(x')$ ergibt sich durch Überlagerung des Zwangmoments M_0 mit dem Zwangsmoment $M'(x')$, das durch das Randmoment $-M_0$ entsteht. Der Biegebehinderungsgrad kann analytisch hergeleitet werden [70]. In Bild 6.27 ist der Biegebehinderungsgrad in der Symmetrieachse ($x = 0$) abhängig vom Verhältnis ℓ/ℓ_e aufgetragen. Man erkennt, dass die Sohlplattenlänge $\ell \geq \text{rd. } 4,7 \ell_e$ betragen muss, ehe sich in der Symmetrieachse der totale Biegezwang aufbauen kann. Man

nennt daher Sohlplatten mit $\ell < 4,7 \ell_e$ kurze bzw. jene mit $\ell \geq 4,7 \ell_e$ lange Sohlplatten.

Das Zwangsmoment $M(x')$ ergibt sich durch Überlagerung des Zwangmoments M_0 mit dem Zwangsmoment $M'(x')$, das durch das Randmoment $-M_0$ entsteht. Der Biegebehinderungsgrad kann analytisch hergeleitet werden [70]. In Bild 6.27 ist der Biegebehinderungsgrad in der Symmetrieachse ($x = 0$) abhängig vom Verhältnis ℓ/ℓ_e aufgetragen. Man erkennt, dass die Sohlplattenlänge $\ell \geq \text{rd. } 4,7 \ell_e$ betragen muss, ehe sich in der Symmetrieachse der totale Biegezwang aufbauen kann. Man nennt daher Sohlplatten mit $\ell < 4,7 \ell_e$ kurze bzw. jene mit $\ell \geq 4,7 \ell_e$ lange Sohlplatten.

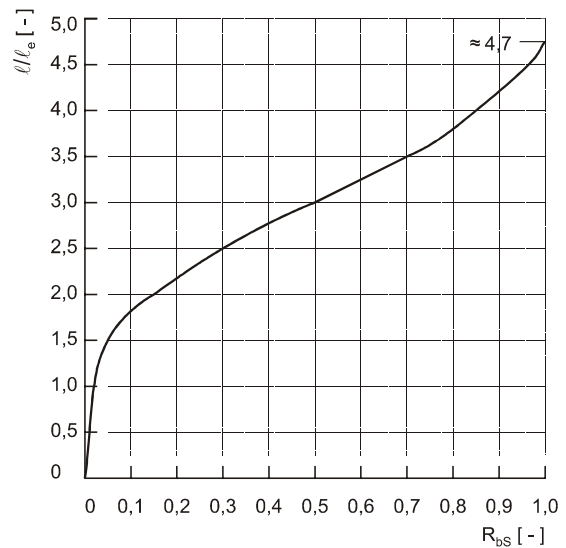


Bild 6.27: Biegebehinderungsgrad R_{bs} nach dem BMV abhängig von ℓ/ℓ_e

Fig. 6.27: Degree of bending restraint R_{bs} dependent on ℓ/ℓ_e (subgrade reaction modulus method)

In Bild 6.28 ist der Aufbau des Biegebehinderungsgrades vom Sohlenende her beispielhaft dargestellt. Nur bei der Plattenlänge $\ell = 50$ m existiert ein Innenbereich mit $R_{bs} = 1$. Bei der 10 m langen Sohle ist die Biegebehinderung gering.

Neben dem Biegezwang infolge Behinderung der Krümmung κ_0 tritt ein weiterer auf. Aus Bild 6.20 erkennt man, dass die Zwangsnormalkraft mit dem Versatzmoment $M_f = N_f(x) d_0/2$ verknüpft ist. Dieses führt bei Kontraktion des Betons zum Hochschüsseln der Sohle, das von den k_s -Federn und dem Eigengewicht der Sohle bzw. σ_n behindert wird. In [81] wurde gezeigt, dass die hieraus resultierenden Zwangsmomente vernachlässigt werden dürfen.

Bei mindersteifen Böden, $k_s \leq 25 \text{ MN/m}^3$, ist die resultierende Sohlendruck an den Sohlenenden negativ (Druck). Bei steifen Böden kann es zum Abreißen der Sohlen-

enden vom Untergrund kommen. Ausgeprägt ist dies bei einer Gründung auf Fels [70], [135].

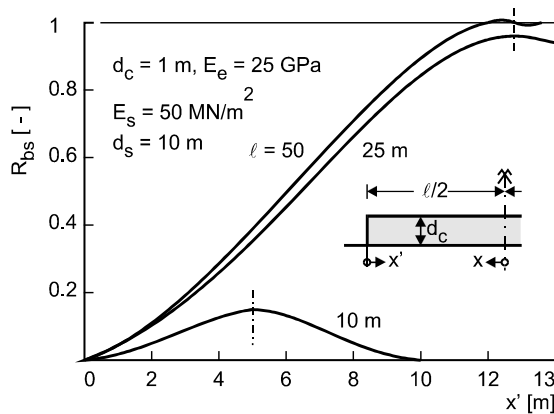


Bild 6.28: Biegehindegungsgrad R_{bs} nach dem BMV abhängig von der Sohlänge (Beispiele)

Fig. 6.28: Dependence of degree of bending restraint R_{bs} on distance x' from end of slab on ground, subgrade reaction modulus method (examples)

6.6 Behinderung von Sohlplatten durch Pfähle

6.6.1 Vorbemerkungen

Sohlplatten werden häufig und zusätzlich durch Pfähle gestützt. Vielfältige Gründe erzwingen dies, so z.B.: setzungsempfindliche Bodenschichten unterhalb der Sohle; temporäre oder permanente Auftriebssicherung, u.a.m. Die freien Verformungen der Sohle können durch die Pfähle behindert werden. Hier wird ein Weg zur Abschätzung der Zwängung aufgezeigt. Näheres ist in [81] nachzulesen.

6.6.2 Verformungen am Pfahlkopf

Die horizontale Interaktion zwischen Pfahl und Boden wird üblicherweise mit dem BMV beschrieben [32, 106]. In Bild 6.29 ist der Pfahl unter der Horizontalkraft H und dem Moment, beide am Pfahlkopf einwirkend, dargestellt. Des weiteren sind das statische System und Pfahlverformungen für zwei Verteilungen des Bettungsmoduls abgebildet. Für nichtbindigen Boden wird die Verteilung nach Linie 1 und für bindigen Boden die Verteilung nach Linie 2 ($k_{sR} = k_s = k_{sR} = \text{konstant}$) empfohlen. Der Bettungsmodul lautet mit d_p , äquivalenter Pfahldurchmesser:

$$k_s(z) = k_{sR} \cdot f(z) \quad (6.44)$$

mit

$$k_{sR} = \frac{E_s}{d_p} \quad (6.45)$$

Die Tab. 6.5 enthält Anhaltswerte für den Bettungsmodul k_{sR} .

Tab. 6.5: Anhaltswerte des horizontalen Bettungsmoduls

Tab. 6.5: Nominal values of horizontal subgrade reaction modulus [79]

Bodenart	k_{sR} [MN/m ³]
Anschüttung von Sand, Kies und Humus	10 - 20
leichter Torf- und Moorboden	5 - 10
schwerer Torf- und Moorboden	10 - 15
nasser Lehm	20 - 30
feuchter Lehm	40 - 50
trockener Lehm	60 - 80
harter und trockener Lehm	100
lockerer Sand	10 - 15
Feinkies und Sand	80 - 100
Mittelkies und Sand	120 - 150
Grobkies und Sand	200 - 250

Die Verschiebung w und Verdrehung ϕ am Pfahlkopf infolge $H = 1$ und $M = 1$ sind in [106] tabelliert. Sie lauten für $H = 1$:

$$w_{0H} = \kappa_{wH} \frac{H \ell_0^3}{E_p I_p}, \quad (6.46)$$

$$\phi_{0H} = \kappa_{\phi H} \frac{H \ell_0^2}{E_p I_p}; \quad (6.47)$$

bzw. für $M = 1$:

$$w_{0M} = \kappa_{wM} \frac{M \ell_0^2}{E_p I_p}, \quad (6.48)$$

$$\phi_{0M} = \kappa_{\phi M} \frac{M \ell_0}{E_p I_p}. \quad (6.49)$$

Hier ist

$$\ell_0 = \sqrt[4]{\frac{4 E_p I_p}{k_{sR} d_p}} \quad (6.50)$$

die elastische Länge; mit E_p , E-Modul des Pfahlbaustoffs; I_p , Trägheitsmoment des Pfahls. Die Verformungen sind in den Bildern 6.30 und 6.31 in Abhängigkeit vom Verhältnis ℓ_p/ℓ_0 für die beiden Verteilungen des Bettungsmoduls von Bild 6.29 dargestellt.

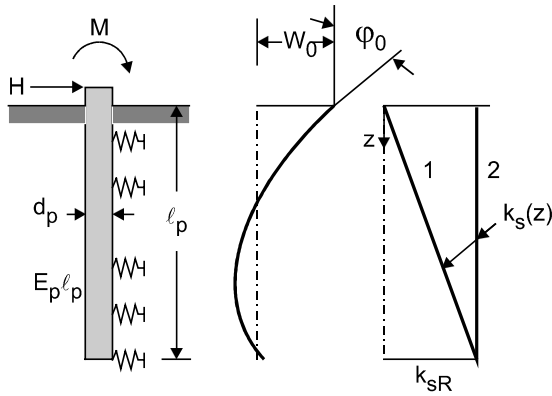


Bild 6.29: Aktiv belasteter Pfahl. Verteilungen des Bettungsmoduls und Verformungen.

Fig. 6.29: Actively loaded pile. Distributions of sub-grade reaction modulus and deformation

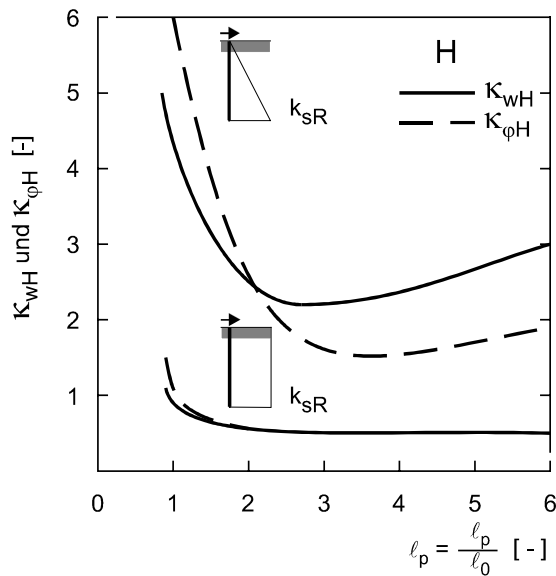


Bild 6.30: Bezogene Pfahlkopfverformung infolge $H = 1$

Fig. 6.30: Normalized deformation at pile head due to $H = 1$

6.6.3 Längszwang durch Pfahlreihe

Unterstellt man elastische Baustoffe für Sohle und Pfahl sowie elastischen Boden, dann kann der Längszwang in der Sohlplatte mit üblichen baustatischen Methoden gelöst werden. Für die in Bild 6.32 dargestellte Sohle kann der Größtwert N_{pr} in der Symmetrieachse mit

$$N_{pr} = \sum_{m=1}^n H_m = \frac{\varepsilon_{0m} E_p b_p a_p}{\kappa_{wH} \ell_0^3} \sum_{m=1}^n m \quad (6.51)$$

eingeschätzt werden. Dabei wird der gelenkige Anschluss der Pfähle an die Sohle unterstellt. Weiter bedeuten: 1, 2, m, n ... Pfahlnummer; n ... Pfahlanzahl.

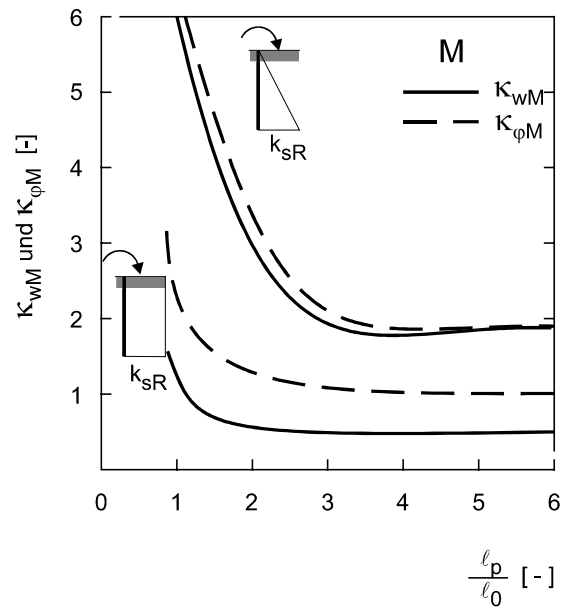


Bild 6.31: Bezogene Pfahlkopfverformung infolge $M = 1$

Fig. 6.31: Normalized deformation at pile head due to $M = 1$

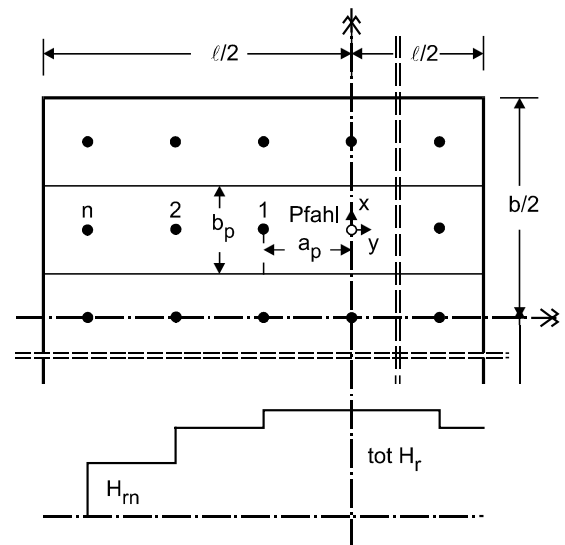


Bild 6.32: Sohle mit Pfählen, Aufbau der Zwangnormalkraft

Fig. 6.32: Slab on piles, development of restraint force

Bild 6.33 zeigt Berechnungsergebnisse für ein Beispiel. Bildet man die Pfähle als Federn ab, so ergibt sich der Dehnbehinderungsgrad in der Symmetrieachse zu

$$R_{ap} = \frac{1}{1 + \frac{E_e d_c b_p}{c_p a_p}} \quad (6.52)$$

mit:

a_p, b_p : Abstände der Pfahlreihen,

c_p : Federsteifigkeit des Pfahls im Boden [MN/m]; diese lautet nach [81]:

$$c_p = \frac{E_p I_p}{\kappa_{wH} \ell_0^3} \frac{n(1+n)}{2} \quad (6.53)$$

In Bild 6.33 ist die Zunahme von R_{ap} mit der Gesamtzahl n zu beiden Seiten der Symmetrieachse und mit dem Bettungsmodul für eine Sohle und Pfähle mit $d_c = d_p = 0,4$ m dargestellt. Der Längszwang nimmt mit der Pfahlzahl und mit k_{sR} zu. Er ist im frühen Alter des Sohlbetons höher als für ausgehärteten Beton. In der Praxis herrschen zwischen den Abmessungen gewisse Erfahrungszusammenhänge. Diese betreffen die Verhältnisse zwischen Pfahlabstand und Sohlendicke, Pfahldurchmesser und Sohlendicke etc.. Für übliche Verhältnisse bewegt sich der Dehnbehinderungsgrad im Bereich von $0,1 \leq R_{ap} \leq 0,3$.

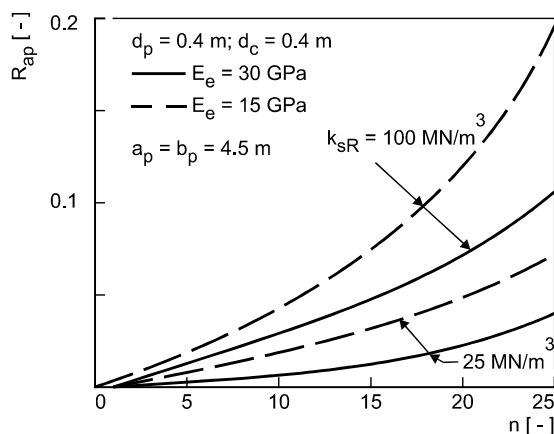


Bild 6.33: Dehnbehinderungsgrad einer Sohle abhängig von der Zahl der Pfähle und vom Bettungsmodul (Beispiel)

Fig. 6.33: Degree of axial restraint dependent on number of piles and on subgrade reaction modulus (example)

Tritt in der Sohlplatte eine freie Krümmung κ_0 auf, dann muss der hieraus resultierende Biegezwang- u.a. in Endbereichen der Sohle- durch Abbildung der Pfähle als lotrechte Federn erfasst werden.

6.7 Zusammenfassung

Werden die freien Verformungen eines Bauteils behindert, entstehen Zwangspannungen. In Vorbereitung auf den Abschn. 7 und 8, Berechnung der Zwangspannungen, werden im Abschn. 6 die Arten der Behinderung

beschrieben. Berechnungsmodelle zur Abbildung der Dehn- und Biegebehinderung einfacher Bauteile werden vorgestellt. Mehr hierzu erfolgt in den Abschn. 7 und 8.

7. Grundlagen der Spannungsberechnung und Risskriterien

7.1 Ziel und Vorgehen

Die Spannungsberechnung hat nur einen Zweck. Mit ihr soll die Wirksamkeit von risskontrollierenden Maßnahmen bei der Vor- und Ausführungsplanung bewertet werden.

Folgende Voraussetzungen müssen hierbei für eine wirklichkeitsnahe Spannungsberechnung erfüllt sein:

- Das Wärmefreisetzungspotential des Betons der künftigen Ausführung muss durch Versuche bestimmt oder näherungsweise festgelegt werden (s. Abschn. 3).
- Die mechanischen Eigenschaften des jungen Betons müssen durch Versuche oder näherungsweise bestimmt werden (s. Abschn. 4).
- Das Feld der Bauteiltemperatur und ggf. des autogenen Schwindens (erforderlich bei $w/z \leq 0,5$) muss berechnet werden (s. Abschn. 5).
- Die Behinderung des jungen Bauteils durch Nachbarn muss realistisch abgebildet werden (s. Abschn. 6).

Die Forschung berichtet über zahlreiche Berechnungsmethoden, s. z. B. [65, 45, 44, 51, 29, 94, 96]. Dabei handelt es sich meist um FEM-Verfahren, auf die im allg. nicht zurückgegriffen werden kann. Darüber hinaus existieren zahlreiche kommerzielle FEM-Programme, s. [78]. In diesem Bericht wird das Ingenieurmodell TEMP-SPANN angewandt, das am IBMB entwickelt worden ist. Es beruht auf geläufigen Grundlagen der Mechanik und erfüllt die o.g. Voraussetzungen. Die Berechnungen werden an idealisierten Bauteilausschnitten durchgeführt. Für die meisten Fälle der Praxis ist dies ausreichend.

Die Grundlagen der nichtlinearen Spannungsberechnung werden vorgestellt. Die Berechnung erfolgt für einen festzulegenden Parametersatz und ist mithin deterministisch, beschreibt also das mittlere Verhalten. Mit dem IM muss die in Bild 1.2 gestellte Kernfrage mit angemessenem Aufwand und akzeptabler Zuverlässigkeit beantwortet werden: Wird die Spannung die Zugfestigkeit erreichen, wann und wo? Werden sich nur Einrisse oder gar Trennrissen bilden? Die Antwort hierzu bedingt ein Risskriterium, mit dem die vielfältigen Streuungen auf sowohl der Widerstands- als auch der Einwirkungsseite erfasst werden können. Die heute gängigen Risskriterien werden vorgestellt und diskutiert.

Schließlich werden ein eigenes zuverlässigkeitsorientiertes Risskriterium und dessen Handhabung erläutert.

7.2 Grundbeziehungen des Ingenieurmodells

7.2.1 Elementierung und freie Dehnungsebene beim stabförmigen Ausschnitt

Für viele Anwendungen in der Praxis ist es vertretbar, einen stabförmigen Ausschnitt aus dem gezwängten Bauteil zu betrachten. Beispiele hierfür sind: Streifen aus Sohle; Streifen aus Tunneldecke und rechteckige Stäbe. Bei diesen Bauteilen darf man - in einem Abstand vom Stabende, von Festhaltepunkten etc. - von eindimensionaler Wärmeleitung und ebenem Dehnungszustand ausgehen.

Bild 7.1 zeigt den rechteckigen Querschnitt eines Ausschnitts. Seine Dicke d_c wird durch ℓ Lamellen der Dicke $d_k = d_c/\ell$ diskretisiert. Die lotrechten Seitenflächen sind adiabate Ränder. Beispielhalber ist die Verteilung des E-Moduls und dessen Mittelwerts E_m zum beliebigen Zeitpunkt aufgetragen. Insbesondere im sehr frühen Alter weicht der wirksame Schwerpunkt C_e vom geometrischen, C_c , ab.

Bild 7.2 zeigt die Verteilung und Ebene EFD der freien Dehnungen, die durch mittlere freie Dehnung $\Delta\epsilon_{0m}$ und freie Krümmung $\Delta\kappa_0$ aufgespannt wird (s. Abschn. 6). Die alters- und ortsabhängige Veränderlichkeit der Einwirkungen und Betoneigenschaften erfordert die inkrementelle Beschreibung und Berechnung.

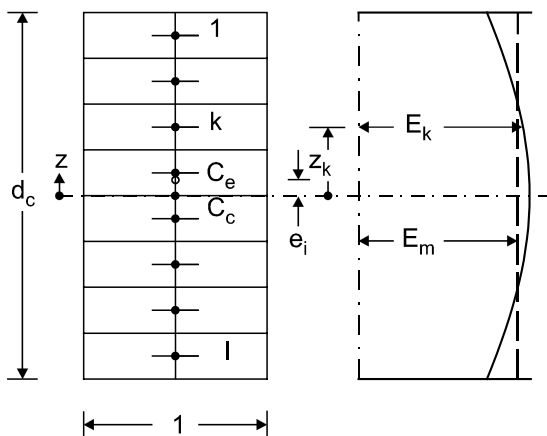


Bild 7.1: Diskretisierung des Bauteilausschnitts mit rechteckigem Querschnitt

Fig. 7.1: Discretization of a cut-out with a rectangular cross-section

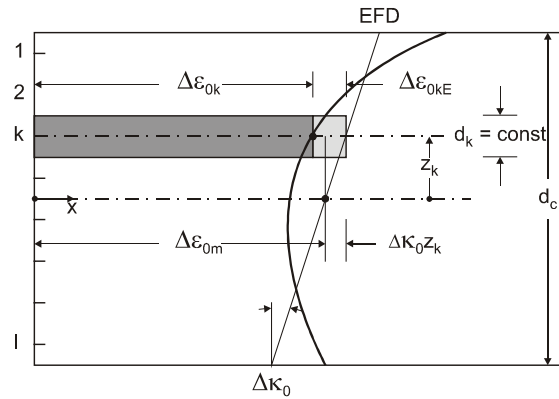


Bild 7.2: Freie Verformungen und Ebene der freien Dehnung EFD für den Bauteilausschnitt mit rechteckigem Querschnitt

Fig. 7.2: Free deformations and plane EFD for the cut-out with a rectangular cross-section

Die Lamellenzahl ℓ und Lamellendicke d_k müssen bestimmte Anforderungen erfüllen. Damit die über die Bauteildicke d_c nichtlinear verlaufenden Stoffeigenschaften, Dehnungen etc. numerisch nicht zu sehr aufgeraut werden, muss die Lamellenzahl $\ell \geq 10$ sein. Dies ist auch erforderlich, um eine akzeptable Berechnungsgenauigkeit zu erzielen.

Darüber hinaus muss die Lamellendicke d_k die heterogene Betonstruktur realistisch abbilden. Nach [47] kann die Betonstruktur durch die sogen. repräsentative Volumeneinheit RVE beschrieben werden. Deren Kantenlänge kann zu $x_{RVE} \approx 2,5 - 3,0 \max d_g$ angenommen werden, mit $\max d_g$ Größtkorndurchmesser des Betonzuschlags. Damit muss die Lamellendicke $d_k \geq x_{RVE}$ sein, um die an Probekörpern mit dem Querschnitt $A_c \geq x_{RVE}^2$ gemessenen Stoffeigenschaften auf die Lamellen übertragen zu dürfen. Beispiel: $\max d_g = 32 \text{ mm}$; $x_{RVE} \approx 80 \text{ bis } 96 \text{ mm}$; $d_c = 1,2 \text{ m}$, $\ell \geq 15$; $d_k = 80 \text{ mm}$. Die RVE ist auch als plastische Rissprozesszone zu verstehen, in der ein die Lamelle trennender Riss entsteht.

7.2.2 Verträglichkeit und innere Kräfte

7.2.2.1 Verträglichkeitsverbindungen

Infolge Behinderung wird die Ebene EFD in die resultierende Dehnungsebene ERD transformiert, s. Bild 7.3. Unterstellt man Dehnungsebenheit zum beliebigen Zeitpunkt t_i , so lauten die Verträglichkeitsbedingungen in der Stabachse für **Zustand I**:

$$\Delta\epsilon_{mi} + \Delta\epsilon_{0mi} - \Delta\epsilon_{Ri} = 0, \quad (7.1a)$$

$$\Delta\kappa_i + \Delta\kappa_{0i} - \Delta\kappa_{Ri} = 0. \quad (7.1b)$$

Hierin bedeuten:

$\Delta\epsilon_{0mi}$ mittlere freie Dehnung,
 $\Delta\kappa_{0i}$ freie Krümmung,
 $\Delta\epsilon_{Ri}$ mittlere resultierende Dehnung,
 $\Delta\kappa_{Ri}$ resultierende Krümmung.

Bei Annahme der nichtlinearen σ - ϵ -Linie von Bild 4.15 in:

$$\Delta\epsilon_{mi} = \Delta\epsilon_{elmi} + \Delta\epsilon_{rmi} \quad (7.2 \text{ a})$$

die von Spannungen erzeugte mittlere Dehnung und

$$\Delta\kappa_i = \Delta\kappa_{eli} + \Delta\kappa_{ri} \quad (7.2 \text{ b})$$

die von Spannungen erzeugte Krümmung

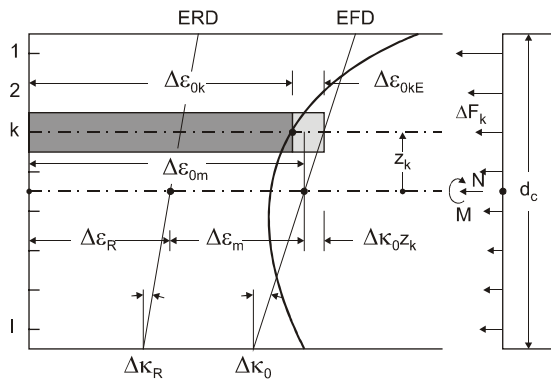


Bild 7.3: Ebene der freien und resultierenden Dehnungen, Lamellenkräfte und Zwangsschnittgrößen

Fig. 7.3: Planes of free and resultant strains, forces of strips and restraint reactions

Hierbei ist $\Delta\epsilon_{elmi}$ die mittlere elastische Dehnung und $\Delta\epsilon_{rmi}$ die mittlere Mikrorissdehnung. Entsprechendes gilt für die Krümmung. Die Terme $\Delta\epsilon_{Ri}$ und $\Delta\kappa_{Ri}$ beschreiben die Nachgiebigkeit der Zwängung. Es gilt z.B. bei totalem Dehn- und Biegezwang: $\Delta\epsilon_{Ri} = 0$ und $\Delta\kappa_{Ri} = 0$. Die Krümmung $\Delta\kappa_i$ dreht die EFD in die ERD. Die Verträglichkeit muss auch für die beliebige Lamelle k gelten. Die freien Verformungen werden als Treppenstufen $\Delta\epsilon_{0ki} = \text{const}$ aufgeprägt, s. Bilder 6.3 und 6.4. Dabei antwortet der Werkstoff spontan mit der elastischen Dehnung $\Delta\epsilon_{elki}$ und plastischen Rissdehnung $\Delta\epsilon_{rki}$. Die Verträglichkeitsbedingung beim Dehnungssprung bei t_i lautet:

$$\Delta\epsilon_{elki} = -\Delta\epsilon_{0ki} - \Delta\epsilon_{rki} \quad (7.3)$$

Die Gl.(7.3) wird mit Bild 7.4 erläutert, in dem die σ - ϵ -Linie für zentrischen Zug der Lamelle k zum Zeitpunkt t_i dargestellt ist. Das Dehnungsincrement bei t_i

$$\Delta\epsilon_{elki} = -\Delta\epsilon_{0ki} + \Delta\epsilon_{Ri} + \Delta\kappa_{Ri} z_k \quad (7.4)$$

stellt die wirksame, spannungserzeugende Dehnung dar. Diese entspricht der Summe der elastischen und plastischen Dehnung (Mikroriss),

$$\Delta\epsilon_{eki} = \Delta\epsilon_{elki} + \Delta\epsilon_{rki}, \quad (7.5)$$

die mit dem spontanen Spannungszuwachs $\Delta\sigma_{ki}$ verbunden ist. Der Spannungszuwachs wird in der Folgezeit durch Relaxation abgebaut.

7.2.2.2 Spannungen und Schnittgrößen

Mit Gl.(7.3) erhält man das spontan-elastische Kraftinkrement:

$$\Delta F_{ki} = -(\Delta\epsilon_{0ki} + \Delta\epsilon_{rki} - \Delta\epsilon_{Ri} - \Delta\kappa_{Ri} \cdot z_k) \cdot E_{ki} \cdot d_k \quad (7.6)$$

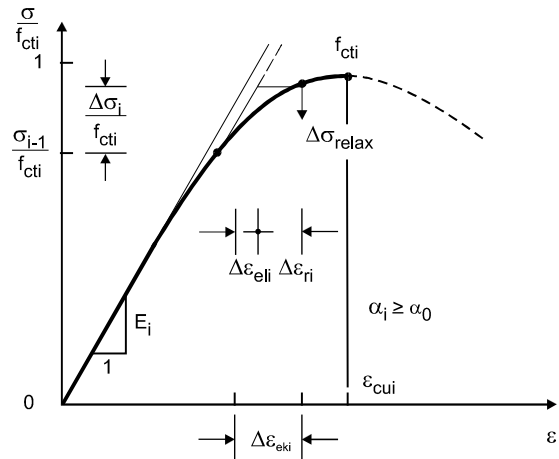


Bild 7.4: Inkrementelle Spannungsantwort auf das Inkrement der aufgezungenen Dehnung

Fig. 7.4: Incremental stress response to incremental imposed strain

Die Spannung beträgt bei t_i :

$$\Delta\sigma_{ki} = \Delta F_{ki} / d_k. \quad (7.7)$$

Kraft bzw. Spannung nehmen in der Folgezeit $t_n > t_i$ durch Relaxation ab. Für die Dehnungsgeschichte mit Beginn bei t_i und der Dauer $t_n - t_i$ gilt dann für die Lamellenkraft:

$$\Delta F_{kni} = \Delta F_{ki} \psi_{kni} = -(\Delta\epsilon_{0ki} + \Delta\epsilon_{rki} - \Delta\epsilon_{Ri} - \Delta\kappa_{Ri} z_k) \cdot E_{ki} d_k \psi_{kni} \quad (7.8)$$

mit ψ_{kni} , Relaxationsfunktion, nach Abschn. 4, bei Beginn in i und nach Ablauf der Dauer $n-i$. Die gesamte Lamellenkraft erhält man durch Summation über die Beanspruchungsdauer $t_n - t_1$:

$$F_{kn1} = \sum_{i=1}^n \Delta F_{kni} \quad (7.9)$$

Addiert man die Lamellenkräfte über den Querschnitt, so erhält man die Zwangsnormalkraft bzw. das Zwangsmoment 1:

$$N_{n1} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni}, \quad (7.10)$$

$$M_{n1} = - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni} z_k. \quad (7.11)$$

Die resultierende Spannung bei t_n erhält man mit Gl.(7.9) und $d_k = d_c / \ell$:

$$\sigma_{kn1} = \frac{F_{kn1}}{d_k}, \quad (7.12)$$

In Abschn. 8 wird - bei der Behandlung des Zwangs in typischen Bauteilen - gezeigt wie sich die Gln.(7.8) bis (7.11) vereinfachen, wenn man über die Spannungs-Dehnungslinie und die Viskoelastizität abweichende Verfügung trifft.

7.2.3 Zwangbedingungen

Die Gleichungen des Abschn. 7.2.2 können erst dann ausgewertet werden, sofern über die mechanischen Randbedingungen verfügt worden ist. In Abschn. 6 ist das Vorgehen für endgezwängte Stäbe beispielhaft erläutert worden. Für spezielle Festhaltungen kann man die Zwangsschnittgrößen und Spannungen des stabförmigen Ausschnitts sofort anschreiben, so z.B. für:

- $\Delta \varepsilon_{Ri} = 0$; $\Delta \kappa_{Ri} = 0$; totaler Dehn- und Biegezwang

$$F_{kn1} = -d_k \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki}) E_{ki} \psi_{kni}, \quad (7.13)$$

$$\sigma_{kn1} = - \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki}) E_{ki} \psi_{kni}, \quad (7.14)$$

$$N_{n1} = -d_k \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki}) E_{ki} \psi_{kni}, \quad (7.15)$$

$$M_{n1} = d_k \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki}) E_{ki} z_k \psi_{kni}, \quad (7.16)$$

Beispiel: beidseitig eingespannter Stab.

- $\Delta \varepsilon_{elmi} = 0$; $\Delta \kappa_i = 0$; völlig ungezwängt

$$F_{kn1} = -d_k \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki} - \Delta \varepsilon_{0mi} - \Delta \varepsilon_{rmi}) E_{ki} \psi_{kni}, \quad (7.17)$$

$$\sigma_{kn1} = \frac{F_{kn1}}{d_k} \text{ Eigenspannung}, \quad (7.18)$$

$$N_{n1} = 0, \quad (7.19)$$

$$M_{n1} = 0. \quad (7.20)$$

Beispiel: äußerlich unbehinderte Wandscheibe, symmetrisches Temperaturfeld, nur Eigenspannungen.

Darüber hinaus kann man die Beziehungen für die Fälle $\Delta \varepsilon_{Ri} = 0$; $\Delta \kappa_{Ri} = \Delta \kappa_{0i}$ (totaler Dehn-, kein Biegezwang) und $\Delta \varepsilon_{Ri} = \Delta \varepsilon_{0mi}$; $\Delta \kappa_{Ri} = 0$ (kein Dehn-, aber totaler Biegezwang) sofort anschreiben. In der Praxis werden häufig totale Festhaltungen angenommen, was zur Überschätzung des Zwangs führt. In der Regel sind $\Delta \varepsilon_{Ri} \neq 0$; $\Delta \kappa_{Ri} \neq 0$ und die Interaktion muss baustatisch behandelt werden (s. Abschn. 6). Die Interaktion wird in den Abschn. 8.2 bis 8.4 für die dort behandelten typischen Zwangsfälle behandelt.

7.3 Risskriterien

7.3.1 Vorbemerkungen

Risse im jungen Betonbauteil können dessen Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit beeinträchtigen. Um etwaige Beeinträchtigungen zu begrenzen oder zu vermeiden, werden Maßnahmen zur Risskontrolle/-vermeidung ergriffen. Zur Bewertung von Maßnahmen, zur Qualitätssicherung u.a.m. müssen Anforderungen gestellt und Nachweise geführt werden.

Zur Vorhersage, ob im jungen Betonbauteil Risse entstehen können, benötigt man ein Risskriterium. Dieses kann durch die Grenzzustandsgleichung

$$f_{ct} - \sigma = R - S < 0 \quad (7.21)$$

ausgedrückt werden. Bei vielen Anwendungen dürfen nicht nur Biege- sondern auch Trennrisse hingenommen werden, wobei die erforderliche Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit des Bauteils gesichert sein müssen. Darüber hinaus gibt es aber Fälle, bei denen Trennrisse vermieden werden sollten, weil hierdurch die Dichtheit des Bauteils/-werks in Frage gestellt wird. Dies gilt u.a. für

- Umschließungsbauteile, gegen die drückendes Wasser/Abwasser etc. ansteht,
- Bauteilbereiche in der Wasserwechselzone,
- waagerechte Flächen von Umfassungsbauteilen (z.B. Tunneldecke), gegen die Regen-/ Sickerwasser häufig einwirken und wenn
- stahlkorrosive Bestandteile im Wasser in kritischer Konzentration vorliegen.

Zweifelsohne gibt es erprobte Maßnahmen, mit denen man die Dichtheit eine Trennrisse aufweisenden Bauteils sichern oder wiederherstellen kann (z.B. Rissinjektion).

In der Praxis werden folgende Risskriterien angewandt:

- Temperaturkriterien, die von kritischen Temperaturdifferenzen innerhalb des Bauteils und/oder zwi-

schen dem jungen Bauteil und behindernden, älteren Nachbarn ausgehen.

- Spannungskriterien, bei denen kritische Spannungen der Zugfestigkeit des Betons gegenüber gestellt werden.

Ein Risskriterium kann deterministisch oder zuverlässigkeitsorientiert angelegt sein. Es hängt mit den Verfügungen und Eingangswerten der Temperatur- und Spannungsberechnung unmittelbar zusammen. Die Eignung eines Risskriteriums muss durch in-situ Beobachtung/ Messung verifiziert sein. Schließlich beeinflusst es - über den mit ihm formulierten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit - die Herstell-, Reparatur- und Erhaltungskosten des Bauwerks.

7.3.2 Rissformen

Folgende Rissformen werden in massigen Bauteilen und anderen beobachtet ([7, 22]), Bild 7.5:

Oberflächenrisse OR (Bild 7.5a): OR, auch Schalenrisse genannt, werden durch die nichtlineare Verteilung der Temperatur, des autogenen Schwindens sowie frühen Trocknungsschwindens und die hieraus resultierenden Eigenspannungen insbesondere im frühen Alter (außen Zug, im Bauteilinneren Druck) verursacht. Eigenspannungen vernichten sich selbst durch Rissbildung. Sie können aber die Risschnittgrößen anschließenden Zwangs mindern [82]. Hingewiesen werden muss, dass die Nichtlinearität des Werkstoffverhaltens eine späte Vorzeichenumkehr der Spannungen nach sich ziehen kann (außen Druck, im Bauteilinneren Zug).

Trennrisse TR (Bild 7.5b): Trennrisse, auch Spaltrisse genannt, durchtrennen das Bauteil teilweise oder vollständig. Bei einer Wand auf Fundament (Herstellfolge 1 + 4; AF-Arbeitsfuge; RF-Raumfuge) beobachtet man Trennrisse TDR über die Wandhöhe und Trennrisse TAR Anrisse. Die Breite der TAR ist meist gering. Jene der TDR ist oft erheblich größer; sie muss durch Bewehrung kontrolliert werden. Die TDR sind für die Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit bedeutend.

Biegerisse BR (Bild 7.5c): Bei überwiegend durch Biegezwang beanspruchten Bauteile, z. B. Sohle auf Boden, können sich Biegerisse mit einer Druckzonenhöhe x einstellen. Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit können durch betontechnologische und konstruktive Maßnahmen gesichert werden.

7.3.3 Temperaturkriterien

Temperaturkriterien stellen einen „Ersatz“ für die aufwendige Spannungsberechnung dar. Es werden Temperaturdifferenzen zur Abwehr von Rissen vorgegeben,

die im jungen Bauteil nicht überschritten werden dürfen. Mit dieser Methode hat man in Skandinavien gute Erfahrungen gemacht [41, 140].

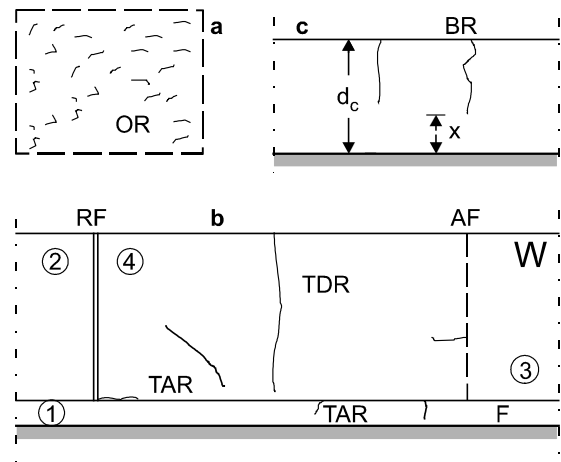


Bild 7.5: Rissformen

Fig. 7.5: Types of cracks

Der Vermeidung von Oberflächenrissen in gering gezwängten Bauteilen dient die Differenz $\Delta T_E(t)$ zwischen der Rand- und mittleren Temperatur am beliebigen Ort, s. Bild 7.6:

$$\Delta T_E(t) = T_m(t) - T_R(t). \quad (7.22)$$

Ist

$$\Delta T_E(t) \leq \lim \Delta T_E = 15K, \quad (7.23)$$

dann können nach [41] Risse infolge von Eigenspannungen vermieden werden.

Die maßgebende Temperaturdifferenz bei Trennrissen infolge Zwang ist in Bild 7.7 für die Wand auf Fundament dargestellt. Bei Kenntnis der mittleren Bauteiltemperaturen lautet die maßgebende, Temperaturdifferenz:

$$\Delta \Delta T_Z(t) = (\max T_m - T_m) - (\max T_{fm} - T_{fm}). \quad (7.24)$$

Ist

$$\Delta \Delta T_Z(t) \leq \lim \Delta \Delta T_Z = 15K, \quad (7.25)$$

dann treten nach [41] nur vereinzelte Trennrisse auf. Die Differenz $\Delta \Delta T_Z$ ist in der unteren Bildhälfte dargestellt. Sie steigt stetig bis auf 20 K an, in diesem Beispiel eine Trennrissbildung signalisierend. Nur Dehnzwang wird betrachtet.

Nach [41] darf das Temperaturkriterium nur für Bauteile angewandt werden, deren Gebrauchsfähigkeit durch Trennrisse nicht gemindert wird. Der Grenzwert $\lim \Delta \Delta T_Z$ ist keine feste Größe, sondern wird von Fall

$$T_r \approx T_{\max} \left[0,85 + 0,15 \frac{T_{c0}}{T_{\max}} \right] \frac{f_{ct}}{E_e \alpha_T R_a} \quad (7.27)$$

approximiert werden (dünne Geraden). Hieraus kann das Verhältnis

$$\frac{f_{ct}}{E_e \alpha_T R_a} \approx \frac{10}{R_a} = \text{crit} \Delta T [K] \quad (7.28)$$

ableiten. Dieses Risskriterium hat sich zum Vergleich der Rissempfindlichkeit von Betonen unterschiedlicher Zusammensetzung bewährt. Im Bauteil werden sich die Temperatur, Festigkeit, E-Modul, Relaxation und Behinderung gewiss unterschiedlich entwickeln. Es ist deshalb zweifelhaft, ob man die Rissbildung im Bauteil mit Temperaturkriterien zuverlässig vorhersagen kann (s. auch [7], [8]).

7.3.5 Spannungskriterien

7.3.5.1 Kriterium des Road Directorate, Dänemark

Für Bauteile, deren Dichtheit durch Trennrisse gravierend beeinträchtigt werden würden, ist nach [41] das Spannungskriterium anzuwenden. Dabei berechnet man das orts- und altersabhängige Rissempfindlichkeitsverhältnis:

$$\omega_{cr} = \frac{\sigma}{f_{cts}} [-] \quad (7.29)$$

Hierin sind: σ , rechnerische Zugspannung, und f_{cts} , mittlere, rechnerische Spaltzugfestigkeit. Die Spaltzugfestigkeit wird wegen der gegenüber der zentrischen Zugfestigkeit einfacheren Prüfung gewählt. Sie wird bei der Vorplanung über die zu erwartende Betondruckfestigkeit geschätzt. Bei der Ausführungsplanung stehen i.d.R. Prüfwerte bei definierter Reife zur Verfügung. Die Spannung σ wird mit einem „vernünftigen“ Parametersatz (Mittelwerte) berechnet. Aufgrund von Erfahrungen werden Grenzwerte $\lim \omega_{cr}$ eingeführt. Die Einhaltung eines Grenzzustandes der Gebrauchsfähigkeit (Dichtheit) bedingt, dass

$$\omega_{cr} \leq \lim \omega_{cr} \quad (7.30)$$

Folgende Grenzwerte werden angesetzt:

- $\lim \omega_{cr} = 0,65$; bei nicht tolerierter Trennrissbildung und
- $\lim \omega_{cr} = 0,80$; bei vereinzelt Trennrissen.

In den Grenzwerten ist pauschal berücksichtigt, dass Spannung und Festigkeit streuen sowie dass die Spaltzugfestigkeit größer als die wirksame Bauwerkszugfestigkeit ist. Aber auch damit ist das Rissempfindlichkeits-

verhältnis eine deterministische Größe. Hingewiesen wird darauf, dass der Kehrwert ω_{cr}^{-1} dem zentralen Sicherheitsbeiwert $\gamma_{cr} = f_{cts}/\sigma [-]$ gleich kommt. Das ω_{cr} -Konzept wurde in Skandinavien erfolgreich angewandt, s. z.B. bei der Øresundbrücke [140].

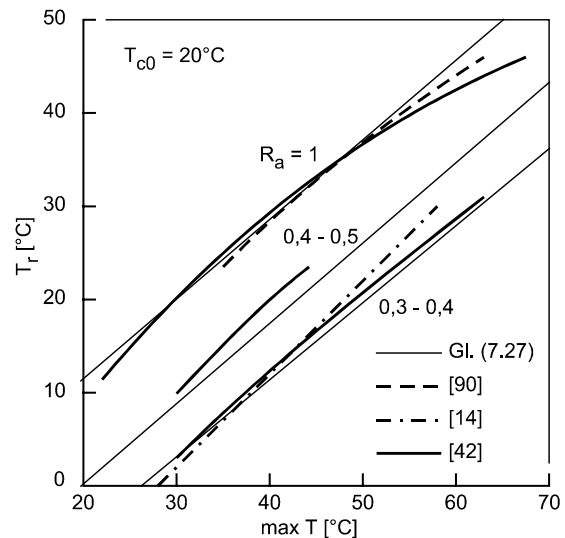


Bild 7.9: Abhängigkeit der mittleren Risstemperatur von der Höchsttemperatur bei zentrischem Zwang

Fig. 7.9: Dependence of mean cracking temperature on maximum temperature for axial restraint

7.3.5.2 Kriterium der Japan Society of Civil Engineers (JSCE)

In Japan verwendet man den sogen. Thermal Cracking Index TCI [49], [50]:

$$I_{cr} = \frac{f_{cts}}{\sigma}, \quad (7.31)$$

dessen Größen in Abschn. 7.3.5.1 erläutert worden sind und für Zustand I gelten. Es entspricht: $I_{cr} = \omega_{cr}^{-1}$. Das japanische Konzept ist aber im Gegensatz zum dänischen ein zuverlässigkeitsorientiertes. Der TCI ist mit der Risswahrscheinlichkeit p_{cr} verknüpft. Die Streuung der Basisvariablen in den Größen $\sigma(S)$ und $f_{cts}(R)$ wird berücksichtigt [123], [124]. Aufgrund von Erfahrungen und numerischer Simulation wurden Grenzwerte $\lim I_{cr}$ eingeführt. Die Einhaltung eines Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit (Dichtheit) bedingt:

$$I_{cr} \geq \lim I_{cr}. \quad (7.32)$$

Folgende Grenzwerte werden angesetzt:

- $\lim I_{cr} = 1,5$; bei nichttolerierter Trennrissbildung und

- $\lim I_{cr} = 1,2$; bei vereinzelt Trennrissen.

Bild 7.30 zeigt, mit welcher Risswahrscheinlichkeit der Rechenwert I_{cr} verknüpft ist [50]. Der Rechenwert I_{cr} hängt u.a. vom Rechenwert σ und den einfließenden Stoffmodellen und Streuungen ab. Die Spannung wird mit einer linear-elastischen σ - ϵ -Linie und mit linearem Kriechen berechnet. In [124] wird über Rissbeobachtungen an Bauwerken berichtet, deren Ausführung auf Basis des Grenzwerts $\lim I_{cr}$ erfolgt war. Die aus der gemessenen Risszahl abgeleitete reale Risswahrscheinlichkeit übertraf jene nach JSCE von rd. 24% bei $\lim I_{cr} = 1,2$ nach Bild 7.10 deutlich. In [124] wurde deshalb die Verschiebung der Linie $I_{cr}(p_{cr})$ in Richtung höherer I_{cr} -Werte um rd. 0,3 [-] empfohlen (Bild 7.15).

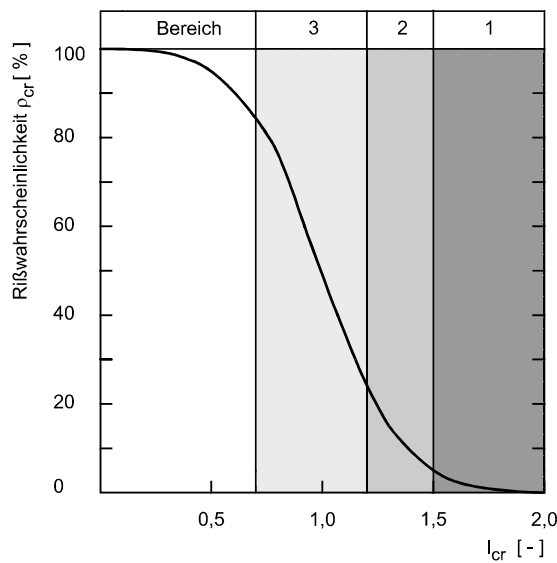


Bild 7.10: Risswahrscheinlichkeit abhängig vom Rissindex nach japanischer Stahlbetonnorm

Fig. 7.10: Cracking probability dependent on Thermal Cracking Index of JSCE

In Tab. 7.1 werden die japanischen und dänischen Grenzwerte miteinander verglichen. Sie entsprechen i.w. einander. Nach Bild 7.10 ist der Grenzwert $\lim I_{cr} = 1,5$ (Bereich 1) noch mit einer Risswahrscheinlichkeit von rd. 6% verbunden, jener von 1,2 (Bereich 2) mit rd. 24%. Der Bereich 3, $\lim I_{cr} = 0,7$ entspricht normalem Stahlbeton: Eine Trennrissbildung wird uneingeschränkt hingenommen. Die Rissbreiten müssen gemäß den jeweiligen Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (Dauerhaftigkeit) begrenzt werden. Eine Dichtheitsanforderung besteht im Bereich 3 nicht.

Tab. 7.1: Spannungskriterien der Trennrissbildung (verschiedene Quellen)

Tab. 7.1: Stress Criteria for Through-Cracking (Different Sources)

Quelle	Bezeichnung	Definition	Grenzwerte	
			wenige TDR ¹ toleriert	TDR ¹ nicht toleriert
Hetek	Rissem-pfindlichkeit	$\omega_{cr} = \frac{\sigma}{f_{cts}}$	0,8 (1,25) ²	0,65 (1,54) ²
JSCE	Therm. Rissindex	$J_{cr} = \frac{f_{cts}}{\sigma}$	1,20	1,50
IBMB	Rissindex	$C_{cr} = \frac{f_{cte}}{\sigma}$	1,15	1,35

¹ TDR: Trennriss durch gesamten Querschnitt;

² $\gamma_{cr} = \omega_{cr}^{-1}$

7.3.6 Risskriterium des Ingenieurmodells

7.3.6.1 Einfluss der Arbeitslinie für zentrischen Zug auf das Versagen

Im Risskriterium sowie in darauf basierenden Grenzwerten schlagen sich die Berechnungen zugrunde gelegten mechanischen Modellen nieder. Im folgenden wird gezeigt, wie sich die der Spannungsberechnung zugrundegelegten σ - ϵ -Linien im Zugversagen äußern. In Bild 7.11 wird auf die σ - ϵ -Linien hingewiesen, die späteren Berechnungen zugrunde gelegt werden (s. Tab. 8.1).

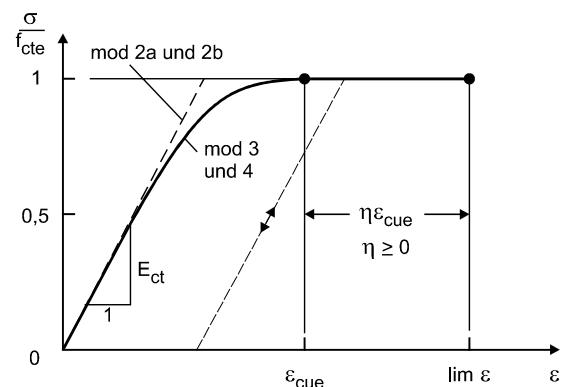


Bild 7.11: Arbeitslinie für zentrischen Zug sowie Berechnungsmodelle

Fig. 7.11: Stress-strain line for axial tension and models for computation

Bild 7.12 zeigt z. B. den Randbereich eines Bauteils sowie die über die Lamellendicke gemittelte Spannung und Zugfestigkeit für zwei Zeitschritte. Zum Zeitpunkt t_n möge die Spannung der Lamelle 1 gerade deren Zug-

festigkeit erreichen. Unterstellt man linearelastischen Beton, dann fällt die Lamelle bei $\sigma = f_{cte}$ spontan aus, s. Bild 7.13 a. Legt man hingegen der Spannungsberechnung die vollständige σ - ϵ -Linie zugrunde, dann versagt die Lamelle durch die Ausschöpfung der Zugdehnfähigkeit des Betons, Bild 7.13 c. Das Versagen ist mit großer plastischer Dehnung verbunden, die aber im Bauteil nicht zur Verfügung steht (Defekte). Legt man der Spannungsberechnung nur den ansteigenden Ast von Bild 7.11 zugrunde, dann wird das Versagen entsprechend Bild 7.13 b ablaufen.

Die Spannungsberechnungen werden im Rahmen dieses Berichts nur mit dem ansteigenden Ast der Spannungs-Dehnungsline durchgeführt. Abschn. 4.4.4 enthält hierzu weitere Erläuterungen.

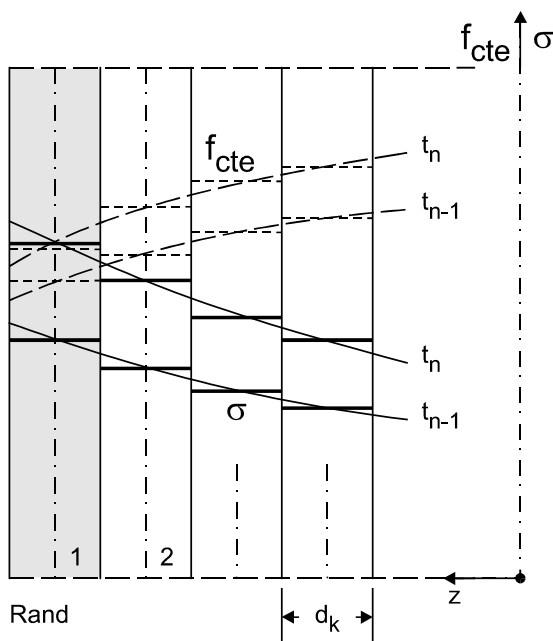


Bild 7.12: Zeitliche Entwicklung der Spannung und Zugfestigkeit über den Querschnitt bei Beginn des Zugversagens

Fig. 7.12: Distribution of stress and effective tensile strength in cross-section at on-set of tensile failure

7.3.6.2 Zuverlässigkeitsorientiertes Risskriterium des IBMB

Das Risskriterium des IBMB knüpft an den Thermal Cracking Index I_{cr} der JSCE [50] an und definiert den Rissindex R_i mit

$$C_{cr} = \frac{f_{cte}}{\sigma} \quad (7.33)$$

Er vermeidet eine Schwäche des I_{cr} : An die Stelle der Spaltzugfestigkeit f_{cts} wird die mittlere wirksame Zugfestigkeit f_{cte} im Bauwerk gesetzt. Die Abhängigkeit des RI von der Risswahrscheinlichkeit wird mit der FORM (first order reliability method, [125]) dargestellt. Dabei werden die Spannung und wirksame Zugfestigkeit als voneinander unabhängige, normalverteilte Basisvariable unterstellt, was nach [123, 124] berechtigt ist. Mit dem Zuverlässigkeitsindex

$$\beta_{cr} = \frac{C_{cr} - 1}{\sqrt{C_{cr}^2 V_R^2 + V_S^2}} \quad (7.33)$$

erhält man die Risswahrscheinlichkeit:

$$p_{cr} = \Phi(-\beta_{cr}) \quad (7.34)$$

In den Gln.(7.34) und (7.35) bedeuten:

V_R = V_{ct} , Variationskoeffizient der wirksamen Zugfestigkeit

V_S = V_{σ} , Variationskoeffizient der berechneten Zugspannung (Haupt-)

Φ Wahrscheinlichkeitsintegral

Der Variationskoeffizient V_R kann mit den Versuchsergebnissen von [35] eingegrenzt werden. V_R hängt vom Hydratationsgrad ab. Ab $\alpha = 0,5$ kann mit dem festen Wert $V_R \approx 0,15$ gerechnet werden. Dieser Wert gehört zur Kontraktionsphase des Betons, in der Trennrisse auftreten können. Der Variationskoeffizient V_S kann nur durch Sensitivitätsstudien und Monte-Carlo Simulation eingegrenzt werden. Aufgrund von Vorstudien wird sich der Variationskoeffizient V_S im Bereich $V_S \approx 0,15 \div 0,25$ bewegen.

Mit den o.g. Zielgrößen der Variationskoeffizienten wurde die Auswertung vorgenommen. Bild 7.14 zeigt die Abhängigkeit des Zuverlässigkeitsindex vom Rissindex.

In Bild 7.15 ist für die beiden Kombinationen der Variationskoeffizienten die Risswahrscheinlichkeit über dem Rissindex $C_{cr} \geq 1$ dargestellt. In [124] wurde vorgeschlagen, den Thermal Cracking Index von 1995 [50] zu modifizieren. Dieser Vorschlag ist in Bild 7.15 ebenfalls eingezeichnet. Er entspricht dem Verlauf der Linie $C_{cr}(p_{cr})$ für die Kombination der Variationskoeffizienten $V_R/V_S = 0,15/0,15$.

Die Einhaltung eines Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit (Dichtheit) bedingt:

$$C_{cr} \geq \lim C_{cr} \quad (7.36)$$

Folgende Grenzwerte werden vorgeschlagen:

- $\lim C_{cr} = 1,35$; bei nicht tolerierter Trennrissbildung und

- $\lim C_{cr} = 1,15$; bei vereinzelt Trennrissen.

Bild 7.15 zeigt, dass $\lim C_{cr} = 1,35$ mit einer Risswahrscheinlichkeit von rd. 7 bis 14%-abhängig vom Variationskoeffizient der Spannung verknüpft ist, der Grenzwert $\lim C_{cr} = 1,15$ hingegen mit rd. 26 bis 31%. Insbesondere die Spreizung der Risswahrscheinlichkeit bei $\lim C_{cr} = 1,35$ unterstreicht die Notwendigkeit der eingehenden Quantifizierung der Streuungen.

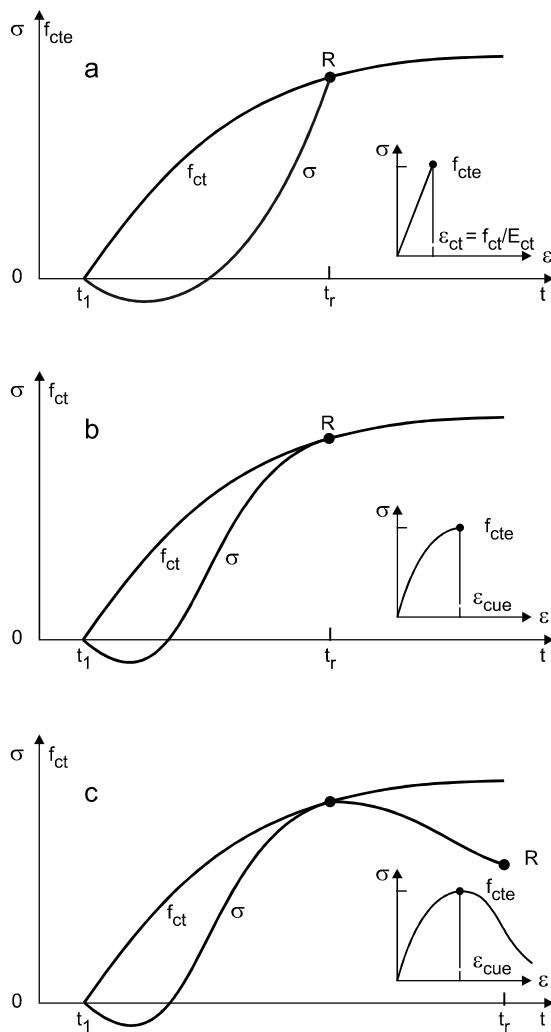


Bild 7.13: Einfluss der σ - ϵ -Linie auf die Rissspannung und den Risszeitpunkt (schematisch)

Fig. 7.13: Influence of σ - ϵ -line on stress and time at first cracks (schematic)

Fehlende Informationen, Versuche etc. müssen ggf. durch entsprechende Erhöhung des berechneten Wertes C_{cr} kompensiert werden. Hierzu gibt Bild 7.16 Hilfestellung. Es zeigt, wie sich Veränderungen des Rissindex auf Zuverlässigkeit und Risswahrscheinlichkeit auswirken und erlaubt die Abschätzung des Risikos. Die Grenzwerte sollten Bestandteile des Bauvertrages werden.

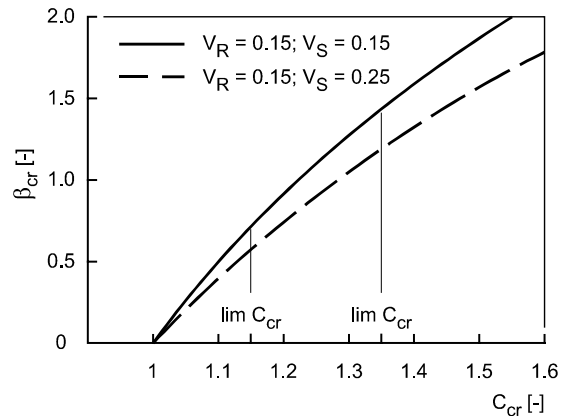


Bild 7.14: Zuverlässigkeitsindex abhängig vom Rissindex für die Zielwerte von V_R und V_S

Fig. 7.14: Cracking reliability index vs. thermal cracking index dependent on COV of stress and strength

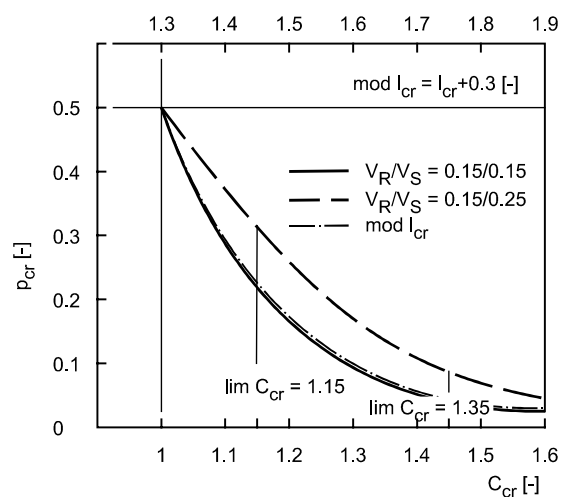


Bild 7.15: Risswahrscheinlichkeit abhängig vom Rissindex für den Zielwert von V_R und V_S

Fig. 7.15: Cracking probability dependent on cracking index and COV of stress and strength

In Tab. 8.1 ist der Rissindex C_{cr} den anderen Kriterien gegenübergestellt.

7.3.6.3 Anwendung

Nach diesem Vorschlag werden die Spannungen mit einem vernünftigen Parametersatz berechnet und der wirksamen Zugfestigkeit gegenübergestellt. Ist der berechnete Rissindex $C_{cr} \leq 1$, dann ist $p_{cr} \geq 50\%$. Einzelne Lamellen, Teile des Querschnitts oder der ganze Querschnitt fallen aus. Ist hingegen $C_{cr} > 1$, kann man die Risswahrscheinlichkeit an kritischen Stellen des Bauteils zeitabhängig berechnen. Wird dabei der

Grenzwert $\lim C_{cr}$ überschritten, dann ist die Tauglichkeit der vorgesehenen Maßnahmen rechnerisch nachgewiesen.

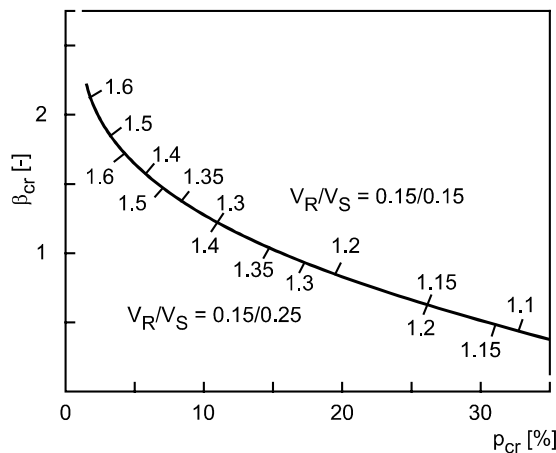


Bild 7.16: Abhängigkeit der Risswahrscheinlichkeit vom Sicherheitsindex und von den Zielwerten der Variationskoeffizienten V_R und V_S

Fig. 7.16 Cracking probability dependent on cracking reliability index and COV of stress and strength

Bild 7.17 stellt ein Beispiel für einen zentrisch gezwängten Stab dar. Der Rissindex C_{cr} wird mit der Zwangsnormalkraft und der Risskraft berechnet. Wurde ein Grenzwert von z.B. 1,15 gefordert, so wird dieser hier gerade erfüllt. Der Grenzwert 1,35 wird jedoch deutlich unterschritten.

7.4 Erstrissbildung und konsekutive Rissausbreitung

Die Beziehungen der Abschn. 7.2.2 und 7.2.3 gelten für den Zustand I. Dies betrifft auch für die in Abschn. 7.3 behandelten Spanningskriterien zu. Man kann mit ihnen nur die Erstrissbildung beurteilen. Es wird in [41], [49] und [50] stillschweigend unterstellt, dass das lokale Überschreiten der Zugfestigkeit zur spontanen Rissausbreitung (-verlängerung) führt. Mit dem Grenzwert des Spanningskriterium wird die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses beurteilt. Über die allmähliche Rissausbreitung im Anschluss an die Erstrissbildung weiß man noch wenig, zumal beim bewehrten Bauteil [138, 139] und [17]. Es interessiert schon, ob der begrenzte Ausfall eines Querschnittsteils infolge Zugversagens und unter welchen Bedingungen sofort zu einem Trennriss führt. Bereits [82] hat sich mit dieser Frage befasst.

Dieser Bericht kann sich mit dieser schwierigen Frage nicht eingehend auseinander setzen. Es wird jedoch ein Näherungsweg für dies nicht bewehrte Bauteil vorgestellt, mit dem die an die Erstrissbildung anschließende Rissausbreitung qualitativ beschrieben werden kann.

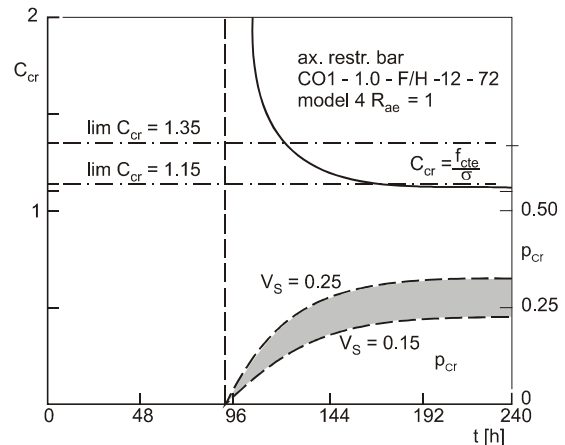


Bild 7.17: Berechnung des Rissindex und Vergleich mit Grenzwerten

Fig. 7.17: Calculation of cracking index and comparison with limit values

Folgende Annahmen werden getroffen:

- Erreicht die Zugspannung die Zugfestigkeit einer Lamelle, dann fällt diese auf Zug aus. Die lokale Erstrissbildung hat eingesetzt.
- Die Bauteilorte/-querschnitte, in denen dies geschieht, haben einen großen Abstand. Der Ausfall von Lamellen schwächt den Querschnitt. Zu nichtausgefallenen Lamellen erfolgt eine Spannungsumlagerung.
- Die Schwächung des einreißenden Querschnitts wirkt sich - bei weit auseinander liegenden Rissen - auf die die wirksame Dehn- und Biegesteifigkeit des gesamten Bauteils vernachlässigbar aus.
- Lage und Neigung der Ebenen EFD und ERD sind im ungerissenen Bauteilbereich und im einreißenden Querschnitt identisch. Die Lamellenkräfte des nichtgerissenen Querschnittsteils müssen in diesem die Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen erzwingen (ϵ_R , κ_R des ungerissenen Bauteils gelten auch am Rissort). Damit nimmt - z.B. beim zentrisch gezwängten Stab - die mittlere Spannung im noch ungerissenen Bereich gegenüber jener unmittelbar vor Lamellenausfall zu.

Die o.g. Annahmen beschleunigen das Weiterreißen von Lamellen und ggf. den Totalausfall der Zugzone. Schließlich sei darauf hingewiesen, dass der Näherungsweg einige bruchmechanische, bruchstatistische und kontinuums mechanische Schwächen aufweist. Er ist u.E. trotzdem geeignet, die Rissausbreitung im Anschluss an die Erstrissbildung qualitativ vernünftig zu beschreiben. Auf die Ableitung von Beziehungen und die Beschreibung der Numerik wird hier verzichtet. Es

wird auf die Berechnungsergebnisse in Folgeabschnitten verwiesen.

7.5 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Grundbeziehungen für die Spannungsberechnung nach dem hier angewandten Programm TEMPSPANN des IBMB zusammengestellt. Das Verfahren kann für Ausschnitte aus Deckenscheiben und Sohlen, aber auch für den Querschnitt in halber Länge des Wand-Fundament-Systems angewandt werden. Der Beton wird als alternativer, viskoelastischer Baustoff mit nichtlinearer Spannungs-Dehnungslinie modelliert.

Vorausgesetzt eine Spannungsberechnung wird durchgeführt, muss eine Entscheidung über eine potentielle Rissbildung herbeigeführt werden. Hierzu dient ein Risskriterium. Die bekannten Risskriterien werden diskutiert und bewertet. Dabei zeigt sich, dass Risskriterien, welche die Streuung und Unsicherheiten der einfließenden Basisvariablen und Stoffmodelle nur global abgelenken, wenig brauchbar sind. Temperatur- und

Risstemperaturkriterien sind zudem unsicher, weil sie die Behinderung des Bauteils nur undeutlich erfassen. Notwendig ist ein zuverlässigkeitsorientiertes Risskriterium. Die hierzu erforderlichen Grundlagen werden dargestellt, ein Vorschlag wird unterbreitet.

8. Spannungen, Schnittgrößen und Rissbildung

8.1 Ziel und Vorgehen

In diesem Abschnitt werden exemplarische Spannungsberechnungen an stabförmigen Ausschnitten aus Decken (Stäbe) und Sohlplatten sowie für den Mittenquerschnitt des Wand-Fundament Systems vorgestellt. Sie gelten für die Betone CO1 (PZ) und CO23 (HOZ), deren Werkstoffdaten in Anlage 1 enthalten sind, sowie für definierte Randbedingungen. Die Berechnungsergebnisse sind deshalb auf andere Betone und Parameterkonstellationen nicht ohne weiteres übertragbar. Das methodische Vorgehen und Aufzeigen von Wirkungen steht hier im Vordergrund.

Die Grundlagen der Spannungsberechnung bilden die Abschnitte 5 (Temperatur), 6 (Behinderung) und 7 (Basisgleichungen und Risskriterium). Die Berechnung erfolgt mit der nichtlinearen σ - ϵ -Linie, Bild 7.11, unter Einschluss der Relaxation des Betons. Dieses Werkstoffverhalten wird als Modell 4 (mod 4) bezeichnet (s. Tab. 8.1). Zu Vergleichszwecken werden darüber hinaus weitere Stoffmodelle angewandt, um deren Wirkung auf die rechnerischen Spannungen etc. aufzuzeigen und weil diese Modelle in manchen Programmen eingebaut sind. Tab. 8.1 zeigt die Modelle. Bei allen Modellen wird die Altersabhängigkeit und nichtlineare

Verteilung der freien Dehnungen und Betoneigenschaften über den Querschnitt berücksichtigt. Die Wirklichkeitsnähe der Ergebnisse nimmt von mod 2a in Richtung mod 4 zu, der numerische Aufwand auch.

Tab. 8.1: Modelle des Kurzzeit- und Langzeitverhaltens

Tab. 8.1: Models of mechanical behaviour under short-term and long-term stress

Modell	σ - ϵ -Linie	Relaxation
mod 2a	linear	ohne
mod 2b	linear	mit
mod 3	nichtlinear	ohne
mod 4	nichtlinear	mit

8.2 Zwängung in Decken und stabförmigen Bauteilen

8.2.1 Scheiben- und Stabwirkung in Decken

Decken, die monolithisch an Wände, Unterzüge etc. anbinden, erfahren Dehn- und Biegezwang und zwar sowohl als Scheiben, als auch als Biegetragglieder. Zwangwirkung und häufig anzutreffende Rissbilder werden mit den folgenden Bildern erläutert (bzgl. der Begriffe TD, TAR und BR s. Bild 7.5).

Bild 8.1 erläutert den Scheibenzwang, der durch steife Altbauteile entsteht. Er entspricht jenem des Wand-Fundament-Systems. Für den Fall a betragen die Scheibenschlankheit $2 l_y/l_x$ und Scheibengröße $l_y/l_x/2$. Bei $l_y \geq l_x$ ist die Schlankheit ≥ 2 . Es können sich neben Anrissen TAR auch Trennrisse TDR bilden. Ausgeprägt wird dies im Fall c sein, weil der Längszwang nicht nur durch Randschub sondern auch achsial eingeleitet wird. Bei benachbarten, freien Rändern, Fall b, werden sich meist nur Risse TAR über Eck bilden.

Bild 8.2 zeigt ein weiteres Beispiel für die Rissbildung infolge Scheibenzwang. In einer langen Unterwasserbetonsohle mit $b = 25$ m, $\ell = 15$ b; $d_c = 1,50$ m wurden sohlbreite Risse im Abstand $s_r = 0,75$ bis $1,5$ b festgestellt. Die Scheibenschlankheit betrug rd. 30. Die Dehnbehinderung erfolgte i.w. durch Verzahnung mit der Schlitzwand. Die Dehnbehinderung durch Sohlreibung und Rüttelinjektionspfähle war gering. Sind die behindernden Bauteile in Spannrichtung der Decke dehn- und biegesteif, dann wird die Decke von den Enden her gezwängt. Der Zwang in Deckenspannrichtung kann am stabförmigen Ausschnitt mit Querschnitt $d_c \times 1$ m und der Länge ℓ_c bestimmt werden. Bild 8.3 zeigt ein Beispiel. Die Endbehinderung des Streifens kann durch Dehn- und Biegefedern modelliert werden. Nicht vergessen werden darf, dass in der Deckenplatte von den

älteren Wänden ein Scheibenzwang ausgeht. Dieser kann vom behindernden Rand ausgehende Trennrisse TDR und TAR in Scheibenebene, wie schon in Bild 8.1 gezeigt, erzeugen. Scheiben- und Stabzwang überlagern sich.

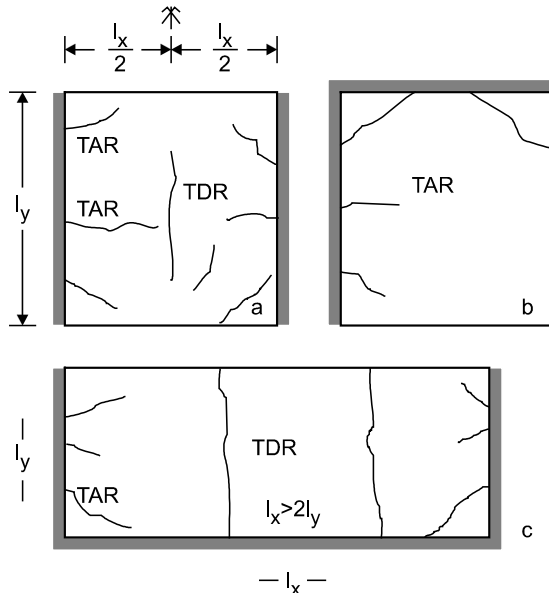


Bild 8.1: Risse in Decken bei Behinderung in Scheibenebene entlang Rändern

Fig. 8.1: Cracks in slabs due to in-plane restraint along edges

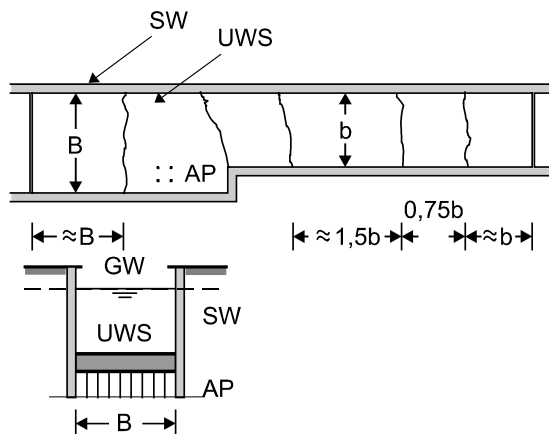


Bild 8.2: Risse in UW-Betonsohle zwischen Schlitzwänden SW und mit rückverankernden Pfählen AP

Fig. 8.2: Cracks in underwater concrete slab between curtain walls SW and with back-anchoring piles AP

Der Scheibenzwang kann mit den Beziehungen von Abschn. 8.4 bearbeitet werden. Der Stabzwang wird hier mit Abschn. 6 und Abschn. 7.2 modelliert.

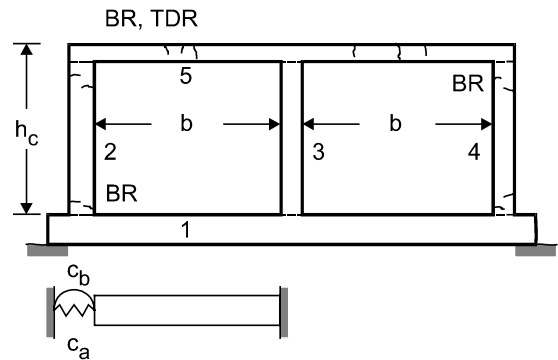


Bild 8.3: Tunnelquerschnitt. Zwang in Querrichtung und Längsrisse (1 bis 5 Herstellfolge)

Fig. 8.3: Cross-section of tunnel. Restraint perpendicular to tunnel axis and longitudinal cracks (1 to 5; sequence of casting)

8.2.2 Berechnungsannahmen

Der Ausschnitt mit der Dicke d_c und Breite 1 m wird wie in Bild 7.1 gezeigt diskretisiert. Die Seitenflächen stellen adiabate Ränder dar. Es liegt damit eindimensionale Wärmeleitung vor. Für die Ober- und Unterfläche des Stabes werden hier gleiche thermische Randbedingungen angenommen. Damit sind die Felder der Bauteiltemperatur, freien Dehnung etc. symmetrisch. Eine freie Krümmung tritt nicht auf.

Das mechanische Modell ist der axial federnd gezwängte Stab, Bild 6.9. Die Dehnfeder besitzt die konstante Federsteifigkeit c_a [mmN⁻¹]. Weil von mittiger Stützung und von $\kappa_0 = 0$ ausgegangen wird, tritt eine Biegebehinderung nicht auf. Andere Arten federnder Stützung an Stabenden können mit baustatischen Methoden modelliert werden.

Die Berechnung erfolgt für den Beton CO1 bei Herstellung des Bauteils im Frühjahr/Herbst. Die Frischbetontemperatur wird zu $T_{c0} = 12^\circ\text{C}$ und die mittlere Tages Temperatur zu $T_{a0} = 12^\circ\text{C}$ angenommen. Es werden variiert: Bauteildicke d_c , Dehnbehinderungsgrad R_{ae} und das Berechnungsmodell (Tab. 8.1). Der Ausschnitt ist 72 Stunden in Holzschalung bzw. mit Wärmedämm-Matte abgedeckter Oberseite (res $\alpha_e = 3,5 \text{ W/m}^2\text{K}$). Die Temperaturberechnung ist in Abschnitt 5 erfolgt ($\alpha_T = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$). Das autogene Schwinden des CO1 ist vernachlässigbar. Die Fallbezeichnung lautet: ax. restrained bar CO1- d_c -FH-12-72.

8.2.3 Beziehungen für den axial gezwängten Stab

Ausgehend von Gl.(7.6) lautet das Inkrement der Lammellenkraft bei t_i und für mod 4:

$$\Delta F_{ki} = -d_k (\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki} - \Delta \varepsilon_{Ri}) E_{ki} . \quad (8.1)$$

Wegen der Symmetrie des Temperaturfelds verschwinden die Krümmungsanteile der Gln.(7.1b) und (7.2b). Summiert man die Lamellenkraft über die Dicke d_c , erhält man das Normalkraftinkrement:

$$\Delta N_i = \sum_{k=1}^l \Delta F_{ki} . \quad (8.2)$$

Die resultierende Dehnung $\Delta \varepsilon_{Ri}$ wird von ΔN_i an der Feder erzeugt:

$$\Delta \varepsilon_{Ri} = -\frac{\Delta N_i}{\ell_c} c_a . \quad (8.3)$$

Führt man die resultierende Dehnung $\Delta \varepsilon_{Ri}$ in die Gln.(8.1) und (8.2) ein, dann erhält man mit dem Steifigkeitsparameter

$$S_{Di} = \frac{E_i A_c c_a}{\ell_c} \quad (8.4)$$

und dem Dehnbehinderungsgrad R_{ai}

$$R_{ai} = \frac{1}{1 + \frac{E_i A_c c_a}{\ell_c}} = \frac{1}{1 + S_{Di}} \quad (8.5)$$

folgende Ausdrücke

$$\Delta F_{ki} = -d_k \left[\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki} - (\Delta \varepsilon_{0mi} + \Delta \varepsilon_{rmi}) \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} \right] E_{ki} , \quad (8.6)$$

$$\Delta N_i = -(\Delta \varepsilon_{0mi} + \Delta \varepsilon_{rmi}) E_i A_c \frac{1}{1 + S_{Di}} . \quad (8.7)$$

Hierin sind: E_i , mittlerer E-Modul bei t_i ; A_c , Stabquerschnitt $b_c d_c$. Durch Summation erhält man die lokale Gesamtspannung und die Zwangnormalkraft bei t_n :

$$\sigma_{knl} = -\sum_{i=1}^n \left[\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki} - (\Delta \varepsilon_{0mi} + \Delta \varepsilon_{rmi}) \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} \right] E_{ki} \psi_{kni} , \quad (8.8)$$

$$N_{nl} = -d_k \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l \left[\Delta \varepsilon_{0ki} + \Delta \varepsilon_{rki} - (\Delta \varepsilon_{0mi} + \Delta \varepsilon_{rmi}) \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} \right] E_{ki} \psi_{kni} . \quad (8.9)$$

Die Spannung σ_{knl} ist über dem Querschnitt nichtlinear verteilt (Bild 8.4). Im Zusammenhang mit der Rissbildung interessiert, wie sich die Spannung am Rand bzw. im Kern von der mittleren unterscheidet. Die mittlere Spannung beträgt:

$$\sigma_{mn1} = \frac{N_{nl}}{A_c} . \quad (8.10)$$

Die Differenz zwischen der Spannung nach Gl.(8.8) und der mittleren, Gl.(8.10)

$$\sigma_{Ekn1} = \sigma_{knl} - \sigma_{mn1} \quad (8.11)$$

stellt die sogen. Eigenspannung dar. Bei nichtlinearem Stoffgesetz ist getrennte Berechnung und anschließende Addition der Spannungen infolge des linearen und nichtlinearen Dehnungsanteils wegen der physikalischen Nichtlinearität streng genommen falsch.

Setzt man in den Gln.(8.8) und (8.9) die Mikrorissdehnung zu Null, dann entspricht dies dem viskoelastischen Modell mod 2b. Die Ansätze für mod 2a und mod 3 kann man in entsprechender Weise ableiten.

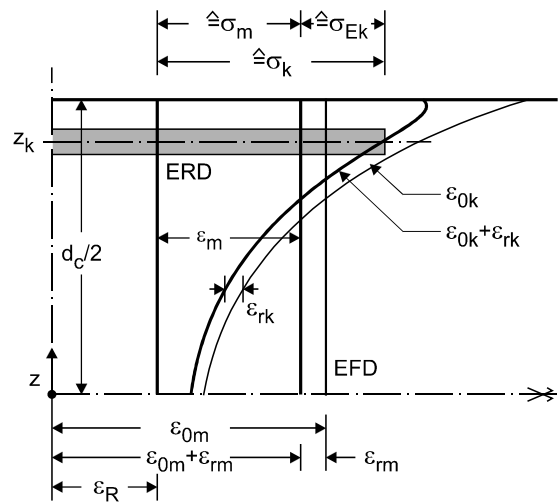


Bild 8.4: Lokale und mittlere Spannung im Dehnstab

Fig. 8.4: Local and mean stress in axially restrained bar

8.2.4 Bauteiltemperatur und mittlere freie Dehnung

In Bild 5.24 ist die mittlere Bauteiltemperatur für mehrere Dicken d_c aufgetragen. Damit erhält man mit Gl.(6.5) die mittlere freie Dehnung, die in Bild 5.25 dargestellt ist. Der Ausschaltzeitpunkt ist in $T_m(t)$ und $\varepsilon_{0m}(t)$ erkennbar. Betontemperatur und Dauer der Expansionsphase nehmen mit der Dicke d_c zu.

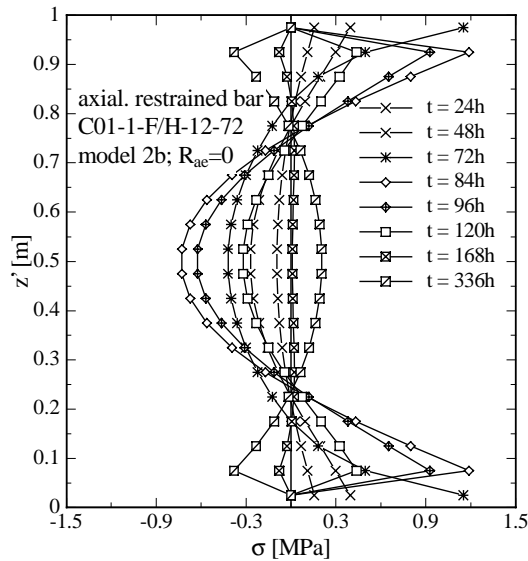


Bild 8.5: Eigenspannungen abhängig vom Abstand z' und Alter. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 2b

Fig. 8.5: Eigenstresses vs. elevation z' for different ages. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$; mod 2b

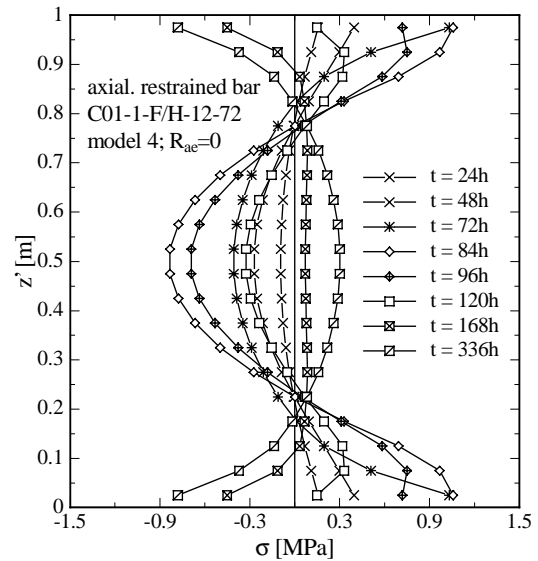


Bild 8.6: Eigenspannungen abhängig vom Abstand z' und Alter. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 4

Fig. 8.6: Eigenstresses vs. elevation z' for different ages. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 4

8.2.5 Eigenspannungen und Einrisse

8.2.5.1 Einfluss des mechanischen Modells

Eigenspannungen werden durch den nichtlinearen Anteil der freien Dehnung $\epsilon_{ok}(t)$, Bild 8.4, erzeugt. Sie treten, strenggenommen, nur dann auf, sofern die äußere Behinderung $R_a = 0$ ist. Letzteres wird in der Praxis kaum vorkommen. In Bild 8.5 sind die Eigenspannungen nach mod 2b über die Höhe $d_c = 1$ m und in den Bildern 8.6 und 8.7 nach mod 4 dargestellt.

Bei Berechnung mit dem ideal-viskoelastischen Modell 2b reißen die Randlamellen. Noch ausgeprägter ist dies beim ideal-elastischen Modell 2a. Die Einrisstiefe nimmt mit der Dicke d_c zu. Bei Ansatz der Modelle 3 und 4 treten bis zur hier untersuchten Dicke von $d_c \geq 1.5$ m keine Einrisse auf. Die Zugspannungsspitzen entstehen sofort nach dem Ausschalen. Die Eigenspannungen wechseln im Laufe der Zeit und des Temperaturausgleiches ihr Vorzeichen. Nach rd. 120 h herrscht innen Zug und außen Druck. Ein Restspannungszustand wird gleichsam eingefroren, er wird durch Relaxation reduziert. Dieses Phänomen ist schon mehrfach festgestellt worden, s. z.B. [44]. U.E. wird dieses v.a. durch die zeitliche und örtliche Nichtlinearität des E-Moduls verursacht; Analogie: vorgespanntes Glas.

In Bild 8.8 ist der bezogene Restquerschnitt nach abgeschlossener Einrisbildung bei Verwendung der Modelle 2a und 2b über die Bauteildicke aufgetragen. Er wird durch das Verhältnis

$$k_{Eres} = \frac{resA_c}{A_c} = 1 - \frac{2d_{cr}}{d_c} \quad (8.12)$$

beschrieben. Hierin ist d_{cr} die Einrisstiefe. Es gilt:

$$\frac{d_{cr}}{d_c} = \frac{1}{2}(1 - k_{Eres}). \quad (8.13)$$

Bei einer Bauteildicke $d_c \leq 0.75$ m treten rechnerisch keine Einrisse auf. Bei $d_c = 1$ m erhält man mit mod 2a $d_{cr} = 0,075 d_c$ und mit mod 2b $d_{cr} \approx 0,05 d_c$. Die beträchtlich größere Einrisstiefe bei mod 2a als bei mod 2b ist auf die Vernachlässigung der Relaxation zurückzuführen. Bei Verwendung der mod 3 und 4 wurde bis zur untersuchten Dicke von 1,5 m keine Einrisbildung errechnet. Die Mikrorissbildung der Stoffgesetze mod 3 und mod 4 führt zum plastischen Abbau der randnahen Spannungsspitzen und zur Spannungsumlagerung.

In den vergangenen Jahren sind mehrere Arbeiten zur Wirkung von Eigenspannungen entstanden ([17], [31], [48], [58], [61], [76]). Dabei wurde von ausgehärtetem Beton ausgegangen. [61] stellte bei Versuchen an 1 m breiten Streifen, Beton CO1, Einrisstiefen zwischen 0,06 und 0,15 d_c fest.

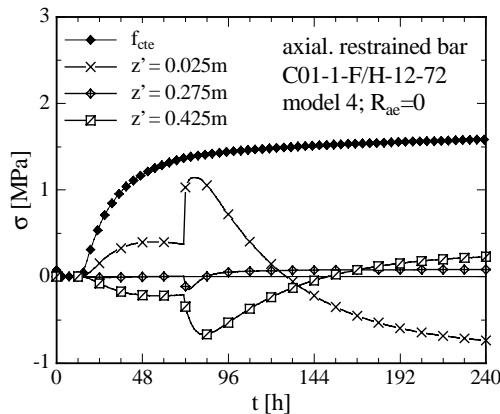


Bild 8.7: Eigenstressen abhängig vom Alter in verschiedenen Abständen z' . CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 4

Fig. 8.7: Eigenstresses vs. ages for different elevations z' . CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 4

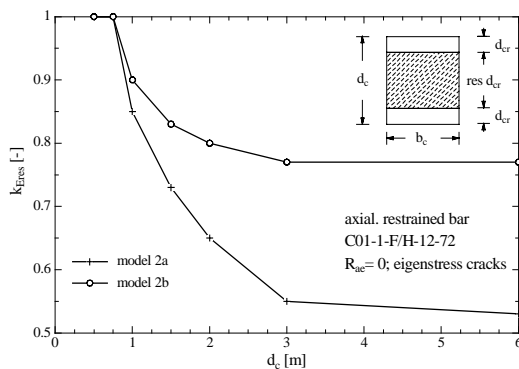


Bild 8.8: Querschnittverlust durch Eigenstressungen. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 2a + 2b

Fig. 8.8: Loss of cross-section due to eigenstresses. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 0$, mod 2a + 2b

8.2.6 Zwangspannungen, Zwangsnormalkraft und Trennrisse

8.2.6.1 Zwangspannung und Rissfolge

Höhe, Verteilung und Altersabhängigkeit der Zwangspannung werden bei einer Dehnbehinderung gegenüber dem Eigenstressungsfall verändert. In den Bildern 8.9 und 8.10 wird der 1 m dicke Ausschnitt CO1-1-FH nach den Ansätzen mod 2b und 4 bei totaler Behinderung behandelt. Die wirksame Zugfestigkeit f_{cte} stellt den Widerstand dar. In der frühen Expansionsphase des Betons $t_1 \leq t < 72$ h sind alle Lamellen überdrückt. Ab dem Ausschalen schlagen die Randlamellen in Zug um. Bei Berechnung mit dem Ansatz mod 2b reißen die

Randlamellen bei rd. 96 h, die anderen folgen, und nach 130 h ist der Stab durchgerissen. Bei Berechnung mit den Modellen 3 und 4 tritt eine Trennrissbildung nicht auf. Ab rd. 124 h sind die Zwangspannungen über den Querschnitt gleich verteilt, der nichtlineare Anteil ist herausgebügelt. Aber nach 240 h bleibt eine Zugspannung von rd. +1,4 MPa stehen, die rd. 0,85 f_{cte} entspricht. Das Rissrisiko ist hoch, und für etwaigen späteren Zwang (z.B. infolge Trocknungsschwinden) ist das Festigkeitsguthaben klein. Diese Aussagen gelten auch für die Dicken von 0,5; 0,75 und 1,50 m.

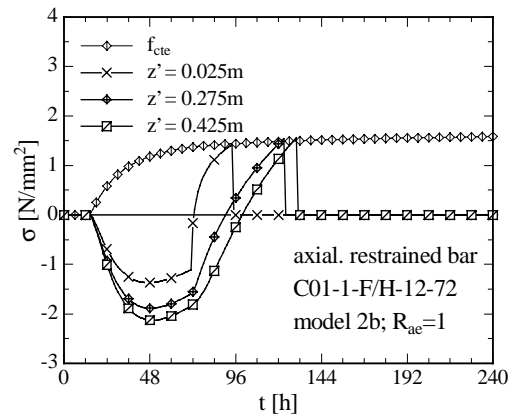


Bild 8.9: Zwangspannungen abhängig vom Alter und Abstand z' von UK Deckenausschnitt. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 1$, mod 2b

Fig. 8.9: Stresses vs. age for different elevations. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 1$, mod 2b

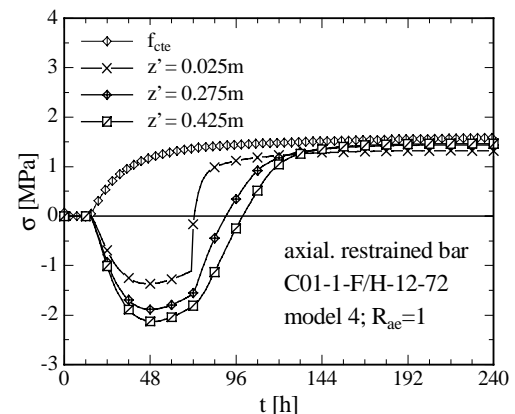


Bild 8.10: Zwangspannungen abhängig vom Alter und Abstand z' von UK Deckenausschnitt. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 1$, mod 4

Fig. 8.10: Stresses vs. age for different elevations. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 1$, mod 4

Ebenso wie die Einrisstiefen infolge Eigenstressungen hängt die prognostizierte Trennrissbildung vom ver-

wendeten Stoffgesetz ab. Das in manchen kommerziellen Programmen eingebaute Modell 2b behandelt den Beton zu pessimistisch, da es die Nichtlinearität im ansteigenden σ - ϵ -Ast außeracht lässt. Das Modell 4 ist erheblich wirklichkeitsnäher. Die gemeinsame Wirkung der Mikrorissplastizität und Relaxation führt zur Spannungsumlagerung von höher zur niedriger beanspruchten Lamellen. Damit verschwinden die nichtlinearen Spannungsanteile. Vorschädigende Einrisse durch Eigenspannungen traten in den hier untersuchten Fällen nicht auf.

8.2.6.2 Zwangsnormalkraft und Durchreißen

Die Annahme totalen Zwangs ist meist zu ungünstig. In [82] sind zahlreiche Bauteile untersucht worden. Es wurde festgestellt, dass sich die Endwerte der Dehnsteifigkeitszahl S_{De} im Bereich $0,2 \leq S_{De} \leq 2$ bewegen. Dies entspricht Endwerten des Dehnbehinderungsgrads von rd. $0,3 \leq R_{ae} \leq 0,85$.

In den Bildern 8.11 und 8.12 ist die Zwangsnormalkraft für den 1 m dicken Ausschnitt bei variabler Dehnbehinderung dargestellt. Ihr steht als Widerstand die mittlere wirksame Risskraft $N_{cr} = f_{cte} A_c$ entgegen. Bei Ansatz des Modells 2b überlebt das Bauteil ohne Trennrissbildung nur bei $R_{ae} \leq 0,3$. Bei Ansatz der Modelle 4 und 3 werden alle Behinderungsgrade ohne Trennriss ertragen. Diese Aussagen gelten für geringere und größere Dicken d_c als 1 m in gleicher Weise.

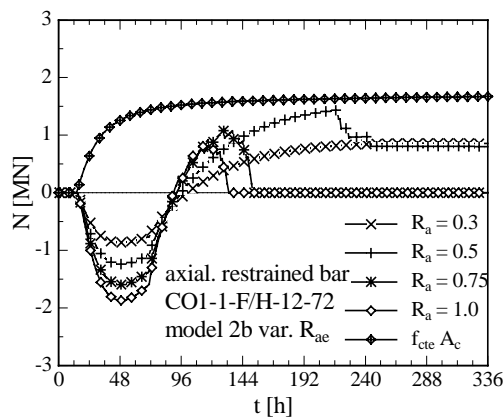


Bild 8.11: Zwangsnormalkraft abhängig vom Alter bei variablem Behinderungsgrad. CO1-1-FH-12-72, var R_{ae} , mod 2b

Fig. 8.11: Restraint force vs. age different degrees of restraint. CO1-1-FH-12-72, var R_{ae} , mod 2b

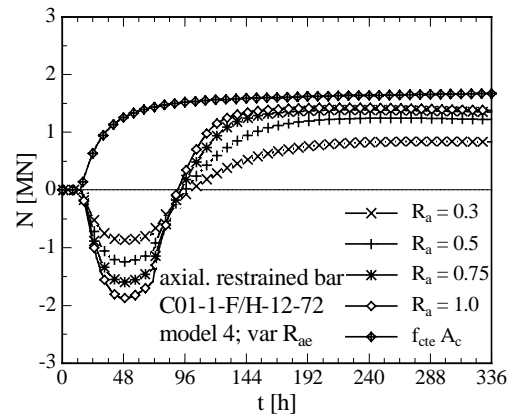


Bild 8.12: Zwangsnormalkraft abhängig vom Alter bei variablem Behinderungsgrad. CO1-1-FH-12-72, var R_{ae} , mod 4

Fig. 8.12: Restraint force vs. age different degrees of restraint. CO1-1-FH-12-72, var R_{ae} , mod 4

In Bild 8.13 wird die Zwangsnormalkraft abhängig vom Alter für sämtliche Berechnungsmodelle für totalen Zwang dargestellt. Außerdem ist die elastische Näherung Gl.(8.14) ($N_0 \equiv \bar{N}_{el}$) eingetragen. Nur die Normalkräfte nach mod 3 und mod 4 werden rissfrei ertragen.

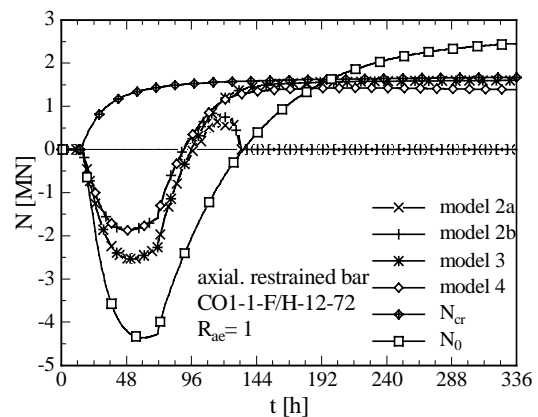


Bild 8.13: Zwangsnormalkraft abhängig vom Alter für alle Modelle. CO1-1-FH, $R_{ae} = 1$

Fig. 8.13: Restraint force vs. age for all models. CO1-1-FH-12-72, $R_{ae} = 1$

8.2.6.3 Näherungsansätze und Vergleiche

Weil die iterative Berechnung der Zwangsnormalkraft mühselig ist, werden in der Praxis Näherungsansätze angewandt. Die gröbste Näherung stellt der elastische Ansatz

$$\tilde{N}_{el}(t) = -A_c \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_i R_{ai} = N_0 \quad (8.14)$$

dar, der eine Vereinfachung von mod 2a ist. Gemessen am Berechnungsergebnis mit den Ansätzen mod 4 oder mod 2b sind die Abweichungen beträchtlich. Eine bessere Beschreibung wird mit dem mittleren wirksamen E-Modul E_e angestrebt, der jedoch nicht nur vom Alter des Betons sondern auch von der Belastungsdauer abhängt [103], [121], [129]. Hierzu sind einige Erklärungen nötig. Es wird von Gl.(8.9) ausgegangen, wobei linear-viskoelastisches Verhalten mit Alterung (mod 2b, $\varepsilon_r = 0$) unterstellt und mit Mittelwerten gerechnet wird:

$$\hat{N}_{n1} = -A_c \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} R_{ai} E_i \psi_{mni} \quad (8.15)$$

Das Produkt $E_i \psi_{mni}$ wird als wirksamer E-Modul bezeichnet:

$$E_e(t_n - t_i, t_i) = E_i \psi_m(t_n - t_i, t_i) = E_{eni} \quad (8.16)$$

mit dem Gl.(8.15) zu Gl.(8.17) wird:

$$\hat{N}_{n1} \approx -A_c \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_{eni} R_{ai} \quad (8.17)$$

Die Auswertung der Gln.(8.15) bis (8.17) bedingt ein Stoffmodell des viskoelastischen Verhaltens. Liegt dieses als Kriechfunktion $\phi(t_n - t_i, t_i)$ vor, dann kann man die Relaxationsfunktion $\psi(t_n - t_i, t_i)$ durch numerische Inversion gewinnen, s. z.B. in [35], [103], [121], [129]. In [129] wurden Relaxationsfunktionen auf Basis der Kriechmodelle des MC90 [130] und EC2 [131] berechnet, die aber u.E. das Verhalten jungen Betons nicht zufriedenstellend beschreiben [35], [107]. Der auf [103] zurückgehende Ansatz

$$\tilde{E}_{eni} = E_i \frac{1}{1 + \rho_i \phi_m(t_n - t_i, t_i)} \quad (8.18)$$

führt den altersabhängigen Relaxationskoeffizient ρ_i ein, mit $0,8 \leq \rho(t_i) \leq 1$. Mit diesem wird die mit zunehmendem Erstbelastungsalter t_i abnehmende Relaxationsfähigkeit des Betons gegenüber nichtalternder, linearer Viskoelastizität berücksichtigt. In [35] wird Gl. (8.18) auf jungen Beton erweitert:

$$\hat{E}_{eni} = E_i \frac{1 - (1 - \rho_i) \phi_{mni}}{1 + \rho_i \phi_{mni}} \quad (8.19)$$

und der Relaxationskoeffizient abhängig vom Alter t_i bzw. vom Hydratationsgrad α_i formuliert:

$$\rho_i = \rho(\alpha_i) \approx 0,55 + 0,60 \cdot \alpha_i \quad (8.20)$$

Die Gl.(8.19) ist gegenüber Gl.(8.18) stoffmechanisch korrekter [35]. Weil insbesondere bei der Vorplanung die Kriechfunktion des künftigen Ausführungsbetons meist nicht vorliegt, wird häufig eine Vereinfachung der

Gln.(8.18) und (8.19) vorgenommen. Dabei wird der wirksame E-Modul abhängig vom Erstbelastungsalter t_i abschnittsweise formuliert:

$$\tilde{E}_{ei} = E_i k_{Ri} \quad (8.21)$$

mit k_{Ri} , Relaxationsfaktor [-]. Folgende Werte werden in der Literatur genannt:

$$k_{Ri} \approx 0,65 - 0,70 \quad \text{für} \quad t_1 \leq t_i \leq t_1 + 24h$$

$$k_{Ri} \approx 0,70 - 0,75 \quad \text{für} \quad t_1 + 24h < t_i \leq t_1 + 48h$$

$$k_{Ri} \approx 0,80 - 0,85 \quad \text{für} \quad t_i > t_1 + 48h$$

Hierin entspricht der Zeitpunkt t_1 dem Hydratationsgrad α_0 und dem Beginn der Dehnungsgeschichten ε_{0ki} , ... (1. Nullspannungsalter). Bei üblichen Betonen für massive Bauteile bewegt sich t_1 zwischen 8 und 13h (CEM I 32.5) bzw. zwischen 10 und 16h (CEM III A u. B 32.5). Verzögerer verlängern t_1 . Die k_{Ri} -Werte sind unter Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung der Dehnung ε_{0m} und des E-Moduls in der Aufheiz- bzw. Expansionsphase festzulegen. Etwa ab dem Maximum von ε_{0m} ist der Beton weitgehend ausgehärtet.

Verwendet man nun Gl.(8.21) zur Formulierung eines Näherungsansatzes für die Zwangsnormalkraft, so erhält man mit Gl.(8.17) und abschnittsweiser Summation in Analogie zu mod 2b:

$$\tilde{N}_{ln1} \approx -A_c \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} R_{ai} \tilde{E}_{ei} + \dots \right\} \quad (8.22)$$

Die Gl.(8.9), mod 4, setzt den Maßstab für Vergleiche zur Vorhersagefähigkeit. Die Gl.(8.14), mod 2a, führt zu unrealistischen Werten. Die Vorhersagefähigkeit der Gl.(8.15), mod 2b, ist in der Expansionsphase gut. Es wird auf die Bilder 8.11 bis 8.13 verwiesen. Die Zwangskraft nach Gl.(8.22) stellt eine bessere Schätzung als jene nach Gl.(8.14) dar, weicht aber vor allem in der Kontraktionsphase vom Verlauf nach Gl.(8.9), mod 4, deutlich ab.

8.2.7 Zuverlässigkeitsorientierte Beurteilung der Rissbildung

Auch wenn die Zwangsnormalkraft den mittleren wirksamen Widerstand $N_{cr} = f_{cte} A_c$ nicht übertrifft, verbleibt ein Rissrisiko (s. Abschn. 7.3.6). In Bild 8.14 ist der rechnerische Rissindex C_{cr} für den 1 m dicken Ausschnitt (CO1-1-FH-12-72) bei Ansatz des Modells 4 für die Dehnbehinderungsgrade $R_{ae} = 0,5$ und $1,0$ dargestellt. Darüber hinaus ist im unteren Bildteil die zugehörige Risswahrscheinlichkeit aufgetragen (s. Bild 7.15). Zugkräfte entstehen ab rd. 96h, s. Bild 8.12. Die Grenzwerte $\lim C_{cr}$ sind ebenfalls eingetragen. Die Risswahrscheinlichkeit nimmt mit der Dehnbehinderung zu. Die Zuverlässigkeit gegen Reißen, ausgedrückt durch den

Rechenwert C_{cr} , wächst mit abnehmender Behinderung. Hat der Bauherr z.B. den Grenzwert $\lim C_{cr} = 1,35$ vorgeschrieben, so wird diese Vorgabe bei $R_{ae} = 1$ bei weitem nicht, bei $R_{ae} = 0,5$ knapp erfüllt. Wurde hingegen $\lim C_{cr} = 1,15$ bzw. $C_{cr} \geq 1,15$ gefordert, so wird diese Vorgabe bei $R_{ae} = 0,5$ sicher bzw. bei $R_{ae} = 1$ gerade erfüllt.

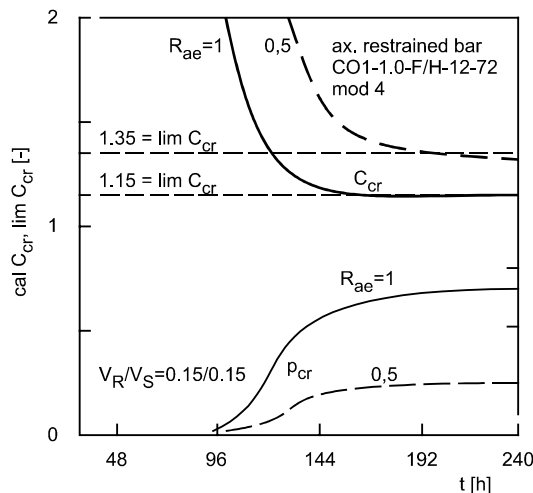


Bild 8.14: Rissindex und Risswahrscheinlichkeit abhängig vom Alter. CO1-1-FH-12-72; var R_{ae} , mod 4

Fig. 8.14: Crack ratio and cracking probability dependent on age. CO1-1-FH-12-72; var R_{ae} , mod 4

8.2.8 Wirksame Bauwerkszugfestigkeit nach Regelwerk und Ingenieurmodell - ein Vergleich

Die Beschränkung der Rissbreite nach DIN 1045, 17.6 und Folgenorm [131, 132] einerseits und die Risskontrolle/-vermeidung durch betontechnologische und andere Maßnahmen andererseits, verfolgen unterschiedliche Ziele. Bei der erstgenannten Aufgabe muss die Mindestbewehrung für einen oberen Wert der Bauwerkszugfestigkeit ausgelegt werden, um bei Über-(zug)festigkeiten des Bauwerksbetons etc. unzulässig breite Risse zu verhindern. Bei der Risskontrolle/-vermeidung ist hingegen von einem unteren Wert auszugehen, damit die Wirksamkeit einer geplanten risskontrollierenden Maßnahme vorsichtig beurteilt wird. In beiden Fällen sind „vernünftige“ obere bzw. untere Werte der wirksamen Zugfestigkeit anzunehmen, weil die wirtschaftlichen Folgen einer Fehleinschätzung beträchtlich sein können. Beiden Aufgaben ist gemeinsam, dass sie die Riss- bzw. Zwangsschnittgröße suchen, obgleich auf unterschiedlichem Niveau.

Auch wenn sich die Ziele voneinander unterscheiden,

ist ein Vergleich der Widerstände von Interesse. Der Vergleich wird für den Beton CO1 gezogen, der umfangreich untersucht worden ist. Er weist im Alter 28 t eine mittlere Würfeldruckfestigkeit (20 cm) von 38 MPa auf. Seine altersabhängige, mittlere Zugfestigkeit f_{ct} , der Verlauf des Altersbeiwert k_{zt} [89] und Hydratationsgrads α sind aufgrund der Versuche bekannt und in Bild 8.15 dargestellt. Die mittlere Zugfestigkeit f_{ct} (Labor-) wird mit dem Faktor 0,75 zur mittleren, wirksamen Bauwerkszugfestigkeit f_{cte} reduziert. Des weiteren ist Linie $\beta_{bZw} = 0,25 k_{zt} \beta_{wn}^{2/3}$ eingetragen, die mit der fiktiven Nennfestigkeit von 33 MPa und mit dem k_{zt} -Verlauf der gemessenen f_{ct} -Linie berechnet worden ist. Die angeschafften waagerechten Linien entsprechen den Gl.(26) und (27) von [89] bzw. DIN 1045, 17.6, 07.88.

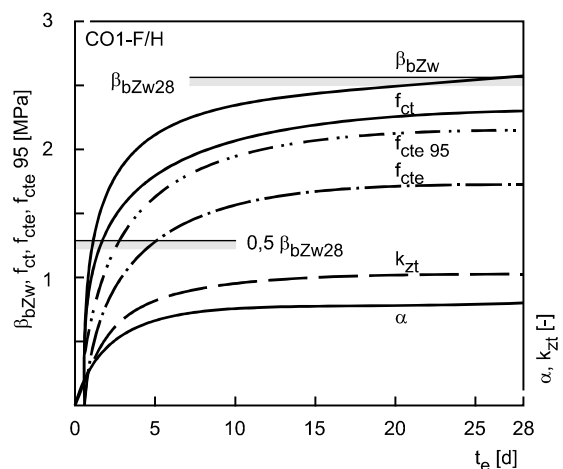


Bild 8.15: Vergleich der wirksamen Bauwerkszugfestigkeit nach Ingenieurmodell und DIN 1045, 07.88 und andere Größen (Beton CO1-FH)

Fig. 8.15: Comparison between effective tensile strength in the structure acc. to the engineering model and DIN 1045, a 07.88 and other values (concrete CO1-FH)

Die rechnerische Linie der Bauwerkszugfestigkeit $\beta_{bZw}(t_e)$ liegt über jener von $f_{cte}(t_e)$. Dies ist verständlich, unterscheiden sich doch die Bauwerkszugfestigkeiten im mit ihnen verfolgten Ziel. Mit dem Variationskoeffizienten $V_{ct} \approx 0,15$ der Zugfestigkeit kann man nun den oberen Quantilwert $f_{ct 95\%}$ berechnen. Bild 8.15 zeigt, dass dieser Wert für eine „späte“ Trennrissbildung unter der Linie $\beta_{bZw}(t_e)$ liegt. Der Abstand von rd. $0,4 \text{ MN/m}^2$ ist jedoch nicht gravierend, bedenkt man die Unsicherheiten dieses Vergleiches. Berechnungen und Praxisfälle haben gezeigt, dass eine Trennrissbildung eher spät, also bei relativ hoher Zugfestigkeit eintritt. Bei Zwang infolge abfließender Hydratationswärme darf nach Regelwerk von einer frühen, durch Eigenspannungen initiierten Rissbildung ausgegangen werden. Dementsprechend darf die hierfür maßgebende, wirksame Bauwerkszugfestigkeit β_{bZwfr} mit der Hälfte des Werts bei später Rissbildung angesetzt werden. Nun

zeigen aber nicht nur die Berechnungsergebnisse sondern auch Praxisbeobachtungen, dass Zwangsrisse in diesen Bauteilen erst in der Kontraktionsphase, also eher spät, auftreten. In solchen Fällen ist von einer höheren wirksamen Bauwerkszugfestigkeit als $\beta_{bZwfr} = 0,5 \beta_{bZw28}$ auszugehen ($k_{zt} > 0,5$). Es ist u.E. aufgrund dieser Überlegungen nicht vertretbar, den in [89] erläuterten k_E -Wert deutlich unter 0,8 abzumindern.

8.2.9 Schlussfolgerungen

Es wurden die Ingenieurmodelle zur Berechnung der Zwangsspannungen und -normalkraft für Stäbe und Ausschnitte aus Decken zusammengestellt. Der Behinderungsgrad übt einen bedeutenden Einfluss auf die Zwangkraft aus. Die Annahme vollständigen Zwangs ist häufig zu ungünstig. Die „obere“, realistische Einschätzung der Behinderung empfiehlt sich.

Die Berechnung der Spannungen und Zwangkraft dient der a priori Beurteilung risskontrollierender Maßnahmen. Bei der Vorplanung kann die Zwangkraft näherungsweise mit der Methode des wirksamen E.Moduls, Gl.(8.22), berechnet werden. Sie ist der altersabhängigen Risskraft gegenüber zu stellen. Ist die wirklichkeitsnahe Verfolgung, z.B. bei der Ausführungsplanung notwendig, dann ist die Berechnung mit mod 4 die vertrauenswürdigste. Selbst wenn der Querschnitt rechnerisch ungerissen bleibt, ist die Risswahrscheinlichkeit zu berechnen, weil diese das Restrisiko des Reißens aufzeigt.

Aufgrund der Berechnungen und von Praxisbeobachtungen treten Trennrisse erst spät, also bei schon ziemlich hoher Zugfestigkeit auf. Damit ist die Reduzierung der wirksamen Zugfestigkeit zum Zeitpunkt der Rissbildung über den gegenwärtig angesetzten Faktor $k_E = 0.8$ hinaus nicht vertretbar.

8.3 Zwängung von Sohlplatten

8.3.1 Ziel und Vorgehen

In diesem Abschnitt werden Ingenieurmodelle der Zwängung von Sohlplatten im frühen Betonalter zusammengestellt. Es werden Platten mit ebener Unterfläche betrachtet. Fahrstuhlunterfahrten, unter UK Platte reichende Fundamente etc. erzeugen punktuelle Festhaltungen, die konstruktiv entschärft werden können ([63], [94]). Folgende ingenieurmäßige Berechnungsverfahren werden behandelt:

- Dreischichtenmethode DSM,
- Bettungsmodulverfahren BMV,
- Verfahren nach japanischer Stahlbetonnorm.

Bei der DSM wird das masselose System Sohle/Sauberkeitsschicht/Boden betrachtet. Einige Grundlagen sind in den Abschn. 6.5 und 7.2.1 dargestellt

worden. Es wird davon ausgegangen, dass die Sohl-schlankheit ℓ/d_c die Systemlänge (Sohl-) so groß ist, dass sich im Mitten- (Symmetrie-) schnitt des Sohlstreifens eine ebene Dehnungsverteilung aufbauen kann. Der Dehn- und Biegezwang in der Symmetrieachse (Abstand $x' = \ell/2$ vom Ende) stellt sich durch Wechselwirkung der Schichtsteifigkeiten ein. Die DSM ist bereits mehrfach zur Beschreibung des thermischen Zwangs in Sohlplatten angewandt worden, s. z.B. in [58], [82], [94], [134]. Mit dem BMV kann man nur das Zwangsmoment bestimmen, s. Abschn. 6.5.3. Die Zwangnormalkraft muss auf anderem Weg bestimmt werden. Der Abschn. 6.5.2 gibt hierfür Anleitung. Im Gegensatz zur DSM kann mit dem BMV die Abhängigkeit des Zwangsmoments über $\ell/2$ beschreiben werden. Das BMV ist zur Berechnung des thermischen Biegezwangs vielfach angewandt worden, s.z.B. in [70], [74], [94], [135]. Kommerzielle Programme stehen zur Verfügung. Das BMV betrachtet die „Matratze auf Bettfedern“. Die horizontale Steifigkeit des Baugrundes wird nicht berücksichtigt. Zum Vergleich mit dem DSM und BMV wird hier noch das Verfahren der JSCE-Norm herangezogen [49], [50]. In diesem werden der Dehn- und Biegebehinderungsgrad einer jungen Betonschicht auf Fels oder Altbeton mit umfangreichen FEM-Berechnungen festgelegt.

8.3.2 Dreischichtenmethode für Sohlen

8.3.2.1 Steifigkeitsparameter

Bei der DSM wird ein 1 m breiter Streifen der Sohlänge ℓ betrachtet. Temperaturen, Spannungen etc. werden im Bereich der Symmetrieachse ($x = 0$; $\ell/2$ vom Sohlende) berechnet. Der Ausschnitt besteht aus drei Schichten: Sohlplatte E, d_c ; Sauberkeitsschicht E_b, d_b und Bodenschicht E_s, d_s . Sauberkeits- und Bodenschicht werden als elastische Stoffe, der Sohlbeton als alternder, viskoelastischer Stoff angesehen. Aus Gründen der Vereinfachung werden die Sauberkeits- und Bodenschicht zur mitwirkenden Bodenschicht E_{se}, d_{se} zusammengefasst. Die Dicke der mitwirkenden Bodenschicht wird nach [111] zu $\ell/3$ angenommen. In Bild 8.16 sind die geometrischen Zusammenhänge dargestellt [81]. Folgende Größen werden zur Bestimmung der Steifigkeit benötigt.

$$E_b d_b = E_b \cdot 0,1 \text{ [MN/m]}, \quad (8.23)$$

$$K_D = \frac{E_b d_b}{E_s d_s}, \quad (8.24)$$

$$f_{se} = \frac{d_s}{2} \frac{1}{(1+K_D)}, \quad (8.25)$$

$$d_{se} = d_b + d_s \approx d_s \approx \frac{\ell}{3}. \quad (8.26)$$

Die Dehn- und Biegesteifigkeit der mitwirkenden Bodenschicht betragen für die Streifenbreite 1 m:

$$E_{se}d_{se} = E_s d_s (1 + K_D), \quad (8.27)$$

$$E_{se}I_{se} = E_s \frac{d_s^3 (1 + 2K_D)^2}{12 (1 + K_D)} \quad (8.28)$$

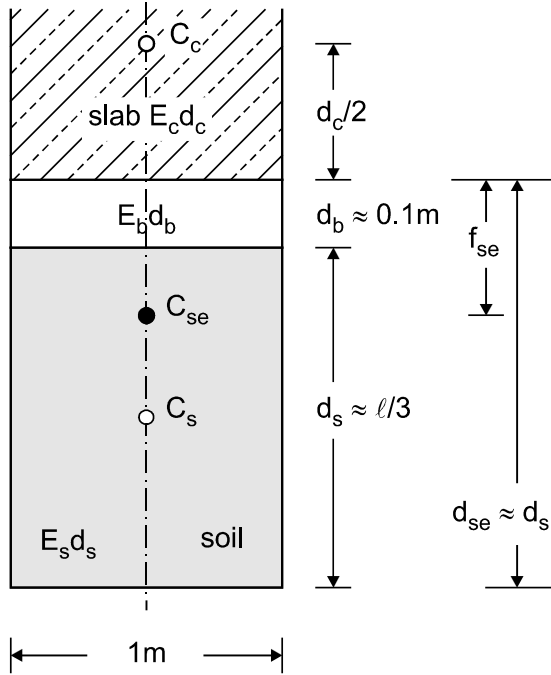


Bild 8.16: Dreischichtenmodell DSM

Fig. 8.16: Three-layer model DSM (TLM)

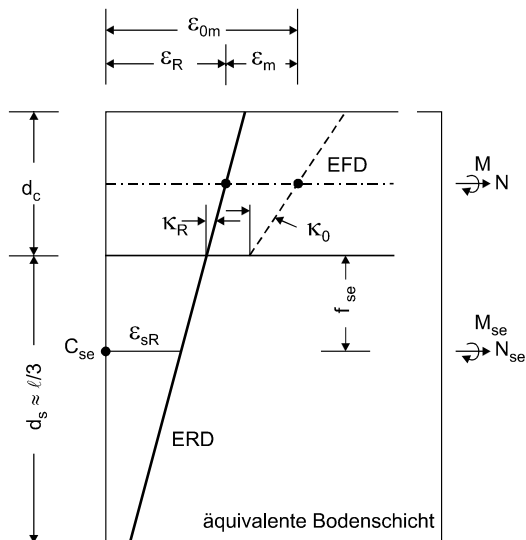


Bild 8.17: Verformungen und Schnittgrößen bei der DSM

Fig. 8.17: Deformations and restraint reactions for the DSM

Mit den Gln.(8.23) bis (8.28) wird das DSM auf ein Zweischichtenmodell reduziert. Die Altersabhängigkeit des Sohlbetons wird durch den mittleren E-Modul E_i über die Sohlstärke d_c zu den Zeitpunkten i der Stufen der freien Verformungen beschrieben (s. z.B. Bild 6.4 und 6.5). Mit der Dehn- und Biegesteifigkeit der Sohle kann man die altersabhängigen Dehn- und Biegesteifigkeitszahlen S_D und S_B bestimmen:

$$S_{Di} = \frac{E_{mi} d_c}{E_s d_s (1 + K_D)} \quad 0 \leq S_{Di} \leq \infty \quad (8.29)$$

$$S_{Bi} = \frac{E_{mi} d_c^3}{E_s \frac{d_s^3 (1 + 2K_D)^2}{12 (1 + K_D)}} \quad 0 \leq S_{Bi} \leq \infty \quad (8.30)$$

Bei Beton wird im Alter t_{N1} (= t_1) zum festen Stoff. Zu diesem Zeitpunkt sind $S_{D1} = S_{B1} = 0$. Mit zunehmender Erhärtung streben die Steifigkeitszahlen den Endwerten S_{De} und S_{Be} zu, s. Bild 8.18. Auswertungen zeigen, dass sie sich im folgenden Bereich bewegen: $S_B \leq 0,20$; $S_D \leq 10$. Je geringer S_D und S_B sind, um so stärker ist die Zwängung der Sohle.

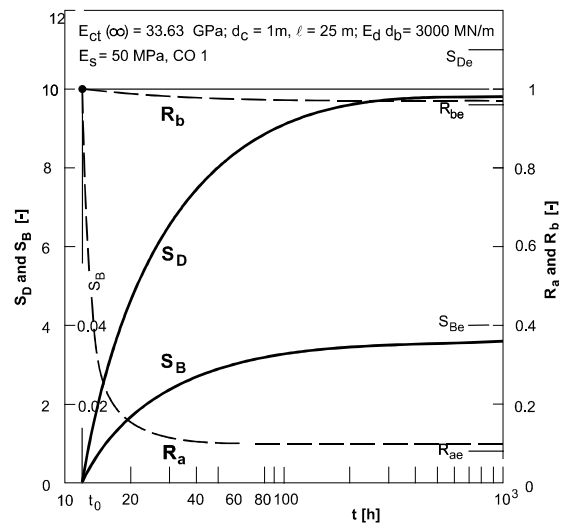


Bild 8.18: Steifigkeitszahlen und Behinderungsgrade (Beispiel)

Fig. 8.18: Stiffness ratios and degrees of restraint (example)

8.3.2.2 Gleichgewicht und Verträglichkeit

In Bild 8.17 sind die freie und resultierende Dehnungsebene etc. dargestellt. Bei der Berechnung des Temperaturfelds der Sohle wird deren thermische Wechselwirkung mit dem Boden berücksichtigt. Bei der mechanischen Wechselwirkung werden die freien Verformungen des Bodens und der Sauberkeitsschicht jedoch unter-

drückt: $\varepsilon_{s0m} = \varepsilon_{b0m} = 0$; $\kappa_{s0} = \kappa_{b0} = 0$. Dies ist eine konservative Annahme, die rechnerisch zwangerhöhend ist. Bezüglich der Ableitungen wird auf [81] verwiesen. Die Gl.(7.1) und (7.2) der Verträglichkeit gelten auch hier. Mit der o.g. Annahme lauten die resultierenden Verformungen der Bodenschicht:

$$\Delta\varepsilon_{sRi} = \Delta\varepsilon_{Ri} - \Delta\kappa_{Ri} \left(\frac{d_c}{2} + f_{se} \right) = \Delta\varepsilon_{smi} \quad (8.31)$$

$$\Delta\kappa_{sRi} = \Delta\kappa_{Ri} = \Delta\kappa_{si} \quad (8.32)$$

Mit den Gleichgewichtsbedingungen erhält man die zu Zwangsschnittgrößen führenden Verformungen zum Zeitpunkt i:

$$\Delta\varepsilon_{mi} = \frac{\Delta\varepsilon_{0mi}(1+S_{Bi}) - \Delta\kappa_{0i} \frac{pd_c}{2} S_{Bi}}{3p^2 S_{Bi} + (1+S_{Bi})(1+S_{Di})} \quad (8.33)$$

$$\Delta\kappa_i = \frac{\Delta\kappa_{0i}(3p^2 S_{Bi} + 1 + S_{Di}) - \Delta\varepsilon_{0mi} \frac{6p}{d_c} S_{Bi}}{3p^2 S_{Bi} + (1+S_{Bi})(1+S_{Di})} \quad (8.34)$$

Die Gln.(8.33) und (8.34) sind umfangreich numerisch untersucht worden. Dabei ergaben sich zwei wesentliche Ergebnisse. Zum einen können die 2. Terme der Zähler gegenüber den ersten vernachlässigt werden. Zum anderen können in den Gln.(8.33) und (8.34) wegen $S_{Bi} < S_{Di}$ Vereinfachungen vorgenommen werden. Bei Anwendung der nichtlinearen σ - ε -Linie des Betons (mod 4) ist zu berücksichtigen, dass die Verformungen infolge der Zwangsschnittgrößen sowohl aus einer elastischen als auch aus einer durch Mikrorisse verursachten plastischen Dehnung bestehen:

$$\Delta\varepsilon_{mi} = \Delta\varepsilon_{elmi} + \Delta\varepsilon_{rmi}, \quad (8.35)$$

$$\Delta\kappa_i = \Delta\kappa_{eli} + \Delta\kappa_{ri}. \quad (8.36)$$

Damit erhält man folgende Ausdrücke für die resultierenden Verformungen nach mod 4:

$$\Delta\varepsilon_{Ri} \approx (\Delta\varepsilon_{0mi} + \Delta\varepsilon_{rmi}) \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}}, \quad (8.37)$$

$$\Delta\kappa_{Ri} \approx (\Delta\kappa_{0mi} + \Delta\kappa_{ri}) \frac{S_{Bi}}{1 + S_{Bi}}. \quad (8.38)$$

Bei Anwendung der Modelle 2a und 2b entfallen die mit der Mikrorissdehnung verbundenen Verformungskomponenten.

8.3.2.3 Spannungen und Schnittgrößen

Ansätze nach dem Ingenieurmodell

Führt man die Gln.(8.37) und (8.38) in die Gln.(7.6) und 7.12) ein, erhält man folgende Beziehungen für die Modelle 4, 2b und 2a.

Modell 4 (nichtlineare σ - ε -Linie mit Relaxation)

$$\Delta F_{kni} = - \left[\Delta\varepsilon_{0ki} + \Delta\varepsilon_{rki} - (\Delta\varepsilon_{0mi} + \Delta\varepsilon_{rmi}) \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} - (\Delta\kappa_{0i} + \Delta\kappa_{ri}) \frac{S_{Bi}}{1 + S_{Bi}} z_k \right] E_{ki} d_k \psi_{kni} \quad (8.39)$$

$$\sigma_{kn1} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_{kni}}{d_k}, \quad (8.40)$$

$$N_{n1} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni}, \quad (8.41)$$

$$M_{n1} = - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni} z_k, \quad (8.42)$$

Modell 2b (lineare σ - ε -Linie mit Relaxation)

$$\Delta F_{e/kni} = - \left[\Delta\varepsilon_{0ki} - \Delta\varepsilon_{0mi} \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} - \Delta\kappa_{0i} \frac{S_{Bi}}{1 + S_{Bi}} z_k \right] E_{ki} d_k \psi_{kni} \quad (8.43)$$

$$\sigma_{e/kn1} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_{e/kni}}{d_k} \quad (8.44)$$

Die Schnittgrößen N_{n1} und M_{n1} entsprechen Gln.(8.41) und (8.42) jedoch mit $\Delta F_{e/kni}$, Gl.(8.43).

Modell 2a (lineare σ - ε -Linie ohne Relaxation)

$$\Delta F_{e/kni} = - \left[\Delta\varepsilon_{0ki} - \Delta\varepsilon_{0mi} \frac{S_{Di}}{1 + S_{Di}} - \Delta\kappa_{0i} \frac{S_{Bi}}{1 + S_{Bi}} z_k \right] E_{ki} d_k \quad (8.45)$$

$$\sigma_{e/kn1} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_{e/kni}}{d_k} \quad (8.46)$$

Die Schnittgrößen $N_{e/n1}$ und $M_{e/n1}$ entsprechen Gln.(8.41) und (8.42) jedoch mit $\Delta F_{e/kni}$, Gl.(8.45).

Näherungsansätze

Bereits das Modell 2a stellt eine Näherung dar, welche die Relaxation außer Acht lässt. Berechnungen zeigen, dass die Nichtlinearität des E_{ki} -Moduls über den Querschnitt nach wenigen Tagen verschwindet. Nutzt man

diese Tatsache, dann erhält man - in Analogie zu mod 2a - folgende elastische Näherungen für die Schnittgrößen:

$$\tilde{N}_{e/n1} \approx -A_c \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_e R_{ai} \quad (8.47)$$

$$\tilde{M}_{e/n1} \approx I_c \sum_{i=1}^n \Delta \kappa_{0i} E_e R_{bi} \quad (8.48)$$

Die Spannung kann nur nach Biegelehre berechnet werden und ist geradlinig verteilt. Es sind: $A_c = b_c d_c$; $I_c = b_c d_c^3 / 12$ mit $b_c = 1$ m. Diese Näherung überzeichnet das Verhalten beträchtlich.

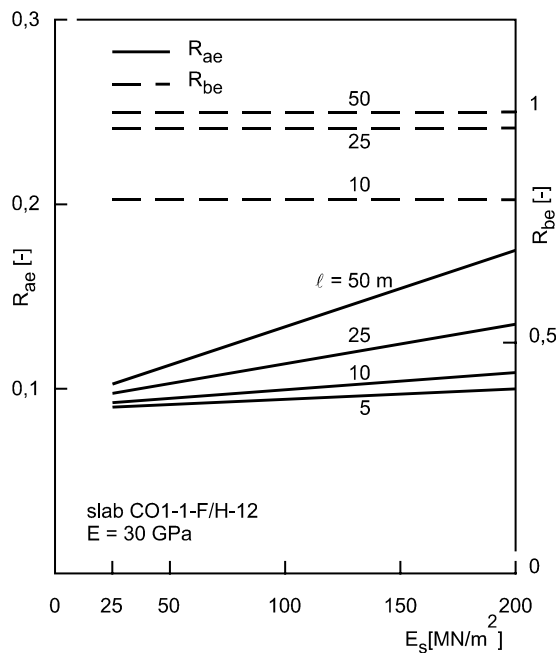


Bild 8.19: Endwerte der Behinderungsgrade abhängig von Sohlänge und Steifemodul E_s

Fig. 8.19: Final values of degrees of restraint dependent on length of slab and stiffness modulus of soil

Weil mit elastischen Ansätzen der Zwang überschätzt wird, versucht man, die Relaxation des Betons näherungsweise zu berücksichtigen. In Abschn. 8.2.6.3 ist der Ansatz des wirksamen E-Moduls $E_{ei} = k_{Ri} E_i$ bereits vorgestellt worden. Damit erhält man - in Analogie zu Modell 2b - folgende viskoelastische Näherung:

$$\tilde{N}_{e/n1} \approx -A_c \left[\sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_{ei} R_{ai} + \dots \right], \quad (8.49)$$

$$\tilde{M}_{e/n1} \approx I_c \left[\sum_{i=1}^n \Delta \kappa_{0i} E_{ei} R_{bi} + \dots \right]. \quad (8.50)$$

Bezüglich der Spannungen gilt das zuvor gesagte.

Das Modell 4 besitzt die größte Wirklichkeitsnähe. Modell 2a die geringste. Mit zunehmender Erhärtung und abnehmender Relaxationsfähigkeit des Betons liefert das Modell 2b eine brauchbare Approximation. Die Aussage gilt auch für die Näherung mit dem Altersabschnittsweisen, wirksamen E-Modul.

8.3.2.4 Behinderungsgrade

Die Steifigkeitszahlen, Gln.(8.29) und (8.30), hängen u.a. vom Alter ab. Sie sind in Bild 8.18 für ein Beispiel dargestellt. Mit ihnen kann man die Behinderungsgrade ausdrücken:

$$R_{ai} = - \frac{\Delta \varepsilon_{mi}}{\Delta \varepsilon_{0mi}} \approx \frac{1}{1 + S_{Di}}, \quad (8.51)$$

$$R_{bi} = - \frac{\Delta \kappa_i}{\Delta \kappa_{0i}} \approx \frac{1}{1 + S_{Bi}}. \quad (8.52)$$

Die Behinderungsgrade beginnen bei t_1 mit dem Wert 1 und sinken relativ rasch auf die Endwerte R_{ae} und R_{be} ab. Die Abhängigkeit von R_{ae} und R_{be} vom Steifemodul E_s des Bodens und von der Sohlänge ist in Bild 8.19 dargestellt. Die Dehnbehinderung durch Böden mit $E_s \leq 200$ MN/m² ist i.allg. gering. Die Biegebehinderung ist meist hoch. Sie nimmt mit E_s und ℓ zu, mit der Sohlstärke ab.

8.3.3 Andere Verfahren und Vergleiche

8.3.3.1 Vergleiche zwischen DSM und BMV

Bild 8.20 werden DSM und BMV an einem Beispiel verglichen. Bei langen Platten sind die Unterschiede gering, bei kurzen jedoch beträchtlich. Die geringe Biegebehinderung kurzer Platten nach BMV ist auf das Außerachtlassen der horizontalen Steifigkeit des Bodens u.a.m. zurückzuführen. Wegen dieser Schwäche wird das Bettungsmodulverfahren hier nicht weiter verfolgt.

8.3.3.2 Zwangberechnung nach japanischer Stahlbetonnorm

Die japanische Stahlbetonnorm (JSCE, [49], [50]) enthält ein Verfahren zur Berechnung des Zwangs in massigen Bauteilen auf Fels, Boden oder Altbeton. Dieses Verfahren entspricht i.w. der DSM. Dehn- und Biegebehinderungsgrad, R_N und R_M , werden abhängig von den Verhältnissen E_c/E_r und L/H als Graphen bereitgestellt. Es bedeuten: E_c , mittlerer E-Modul des Betons des gezwängten Bauteils im Alter von 28d; E_r , mittlerer E-Modul des behindernden Körpers; $L/H = \ell/d_c$. Die Behinderungsgrade sind auf Basis von FEM-Berechnungen nach E-Theorie am System junge Betonschicht/behindernder Halbraum festgelegt worden. Weitergehende Erläuterungen sind [49, 50] nicht zu entnehmen.

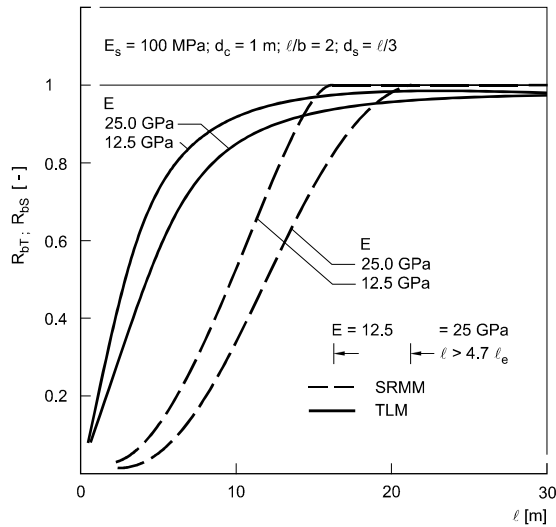


Bild 8.20: Biegebehinderungsgrad abhängig von der Sohllänge. Vergleich zwischen DSM und BMV (Beispiel)

Fig. 8.20: Dependence of degree of bending restraint on length. Comparison of TLM and SRMM (example)

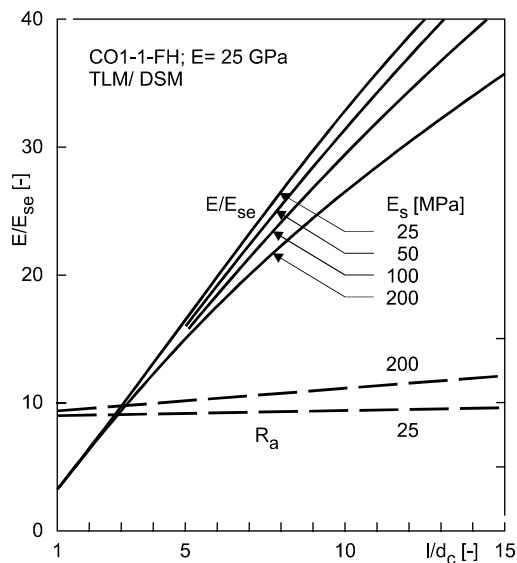


Bild 8.21: Verhältnis E/E_{se} abhängig von ℓ/d_c und E_s nach DSM

Fig. 8.21: Ratio E/E_{se} dependent on ℓ/d_c and E_s acc. to TLM

Für den Vergleich zwischen JSCE und DSM ist es notwendig das Verhältnis E_c/E_r gemäss DSM umzuschreiben und in Abhängigkeit von der Sohlslankheit ℓ/d_c auszudrücken. Entsprechendes gilt für den Dehnbehinderungsgrad R_a . Man erhält:

$$\frac{E}{E_{se}} = \frac{E}{E_s(1+K_D)} \equiv \frac{E_c}{E_r}, \quad (8.53)$$

$$K_D = \frac{E_b}{E_s} \frac{3\alpha_b d_c}{\ell}, \alpha_b = \frac{d_b}{d_c}, \quad (8.54)$$

$$R_a \approx \frac{1}{1 + \frac{E}{E_{se}} \frac{3d_c}{\ell}}. \quad (8.55)$$

Weil E_c nach JSCE der mittlere E-Modul des jungen Bauteils im Alter 28d ist, entspricht $E_c = E(28d)$. Damit stellt R_a , Gl.(8.55), den Endbehinderungsgrad R_{ae} dar. In Bild 8.21 ist das Verhältnis E/E_{se} abhängig von ℓ/d_c und vom Steifemodul des Bodens dargestellt. Das Verhältnis E/E_{se} nimmt mit ℓ/d_c deutlich zu, der Steifemodul übt einen untergeordneten Einfluss aus. Der Dehnbehinderungsgrad R_a hängt von ℓ/d_c und E_s nur schwach ab.

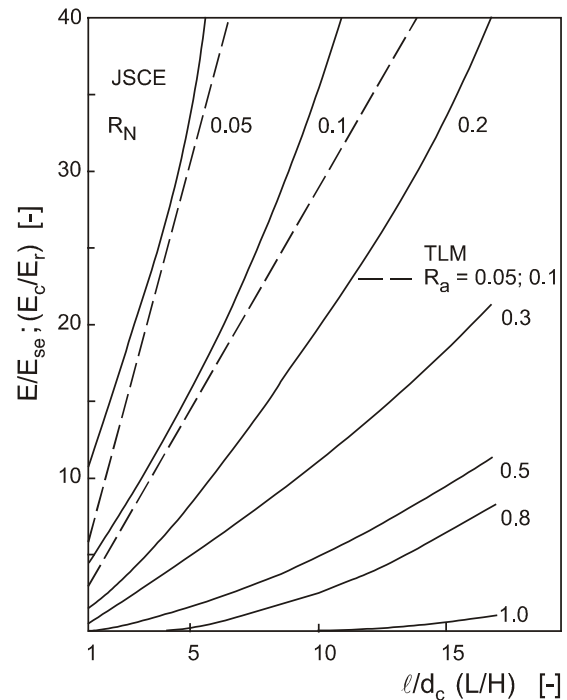


Bild 8.22: Dehnbehinderungsgrad nach JSCE und DSM

Fig. 8.22: Degree of axial restraint acc. to JSCE und TLM

In Bild 8.22 sind die Dehnbehinderungsgrade nach JSCE und DSM einander gegenübergestellt. Die Werte R_a nach DSM liegen für große Schlankheiten etwas unter den Werten R_N . Dies hängt mit der angenommenen Dicke der Bodenschicht zusammen.

In Bild 8.23 sind die Biegebehinderungsgrade R_M und R_b aufgetragen. Der Biegebehinderungsgrad R_M ist stets $\geq 0,8$ selbst bei geringen Schlankheiten $\ell/d_c = 1$

bis 4. Dies erstaunt, weil man geringer Schlankheit ein Abreißen an Sohlenden vom Untergrund, verbunden mit einer deutlichen Minderung der Biegebehinderung, erwarten würde. Mit zunehmender Schlankheit nimmt der Biegebehinderungsgrad R_M bis auf 1,2 zu, um danach wieder gegen 1 zu sinken. Das Überschwingen der Linien R_M über den Wert 1 ist zwar elastizitätstheoretisch denkbar, aber u.e. bei einer Zwängung durch Boden unrealistisch.

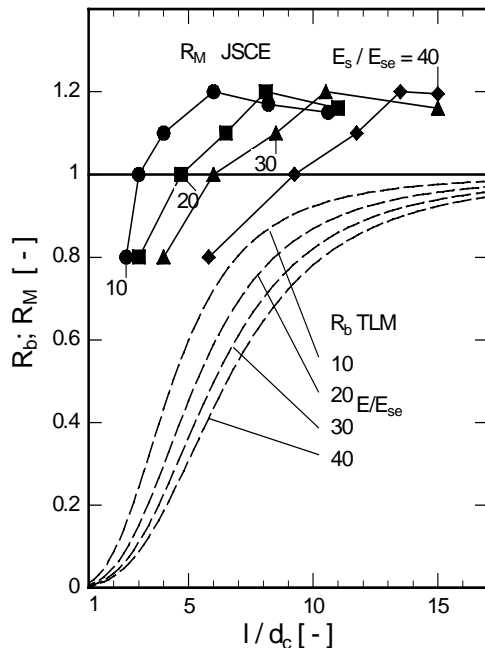


Bild 8.23: Biegebehinderungsgrad nach JSCE und DSM

Fig. 8.23: Degree of bending restraint acc. to JSCE and TLM

Der Biegebehinderungsgrad R_b nach DSM kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$R_b \approx \frac{1}{1 + \frac{E}{E_{se}} \left(\frac{3d_c}{\ell} \right)^3 \left(\frac{1 + K_D}{1 + 2K_D} \right)^2} \quad (8.56)$$

Die Linien R_b ordnen sich hinsichtlich E/E_{se} ebenso wie die Linien R_M , liegen aber deutlich darunter. Auch hier würden die Linien Gl.(8.58) mit der Dicke der mitwirkenden Bodenschichten von $\ell/2$ anstelle von $\ell/3$ bei kleinen Schlankheiten deutlich angehoben werden, aber über 1 kommen sie nicht.

Die Zwangsschnittgrößen werden wie folgt berechnet:

$$\tilde{N}_{jn1} \approx -A_c R_N \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} \tilde{E}_{ei} \quad (8.57)$$

$$\tilde{M}_{jn1} \approx I_c R_M \sum_{i=1}^n \Delta \kappa_{0i} \tilde{E}_{ei} \quad (8.58)$$

Die Gln.(8.57) und (8.58) entsprechen i.w. mod 2, s. Abschn. 8.2.6.3 und Gl.(8.22). Die Zwangsspannungen werden nach Balkenbiegelehre berechnet; der nichtlineare Eigenspannungsanteil wird addiert.

8.3.3.3 Vergleichende Wertung

Das BMV unterschätzt bei kurzen Sohlen den maximalen Biegebehinderungsgrad. Bei langen Sohlen ergeben sich gleich hohe Biegebehinderungsgrade nach BMV und DSM. Der Dehnbehinderungsgrad nach DSM und JSCE ist i.w. gleich. Der Biegebehinderungsgrad nach JSCE liegt bei kurzen Sohlen deutlich über jenem nach DSM. Noch mehr über jenem nach dem BMV. Dem Ansatz nach DSM ist, wie begründet, der Vorzug zu geben.

8.3.4 Spannungen

8.3.4.1 Berechnungsfälle

Es werden Sohlstreifen mit 1 bis 3 m Dicke aus den Betonen CO1 und CO23 untersucht. Dabei werden die Berechnungsmodelle 2a, 2b und 4 angewandt. Die Jahreszeit der Betonage wird variiert. Die Berechnungen erfolgen für den Dehnbehinderungsgrad $R_a = 0,10$ und dem Behinderungsgrad von $R_b = 0,95$. Zahlreiche andere Fälle sind in [81] untersucht worden.

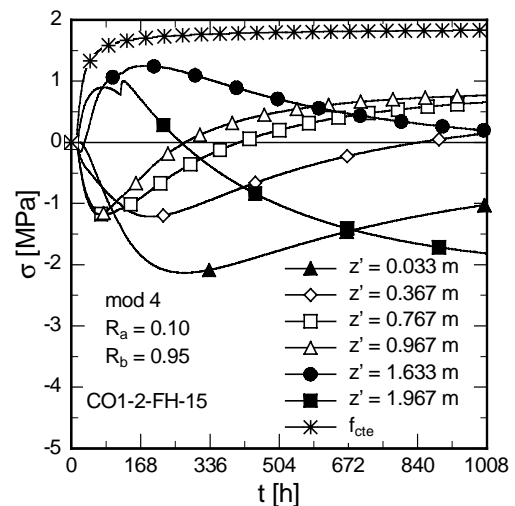


Bild 8.24: Spannungen abhängig vom Alter und Ort. Sohle CO1-2-FH-15, mod 4

Fig. 8.24: Stresses dependent on age and elevation. Slab CO1-2-FH-15, mod 4

8.3.4.2 Orts- und altersabhängige Verteilung

Die Bilder 8.24 und 8.25 zeigen die Spannungen für die Sohle CO1-2-FH-15 abhängig vom Ort (Abstand z' von UK Sohle) und Alter. Das Modell 4 wurde verwendet. Die Spannungen sind in jedem Alter nichtlinear verteilt. Weil die Krümmung κ_0 mit zunehmendem Alter verschwindet, stellt sich eine mehr oder weniger symmetrische Spannungsverteilung ein. Wie beim Deckenstreifen kehrt sich das Vorzeichen der Spannungen der oberen Randlamellen um. Ab rd. 10 d herrscht oben Druck und im Kern rd. nach 28 d ein mäßiger Zug. Die wirksame Bauwerkszugfestigkeit wird an keiner Stelle erreicht.

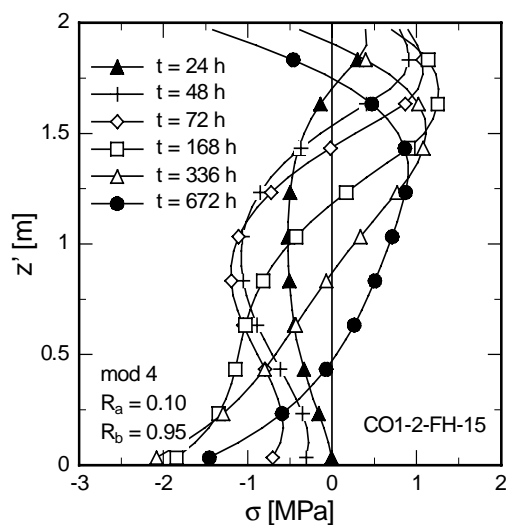


Bild 8.25: Spannungen abhängig von Ort und Alter. Sohle CO1-2-FH-15, mod 4

Fig. 8.25: Stresses dependent on elevation and age. Slab CO1-2-FH-15, mod 4

8.3.4.3 Einfluss des Berechnungsmodells

Berechnet man die Spannungen mit dem Modell 2b, dann ergibt sich die in Bild 8.26 dargestellte Spannungsverteilung. Die oberen Randlamellen fallen ab dem Alter 48 h konsekutiv aus. Die Einrisstiefe bleibt bei rd. 0,4 m von oben stehen. Bei Ansatz des elastischen Modells 2a stellt sich eine deutlich größere Einrisstiefe ein.

8.3.4.4 Weitere Einflüsse

Geringe Sohldicken sind bei gleicher Behinderung mit niedrigeren Spannungen verbunden. Die höchsten Randspannungen stellen sich bei der Betonage im

Sommer, die niedrigsten im Winter ein. Der Beton CO23 ist - verglichen mit dem Beton CO1 - mit deutlich niedrigeren Spannungen verbunden.

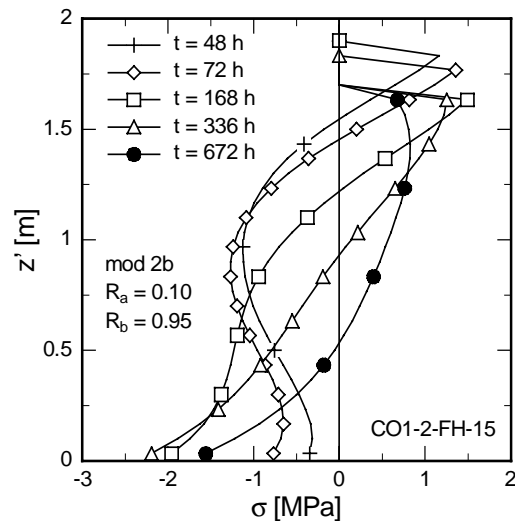


Bild 8.26: Spannungen abhängig vom Ort und Alter. Sohle CO1-2-FH-15, mod 2b

Fig. 8.26: Stresses dependent on age and elevation. Slab CO1-2-FH-15, mod 2b

8.3.5 Zwangsschnittgrößen

8.3.5.1 Einfluss des Berechnungsmodells

Wesentlicher Motor der Zwangsschnittgrößen sind die freien Verformungen. Diese sind für die Sohle CO1-2-FH-15 in Bild 8.27 dargestellt. Auch nach 6 Wochen sind die Endwerte noch nicht erreicht. In Bild 8.28 sind die Zwangsschnittgrößen aufgetragen. Als erstes werden die Zwangskräfte diskutiert. Das jeweilige Ergebnis wird an mod 4 gemessen. Das elastische Modell 2a führt zu den höchsten Kräften, das nichtlineare Modell 4 zu den niedrigsten. Nach rd. 4 Wochen ist der Unterschied zwischen den Zwangskräften nach den mod 2a, 2b und 4 nicht groß. Der Einfluss der Mikrorissplastizität und Relaxation zeigt sich in der Abstufung der Kurven.

8.3.5.2 Einfluss der Sohldicke

Der Einfluss der Sohldicke auf die Zwangsschnittgrößen ist groß. Dies zeigt Bild 8.29 für die Sohle CO1-dc-FH-15 nach mod 4. Die Zwangskraft N nimmt mit der Sohldicke zu. Nach rd. 4 Wochen hat sich bei $d_c = 1$ der Endwert der Zwangzugkraft eingestellt, bei $d_c = 3$ m bei weitem noch nicht. Obwohl die freie Krümmung κ_0 mit der Sohldicke abnimmt (s. Bilder 6.6, 6.15 und 6.16), nehmen die Momente mit der Sohldicke deutlich zu ($\sim d_c^3$).

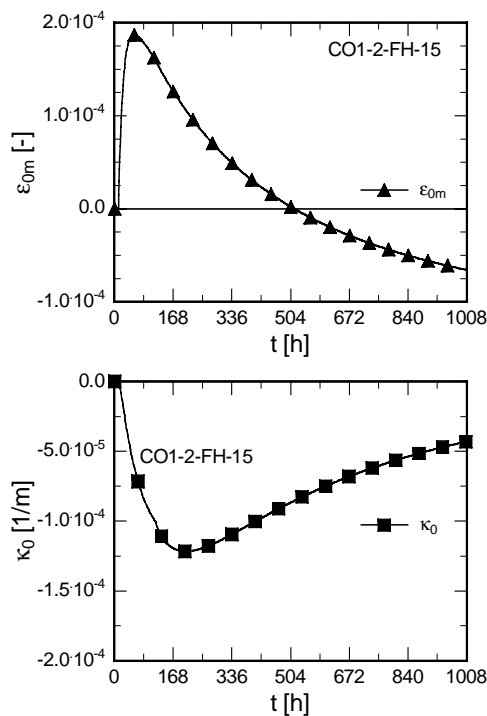


Bild 8.27: Freie Verformungen der Sohle CO1-2-FH-15

Fig. 8.27: Free deformations of slab CO1-2-FH-15

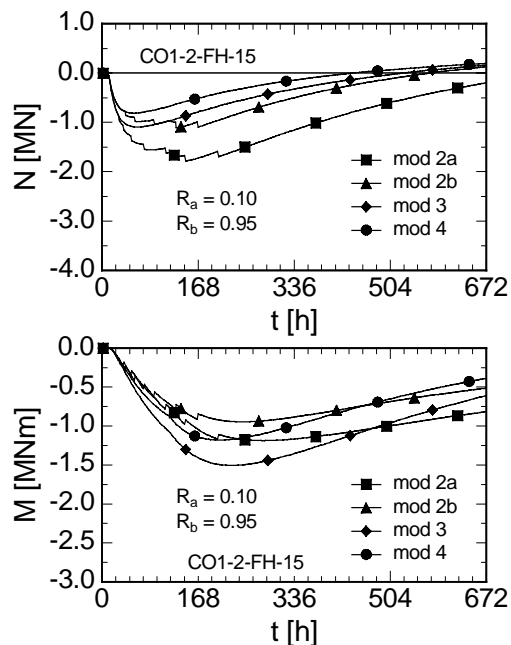


Bild 8.28: Zwangschnittgrößen nach allen Modellen. Sohle CO1-2-FH-15

Fig. 8.28: Restraint actions for all models. Slab CO1-2-FH-15

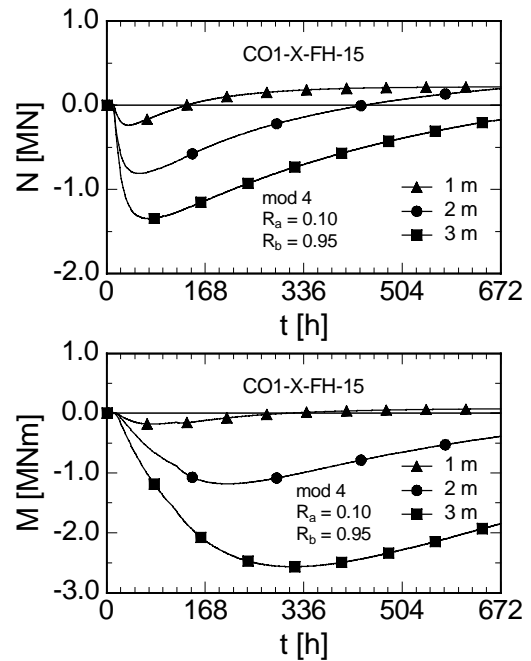


Bild 8.29: Einfluss der Sohldicke auf die Zwangschnittgrößen. Sohlen CO1-dc-FH-15

Fig. 8.29: Influence of thickness of slab on restraint actions. Slabs CO1-dc-FH-15-2-FH-15

8.3.5.3 Ergebnisse nach dem Näherungsansatz mit dem wirksamen E-Modul

Gemessen an mod 4, stellen die Ergebnisse mit mod 2a und mod 2b Näherungen dar, die sich durch bestimmte Vereinfachungen im Materialverhalten ergeben. Das in Abschn. 8.3.2.3 behandelte Verfahren mit dem wirksamen Elastizitätsmodul \tilde{E}_{ei} wird in Bild 8.30 mit den Ergebnissen nach mod 2b und mod 4 verglichen. Die Relaxationfaktoren k_{Ri} wurden für die Altersabschnitte nach Abschn. 8.3.2.3 wie folgt gewählt: 0,70; 0,75 und 0,80. Das Zwangsmoment wird brauchbar beschrieben, die Zwangskraft nicht.

8.3.6 Nichtlineare Spannungen nach DSM und lineare Spannungen nach Balkenbiegelehre sowie Rissindex

8.3.6.1 Gegenüberstellung der Spannungsverteilungen

Die Spannungen nach den Modellen 2a, 2b und 4, Gln(8.39) bis (8.46) sind über die Sohldicke nichtlinear verteilt. Nun interessiert, wie sich die nichtlinearen Spannungen von den linearen Spannungen

$$\text{lin}\sigma(z) = \frac{N}{A_c} - \frac{M}{I_c} \cdot z$$

nach Balkenbiegelehre unterscheiden. Hierin ist $z = z_k$, Bild 7.1. In Bild 8.31 sind beide Spannungsverteilungen für die Sohle CO1-2-FH-15 bei Ansatz von mod 4 für die Alter 168 und 336 h dargestellt. In diesem Altersbereich treten am oberen Sohlrand nennenswerte Zugspannungen auf. die Zwangsschnittgrößen N , M sind ebenfalls mit mod 4 berechnet worden, sodass beide Verteilungen das Gleichgewicht der inneren Kräfte erfüllen. Die Abweichungen entstehen durch den nicht-linearen Dehnungsanteil. Wendet man bei der Vorplanung z.B. das Näherungsverfahren mit \ddot{E}_{el} an, dann kann man die obere Randspannung $\text{lin}\sigma(d_c/2)$ der wirksamen Zugfestigkeit f_{cte} gegenüberstellen. Auf diese Weise kann entschieden werden, ob eine Biege-
rissbildung bevorsteht.

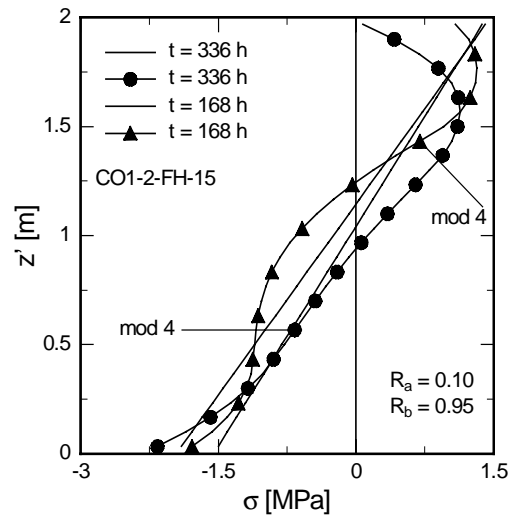


Bild 8.31: Nichtlineare Spannungen nach mod 4 und lineare Spannungen nach Balkenbiegelehre. Sohle CO1-2-FH-15

Fig. 8.31: Nonlinear stresses acc. mod 4 and linear stresses acc. beam theory. Slab CO1-2-FH-15

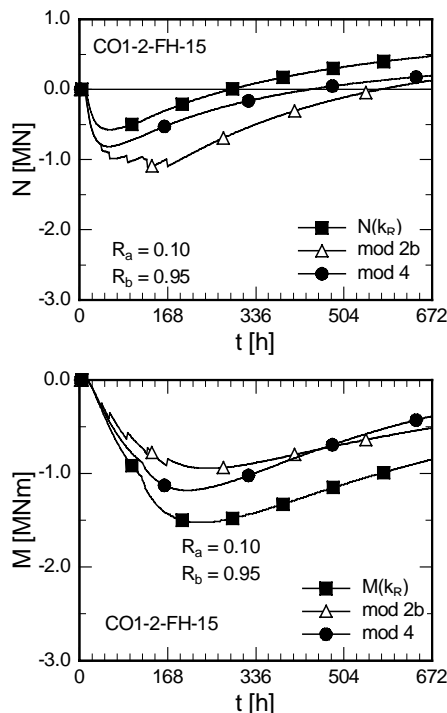


Bild 8.30: Zwangsschnittgrößen nach den Modellen 2b und 4 sowie nach der Methode des wirksamen E-Moduls. Sohle CO1-2-FH-15

Fig. 8.30: Restraint forces actions acc. to mod 2b, 4 and effective modulus method. Slab CO1-2-FH-15

8.3.6.2 Rissindex und Risswahrscheinlichkeit

Der Rissindex ist in Bild 8.32 für zwei Höhen z' nach mod 4 abhängig vom Alter dargestellt. Man erkennt, dass der Wert

$$\text{cal } C_{cr} = \frac{f_{ct}}{\text{cal } \sigma}$$

deutlich über 1.5 liegt. Die Risswahrscheinlichkeit ist also niedrig. Bei Berechnung nach mod 2b fällt $\text{cal } C_{cr}$ unter 1, womit eine Risswahrscheinlichkeit $p_{cr} > 50\%$ verbunden ist.

8.3.7 Zusammenfassung

Zur Abschätzung der Zwangsschnittgrößen von Sohlen auf natürlichen Böden (kein Fels) wurden mehrere Ingenieurmodelle vorgestellt und miteinander verglichen. Der Dehnzwang bleibt bei Steifemodulen $E_s \leq 200 \text{ MN/m}^2$ meist gering. Der Biegezwang ist dagegen deutlich größer. Er nimmt mit dem Steifemodul und der Sohlänge zu, mit der Sohlbreite ab. Die Dreischichtenmethode ist u.E. das vernünftigste Verfahren zur Eingrenzung des Behinderungsgrades. Das Bettungsmodulverfahren unterschätzt die Biegebehinderung kurzer Sohlen. Es ist u. E. wegen seiner mechanischen Schwächen nicht geeignet. Die Spannungen und Zwangsschnittgrößen in gezwängten Sohlen wurden auf

Grundlage der DSM mit mehreren Materialmodellen mit der Lamellenmethode des IBMB berechnet. Sämtliche wesentliche Einflüsse wurden untersucht. Elastische Werkstoffansätze überschätzen die Zwangantwort bei weitem. Bei Ansatz einer nichtlinearen Spannung-Dehnung-Linie und der Betonrelaxation erhält man das vertrauenswürdigste Resultat. Bei der Vorplanung genügen oft einfachere Ansätze. Mit dem Näherungsverfahren mit dem wirksamen Elastizitätsmodul kann eine brauchbare Aussage zu der Schnittgrößen M, N und eine Abschätzung der Risswahrscheinlichkeit erzielt werden.

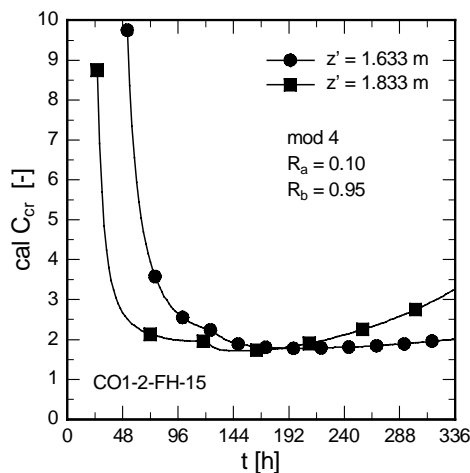


Bild 8.32: Rissindex $\text{cal } C_{cr}$ abhängig vom Alter für zwei Höhen. Sohle CO1-2-FH-15, mod 4

Fig. 8.32: Cracking index $\text{cal } C_{cr}$ dependent on age for two elevations. Slab CO1-2-FH-15, mod 4

8.4 Zwängung des Wand-Fundament-Systems

8.4.1 Ziel und Vorgehen

Die Vermeidung von Trennrissen in Umfassungswänden von Bauwerken, gegen die Grund- oder Trink-, Abwasser von innen ansteht, ist eine wichtige praktische Aufgabe. In Bild 7.5 wurde bereits auf das häufig angetroffene Rissbild in der Wand auf Fundament hingewiesen. Es sind vor allem wandhohe Trennrisse, welche die Dichtheit der Konstruktion in Frage stellen können.

Beim Abfluss der Hydratationswärme einer Wand auf Fundament- bzw. Sohle treten in der Wandebene Zwangsspannungen/-schnittkräfte auf, wie die freien Verformungen der Wand vom monolithisch anbindenden Fundament bzw. Sohle mit hoher Dehn- und Biegesteifigkeit behindert werden. Es herrscht in der Wand ein Scheibenspannungszustand. Scheibenzwang ent-

steht auch im jungen Wandabschnitt, der auf einen älteren, darunterstehenden betoniert wird (abschnittsweise Herstellung von Pfeilerschäften und in anderen Fällen). Er tritt zudem in Deckenscheiben zwischen steifen Randunterzügen, bei Unterwasserbetonsohlen zwischen Schlitzwänden sowie bei zahlreichen anderen Zweischichtproblemen der Praxis auf (s. Abschn. 8.2.1). Wegen der großen praktischen Bedeutung des Wand/Fundament-Zwangs sind zahlreiche Arbeiten entstanden. (s. z.B. [2, 24, 94, 97, 82, 29, 52, 98]).

In [82] ist ein Ingenieurmodell zur Bestimmung der Zwangsschnittgrößen im Innenbereich langer Wände entwickelt worden. Dieses Modell weist jedoch einige Schwächen auf: Der Beton wird als linearelastischer Stoff bei pauschaler Berücksichtigung der Relaxation über den wirksamen E-Modul angenommen. Die alleinige Zwangursache bildet die mittlere freie Dehnung der Wand; der Einfluss der freien Krümmung der Wand sowie der freien Verformungen des Fundaments wurde außer acht gelassen, etc. Das Ingenieurmodell beruht auf der sogen. Zweischichtentheorie ZSM. Das hier verwendete Berechnungsverfahren baut hierauf auf, berücksichtigt jedoch die Nichtlinearitäten des Betons und der freien Verformungen des Fundaments.

8.4.2 Steifigkeit, Wandschlankheit und Krafteinleitung

8.4.2.1 Geometrie, Verformungen und Risse

In Bild 8.33a ist das hier behandelte Wand-Fundament-System (WFS) dargestellt. Bei der Wand auf Streifenfundament ist dessen reale Breite b_f maßgebend; bei der Wand auf Sohlplatte ist eine mitwirkende Breite b_{fe} anzusetzen. Nach [94] kam diese zu $b_{fe} \leq 0,3 \ell$ gewählt werden, jedoch nicht größer als der Abstand zu einander paralleler Wände. Nach [135] übt eine außermittige Stellung (s. Bild 8.33b) der Wand auf dem Fundament einen geringen Einfluss auf die Zwangsspannungen aus.

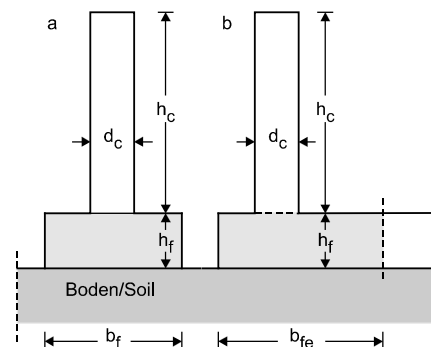


Bild 8.33: Geom. d. Wand-Fundament-Systems WFS

Fig. 8.33: Geom. of wall on foundation-system WFS

Die resultierende Verformung des WFS wird auch vom Boden beeinflusst. Sie ist im Bild 8.34 für eine Kontraktion sowie negative freie Krümmung des WFS schematisch dargestellt. Bei hoher Biegesteifigkeit des WFS und steifem Boden kann sich sowohl in der Arbeitsfuge als auch in der Sohlfuge ein Riss bilden. Risse dieser Art verschieben den Krafteinleitungsbereich in Richtung Symmetrieachse und verringern die effektive Wand schlankheit. Diese Feststellung gilt auch bei positiven freien Verformungen $\varepsilon_{0m} > 0$ und $\kappa_0 > 0$. Die Wand schlankheit $s_w = \ell/h_c$, Stärke der Behinderung u.a.m beeinflussen das Rissbild (Bild 8.35). Bei langen Wänden auf steifem Fundament können sich im Innenbereich $\ell_i \approx \ell - 2\ell_E$, mit ℓ_E Länge des Krafteinleitungsbereichs an Wandenden, wandhohe Trennrisse bilden: TDR. In Wandendebereichen und bei kurzen Wand scheiben treten eher die Wanddicke durchtrennende Anrisse TAR mit geringer Rissbreite auf. Bei einem Fundament geringer Biegesteifigkeit schlagen die Risse TAR meist nicht in Risse TDR durch. Die Krafteinleitungslänge ℓ_E hängt von mehreren Einflüssen ab. Ungefähr gilt: $\ell_E \geq h_c$. Beim sehr kurzen WFS mit $\ell_E/h_c \leq 1$ können im allg. nur Risse TAR auftreten. In Bild 8.36 sind die Linien gleichen Zwangsgrads R_R für eine Scheibe mit $\ell/h_c = 0,67$ dargestellt [30]. Dieser ist wie folgt definiert: $R_R = -\text{cal } \sigma/\varepsilon_{0m} E$ [%].

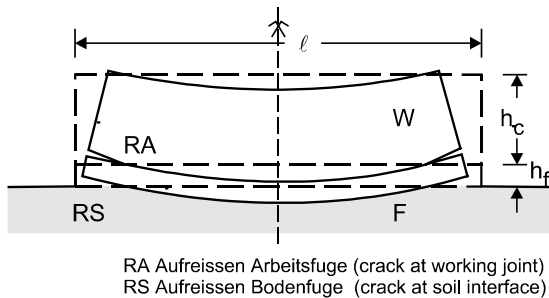


Bild 8.34: Verformungen des WFS. Mögliches Aufreißen der Arbeits- und Sohlfuge

Fig. 8.34: Deformation of WFS. Possible horizontal cracks at working joint and soil interface

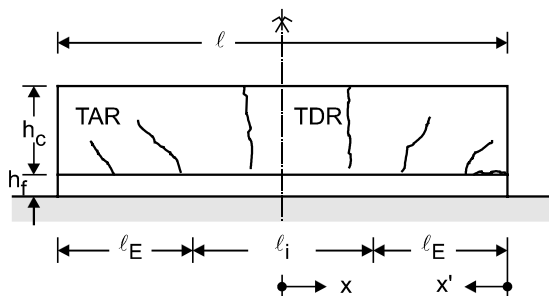


Bild 8.35: Trennrisse (An-, Durch-) im langen WFS

Fig. 8.35: Thoughcracks in a long WFS

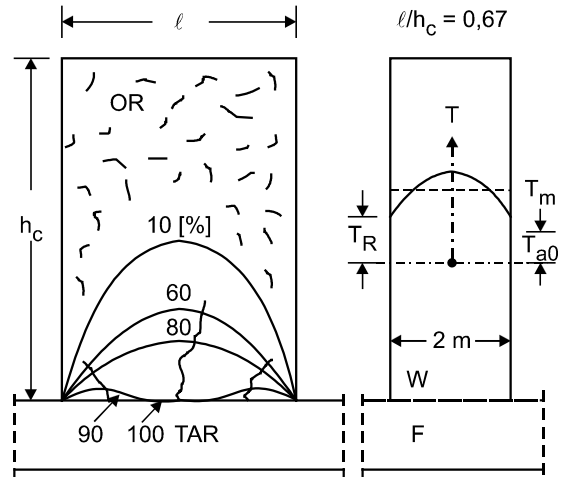


Bild 8.36: Linien gleichen Zwangsgrads und Rissbild in kurzer Wand auf steifer Sohle

Fig. 8.36: Lines of equal degree of restraint and cracks for a short wall on stiff slab.

8.4.2.2 Steifigkeitsverhältnisse und Interaktion mit dem Baugrund

Die hier angewandte Mehrschichtmethode gilt für das lange WFS. Es wird unterstellt, dass es einen Innenbereich der Länge ℓ_i gibt, der von der Krafteinleitung an den Enden der Wandscheibe ungestört ist: $\ell_i \approx \ell - 2\ell_E > 0$. Das WFS wird als masselos angesehen. Zur Ableitung der Zwangsschnittgrößen und -spannungen benötigt man die altersabhängigen Steifigkeitszahlen S_D und S_B . Dabei kann man, was die zusätzliche Behinderung durch den Baugrund anlangt, unterschiedliche Annahmen treffen, auf die im folgenden eingegangen wird:

Vom Baugrund entkoppeltes WFS

Es wird angenommen, dass das WFS vom Baugrund vollständig entkoppelt ist, Bild 8.37a. Abgesehen von der lotrechten Interaktion wird auch die horizontale unterdrückt. Diese grobe, in der Praxis jedoch häufige Annahme ist für mindersteife Böden und kurze Wände vertretbar. Die Steifigkeitszahlen lauten:

$$S_D(t) = \frac{E(t)A_c}{E_f A_f}, \quad 0 \leq S_D(t) \leq S_{De}, \quad (8.59)$$

$$S_B(t) = \frac{E(t)I_c}{E_f I_f}, \quad 0 \leq S_B(t) \leq S_{Be}, \quad (8.60)$$

wobei von ausgehärtetem Fundamentbeton ausgegangen werden darf. Hierin bedeuten: $E(t)$, mittlerer E-Modul ($\approx E_i$) über den Wandquerschnitt A_c ; I_c , Trägheitsmoment der Wand; E_f , mittlerer Elastizitätsmodul

($E_f = \text{konstant}$) über den Fundamentquerschnitt A_f ; I_f , Trägheitsmoment des Fundaments.

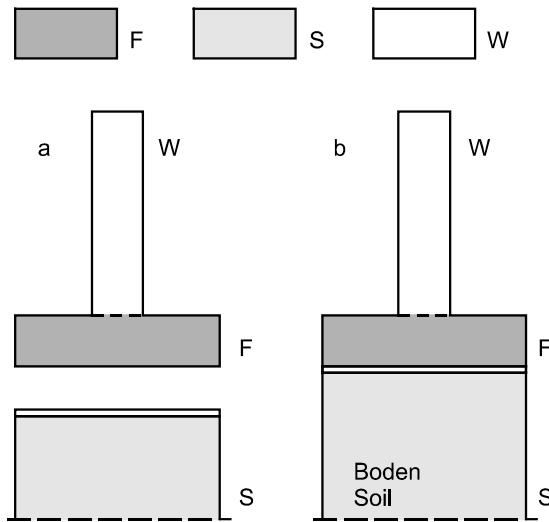


Bild 8.37: Fälle der Interaktion zwischen WFS und Baugrund

Fig. 8.37: Cases of interaction between WFS and soil

Behinderung durch das Fundament und angekoppelter wirksamer Bodenschicht.

Tatsächlich wird die junge Wand sowohl vom Fundament als auch von der mitwirkenden Bodenschicht behindert (s. Abschn. 8.3.2, und sofern keine Gleitschicht auf Sauberkeitsschicht unterhalb des Fundament angeordnet ist), Bild 8.37b. Fundament, Sauberkeits- und Bodenschicht können zur gemeinsamen mitwirkenden Fundamentschicht der Breite b_f zusammengefasst werden. Deren Dehnsteifigkeit beträgt:

$$E_f A_{fw} = E_f A_f \left[1 + n_e (1 + K_D) \frac{s_f}{3} \right], \quad (8.61)$$

mit: $n_e = E_s/E_f$; $A_f = b_f h_f$; $s_f = \ell/h_f$, Fundamentschlankheit. Der zweite Term in der Klammer von Gl.(8.61) ist i.d.R. gegen 1 vernachlässigbar. Damit ist $E_f A_{fw} \approx E_f A_f$, die Dehnbehinderung des Fundaments nimmt durch den Boden praktisch nicht zu. Die Biegesteifigkeit der wirksamen Fundamentschicht beträgt:

$$E_f I_{fw} \approx E_f I_f \cdot f_1 \cdot f_2 \quad (8.62)$$

mit

$$f_1 = 1 + n_e \cdot (1 + K_D) \frac{s_f}{3},$$

$$f_2 = \left(\frac{s_f}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1 + 2K_D}{1 + K_D} \right)^2 + \left(3 + \frac{s_f}{1 + K_D} \right)^2.$$

Die numerische Untersuchung von Gl.(8.62) zeigt eine von E_s und s_f abhängige, ggf. nennenswerte Zunahme der wirksamen Biegesteifigkeit gegenüber jener des Fundaments $E_f I_f$. Im untersuchten Wertebereich beträgt das Verhältnis $E_f I_{fw} / E_f I_f \approx 7$ bis 12. Mit den Gln.(8.61) und (8.62) können die Steifigkeitsverhältnisse S_{Dw} und S_{Bw} entsprechend Gln.(8.59) und (8.60) berechnet werden. Die Biegebehinderung wird zunehmen.

Zur Auswirkung der o.g. Annahmen für die Interaktion des WFS mit dem Baugrund auf die Spannungen in der Wand gibt es nur wenige Untersuchungen. In [92] werden Ergebnisse einer FEM- Analyse (E-Theorie) berichtet. Dabei wurden WFS mit den Schlankheiten 1,33; 5,33 und 9,33 auf elastischer Bodenschicht mit Steifemodul $E_s = 10$ und 200 MN/m^2 untersucht. Der Steifemodul $E_s = 10 \text{ MN/m}^2$ entspricht i.w. dem Fall a von Bild 8.38. Demgegenüber nimmt mit zunehmender Schlankheit ℓ/h_c und zunehmender Bodensteifigkeit der Dehnzwang zu, der Biegezwang aber ab. Letztere Aussage steht mit jener bei Fall b gemachten im Widerspruch.

In Abschn. 8.4.3.4 wird eine rechnerische Untersuchung zur Auswirkung der wesentlichen Parameter auf sowohl die Steifigkeitszahlen als auch auf die Behinderung vorgestellt.

8.4.2.3 Scheibenzwang im Krafteinleitungsbereich und beim gedruckten WFS

Krafteinleitung abhängig von den Steifigkeitsverhältnissen

Die Dreischichtenmethode gilt für Wände großer Schlankheit mit $\ell > 2\ell_E$, Bild 8.35. Die Bestimmung der inneren Länge ℓ_i mit ebener Dehnungsverteilung bedingt die Kenntnis der Krafteinleitungslänge ℓ_E . In dieser herrscht ein Scheibenspannungszustand mit nichtlinearen Dehnungen. Bei kurzen Wänden mit $\ell < 2\ell_E$ kann eine ebene Dehnungsverteilung in der Symmetrieachse nicht aufgebaut werden. Mit der Frage der Krafteinleitungslänge und Scheibenspannungen haben sich zahlreiche Arbeiten befasst. Die meisten Untersuchungen erfolgten auf Basis der Elastizitätstheorie für definierte, extreme Behinderungen. Die Berechnungen erfolgten stets für eine über die Wandhöhe konstante Temperaturdifferenz ΔT . Arbeiten zum Einfluss einer freien Krümmung κ_0 konnten nicht gefunden werden. Auf einige Arbeiten wird verwiesen, s. z.B. [2], [30], [82], [94], [135] bis [141].

In Bild 8.38 aus [136] sind - für die Wandscheibe mit der Schlankheit $s_w = \ell/h_c = 4$ - die Spannungen in der Arbeitsfuge, Symmetrieachse sowie im Schnitt $x = \ell/4$ dargestellt (vom Baugrund entkoppeltes WFS). Die Spannungen wurden für zwei unterschiedliche Behinderungen nach E-Theorie berechnet: Fall a mit $S_B = S_D = 0$, totaler Dehn- und Biegezwang; Fall b mit

$S_D =$ und $S_B = \infty$, totaler Dehn-, aber kein Biegezwang. Im Fall a treten in der Arbeitsfuge an Wandenden beträchtliche Spannungen σ_y normal zur Fuge auf. Sie deuten auf das Einreißen der Arbeitsfuge hin, s. Bild 8.34 und 8.35. Die Spannungen σ_x in der Symmetrieachse sind schon nahezu linear verteilt, aber nur halb so groß wie man nach der DSM berechnet. Die Einleitungslänge ist demnach $\ell_E > 2h_c$.

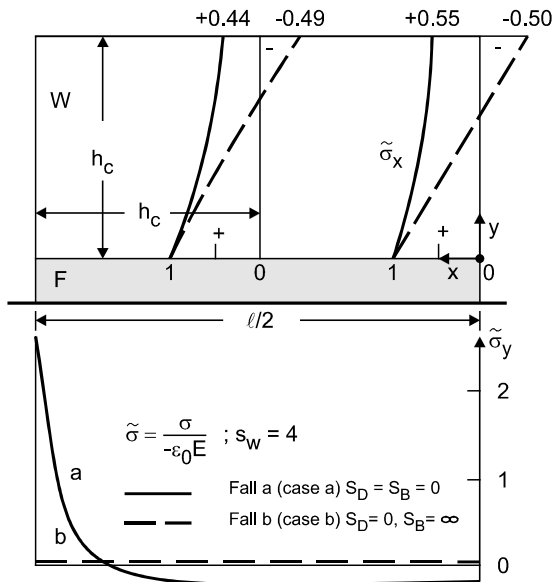


Bild 8.38 Normalspannungen in Arbeitsfuge und Symmetrieachse abhängig von Steifigkeiten. WFS, $s_w = 4$

Fig. 8.38: Normal stresses in working joint and axis of symmetry dependent on stiffness. WFS, $s_w = 4$

Im Fall b, mit dem dehnstarken aber biegeschlaffen Fundament, sind in der Arbeitsfuge die Spannungen $\sigma_y = 0$. Es treten jedoch sehr flach geneigte Hauptspannungen von $\sigma_1 \approx -1,2 \varepsilon_0 E$ auf. Die Längsspannung σ_x in der Symmetrieachse ist i.w. geradlinig verteilt und entspricht der Größe nach der DSM. Diese Aussage gilt - bei $S_D = 0$ und $S_B = \infty$ - nach [136] i.w. bereits für die Wandschlankheit von 2. Im Fall b beträgt also die Einleitungslänge $\ell_E \approx h_c$. Diese Beispiele zeigen, dass die Einleitungslänge vor allem von der Biegebehinderung abhängt.

In [139] sind numerischen Studien zur Krafteinleitung für den Fall a (vollständiger Zwang) durchgeführt worden. Nach [135] kann man schon ab $s_w \geq 4$ genau genug von einer ebenen Dehnungsverteilung in $\ell/2$ ausgehen, nach [139] sind hierzu deutlich größere Schlankheiten erforderlich. Eine totale Behinderung gemäss Fall a ist in der Praxis kaum zu erwarten. In [98] sind die S_D - und S_B -Werte ausgeführter Bauwerke untersucht worden. Es ergab sich - allerdings ohne

Ansatz der Mitwirkung des Bodens - folgender praktischer Wertebereich: $0,20 \leq S_D \leq 2$, und $0,50 \leq S_B \leq 50$.

In [82] wurde auf Grund dieser Werte geschlossen, dass die DSM bereits ab der Wandschlankheit $s_w \geq 2,5$ angewandt werden darf.

Zwang bei gedrunenen WFS

Zur Abschätzung des Zwangs in gedrunenen WFS und anderen Bauteilen auf Altbeton, Boden und Fels wird häufig auf den Bericht des ACI-Komitees 207 [2] zurückgegriffen. Mit Bild 8.39 wird danach die lokale Zwangsspannung wie folgt ausgedrückt:

$$\sigma(z'/h_c; s_w) \approx \varepsilon_{0m} E K_R(z'/h_c; s_w) R_s \quad (8.63)$$

Hierin sind: $\varepsilon_{0m}(t)$, mittlere Dehnung für $\Delta T(z'/h_c) = \Delta T(t)$; E , mittlerer E-Modul des jungen Bauteils; $K_R(z'/h_c; s_w)$, Faktor, der die über die Wandhöhe konstante, mittlere Dehnung ε_{0m} in die nichtlineare, zwangswirksame transformiert. Des weiteren wird mit

$$R_s = \frac{1}{1 + \frac{E A_c}{E_r A_r}} \quad (8.64)$$

der Dehnbehinderungsgrad ausgedrückt. Hierin sind: E_r , Elastizitätsmodul und A_r , Querschnitt des behindernden Körpers. In Bild 8.39 ist der Faktor K_R bzw. das Verhältnis - $\sigma/\varepsilon_{0m} E$ für mehrere Werte s_w für totalen Zwang nach [140] aus [135] aufgetragen. Zum Vergleich sind für $s_w = 4$ die Kurven nach [2] und [136] eingezeichnet.

Für die gewählte Wandschlankheit $s_w = 4$ erkennt man gewisse Unterschiede zwischen den herangezogenen Quellen, die auch bei anderen Werten s_w zu erwarten sind und die vom verwendeten Berechnungsverfahren etc. herrühren. Nach Bild 8.39 setzt die Bildung von Anrissen TAR am unteren Rand ein, sobald $\sigma \geq f_{ct}$ ist. Ob sich die TAR zu wandhohen Trennrissen TDR entwickelt, ist mit den Gln.(8.63) und (8.64) nicht zu beurteilen. Die Relaxation des Betons kann näherungsweise mit dem wirksamen E-Modul berücksichtigt werden. Die Gln.(8.63) und (8.64) sind in erster Linie für Massenbeton (Staumauerblöcke auf Fels) entwickelt worden. Bei WFS ist - auch bei Berücksichtigung des zusätzlichen Zwangs durch den Boden - die Annahme totalen Biegezwangs unrealistisch. In [135] wird ein Näherungsverfahren (Fall a von Bild 8.38) für das freie Wand-Fundament-System vorgestellt, mit dem der Zwang für konstante Abkühlung $\Delta T \approx \varepsilon_{0m} (K_0 = 0)$ bei beliebiger Dehn- und Biegesteifigkeit des Fundaments berechnet werden kann. Dabei wird die freie Dehnung ε_{0m} durch Faktoren δ_{res} und δ_{slip} reduziert. Mit δ_{res} wird die Dehnungsnichtlinearität und mit δ_{slip} das Einreißen der Arbeitsfuge (s. Bild 8.35) berücksichtigt. Die Zwangsspan-

nung wird - ausgehend von der ebenen Dehnungsverteilung (hierbei sind $\delta_{\text{res}}\delta_{\text{slip}} = 1$) - wie folgt ausgedrückt:

$$\sigma(z, s_w) \approx -\delta_{\text{res}}\delta_{\text{slip}}\varepsilon_{0m}E + \varepsilon_R E + \kappa_R z E \quad (8.65)$$

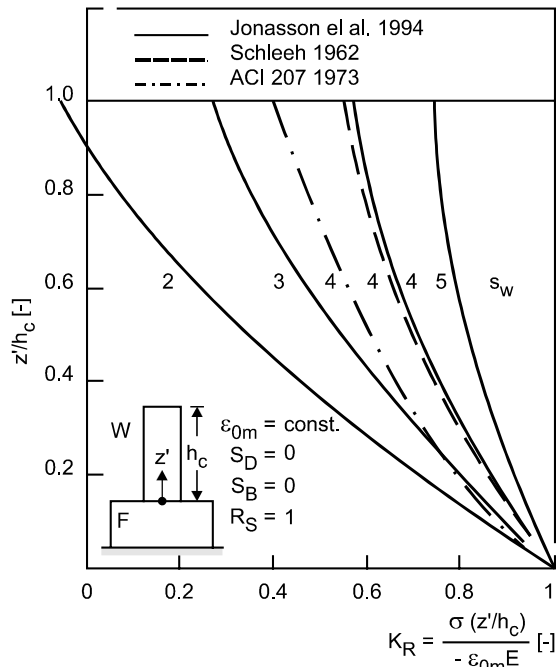


Bild 8.39: Zwanggrad K_R in der Symmetrieachse des WFS abhängig vom Abstand über UK Wand bei totalem Zwang

Fig. 8.39: Degree of local restraint factor K_R in axis of symmetry of WFS

In Bild 8.40 sind exemplarische Berechnungsergebnisse aus [135] dargestellt (die Koordinate z' zählt von OKF). Bildteil a zeigt den Faktor $\delta_{\text{res}}(z', s_w)$, der - im Vergleich mit K_R - den Einfluss der Biegesteifigkeit $S_B > 0$ des Fundaments erkennen lässt. Der Faktor δ_{slip} - Bildteil b - hängt von der Wandhöhe und -schlankheit ab. Ab $s_w = 4$ wirken sich die Risse in der Arbeitsfuge nicht mehr auf den Zwang in $\ell/2$ aus. Bei einer kurzen Wand $s_w = 2$ ist die Zwangreduktion beträchtlich. Die Ausarbeitung von Berechnungshilfen steht noch aus.

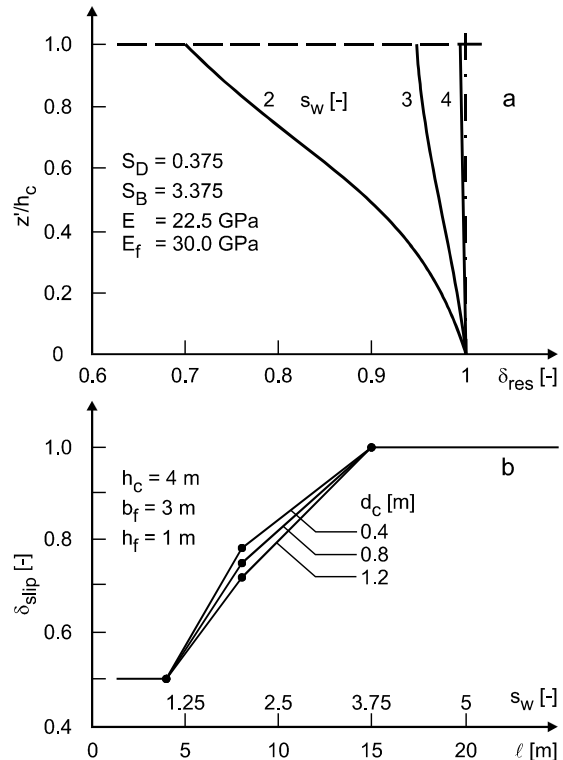


Bild 8.40: Faktor δ_{res} abhängig von der Wand-schlankheit und Faktor δ_{slip} abhängig von der Wandlänge aus [135]

Fig. 8.40: Factor δ_{res} dependent on slenderness of wall and factor δ_{slip} dependent on wall length [135]

8.4.3 Beziehungen der Dreischichtenmethode für das WFS für den Zustand I

8.4.3.1 Voraussetzungen, Diskretisierung und Temperaturfelder

Es wird das in Bild 5.15 bzw. 8.33a dargestellte WFS mit $d_c = 1\text{m}$, $h_c = 4$, $b_f = 4\text{m}$ und $h_f = 1\text{m}$ exemplarisch untersucht. Der E-Modul des Fundamentbetons wird zu $E_f = 34.000\text{ MN/m}^2 = \text{const.}$ angenommen. Die Diskretisierung des WFS für die Berechnung der zweidimensionalen Felder der Bauteiltemperatur, freien Dehnung, des Hydratationsgrads sowie relevanter mechanischer Betoneigenschaften ist im Abschn. 5.6.4 erläutert worden. Dort sind auch die thermischen Randbedingungen aufgeführt. Die Bilder 5.16 bis 5.20 zeigen exemplarische Temperaturfelder bei Verwendung der Betone CO1-FH und CO23-FH. Das autogene und hygrische Schwinden können außeracht gelassen werden. Die Bezeichnung lautet: WFS Beton-Jahreszeit-Frischbetontemperatur und Höhenbeiwert p; Beispiel: WFS CO1-FH-12-1.25.

8.4.3.2 Freie Verformungen und wesentliche mechanische Eigenschaften

Mit der Temperaturverteilung $T(z_k, y_j, t)$ kann man die über die Wanddicke gemittelte, freie Dehnung in Höhe z_k

$$\Delta \varepsilon_{0mki} = \frac{\sum_{j=1}^m \Delta \varepsilon_{0kji} E_{kji}}{m E_{mki}} \quad (8.66)$$

und zum Zeitpunkt t_i berechnen (s. Bild 8.41). In Gl.(8.66) sind: m , Zahl der Stabelemente $\Delta A = d_k d_j$ über die Wanddicke; E_{kji} , E-Modul im Punkt (z_k, y_j) ; E_{mki} , mittlerer E-Modul über die Wanddicke in Höhe z_k über Wandschwerpunkt.

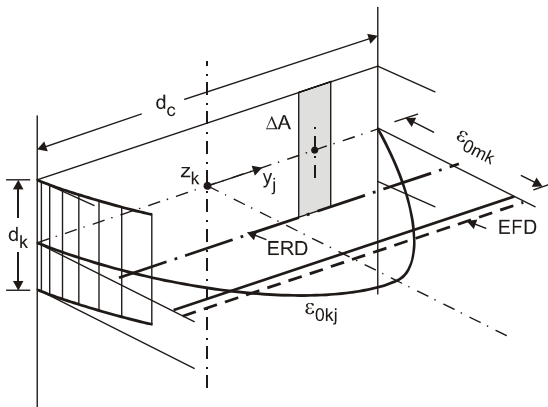


Bild 8.41 Verteilung der freien Dehnungen des WFS am Ort z_k , Ebenen EFD und ERD

Fig. 8.41: Distribution of free strains of WFS in elevation z_k , planes EFD and ERD

Durch die Werte $\Delta \varepsilon_{0mki}$ kann man die Ebene der freien Dehnung der Wand, Bild 8.42 legen, die durch die mittlere freie Wanddehnung

$$\Delta \varepsilon_{0mi} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0mki} E_{mki}}{\ell E_{mi}} \quad (8.67)$$

und durch die freie Wandkrümmung

$$\Delta \kappa_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0mki} E_{mki} z_k}{\sum_{k=1}^{\ell} E_{mki} z_k^2} \quad (8.68)$$

beschrieben wird. Beim Fundament gilt entsprechendes. Mit diesem Vorgehen werden die zweidimensionalen Verteilungen in eindimensionale überführt. In Bild 5.21 bzw. 5.22 sind die freien Verformungen bei Verwendung des Betons CO1 bzw. CO23 aufgetragen. Die mittlere freie Wanddehnung übertrifft die freie Fundamentdehnung. Die freien Krümmungen sind insgesamt gering.

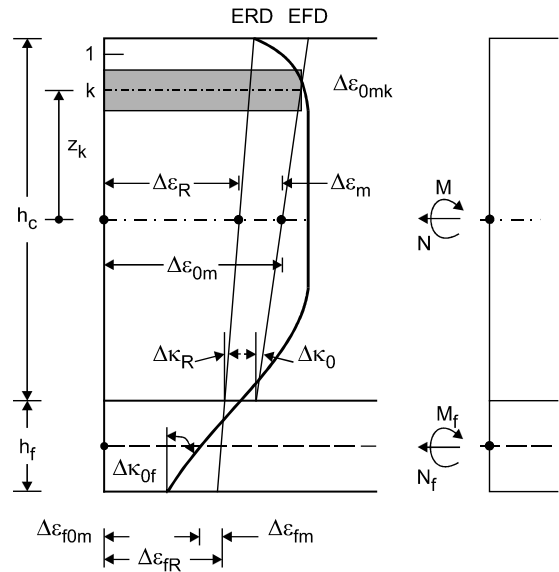


Bild 8.42: Ebenen der freien und resultierenden Dehnungen, Zwangschnittgrößen des WFS

Fig. 8.42: Planes of free and resultant deformation and restraint actions of the WFS

In den Bildern 8.43 und 8.44 sind der Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit - beide sind Mittelwerte über die Wanddicke - abhängig von der Höhe z' über UK Fundament für das Berechnungsbeispiel dargestellt. Die mittlere Zugfestigkeit muss bei der Spannungsberechnung noch auf die mittlere wirksame Bauwerkszugfestigkeit reduziert werden.

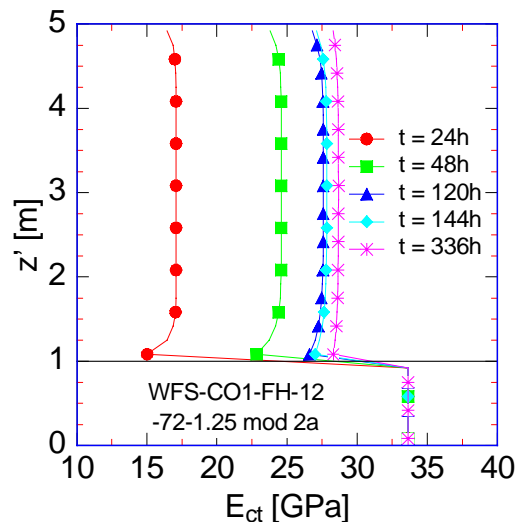


Bild 8.43: Mittlerer E-Modul über Wanddicke abhängig vom Abstand z' und Alter. WFS CO1-FH-12-1,25

Fig. 8.43: Mean E-modulus across thickness of wall dependent on elevation z' and age. WFS CO1-FH-12-1,25

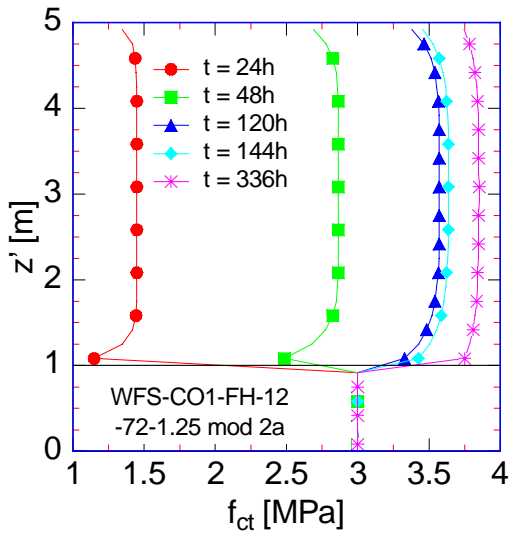


Bild 8.44 Mittlere Zugfestigkeit über Wanddicke abhängig vom Abstand z' und Alter. WFS CO1-FH-12-1,25

Fig. 8.44: Mean axial tensile strength across thickness of wall dependent on elevation z' and age. WFS CO1-FH-12-1,25

8.4.3.3 Maßgebende Verformungen der Wand

Resultierende Verformungen

Wie bereits in Abschn. 8.4.2.2 erläutert worden ist, kann man das WFS entweder als vom Baugrund entkoppeltes System (Bild 8.37a) oder als mit dem Baugrund gekoppeltes System (Bild 8.37b) betrachten. Unabhängig davon, erhält man entsprechend Abschn. 8.32 für den Zustand I:

$$\Delta \varepsilon_{Ri} = \frac{\Delta \hat{\varepsilon}_{0mi} (3p^2 S_{Bi} + S_{Di} (1 + S_{Bi}))}{3p^2 S_{Bi} + (1 + S_{Di}) (1 + S_{Bi})} + \frac{\Delta \varepsilon_{f0mi} (1 + S_{Bi}) + (\Delta \hat{\kappa}_{0i} S_{Bi} + \Delta \kappa_{f0i}) \frac{ph_c}{2}}{3p^2 S_{Bi} + (1 + S_{Di}) (1 + S_{Bi})} \quad (8.69)$$

$$\Delta \kappa_{Ri} = \frac{(\Delta \hat{\kappa}_{0i} S_{Bi} + \Delta \kappa_{f0i}) (1 + S_{Di})}{3p^2 S_{Bi} + (1 + S_{Di}) (1 + S_{Bi})} + \frac{(\Delta \hat{\varepsilon}_{0mi} - \Delta \varepsilon_{f0mi}) \frac{6p}{h_c} S_{Bi}}{3p^2 S_{Bi} + (1 + S_{Di}) (1 + S_{Bi})} \quad (8.70)$$

Die Verformungen ε_R und κ_R spannen die Ebene ERD der resultierenden Verformungen auf, Bild 8.42. Die Gln.(8.69) und (8.70) gelten für die in Tab. 8.1 genannten Werkstoffgesetze. Die freien Verformungen der Bodenschicht sind - im Fall der unterstellten Ankoppe-

lung des Bodens an das WFS - sind für den Zwang unerheblich und werden vernachlässigt. In Gln.(8.69) und (8.70) bedeuten

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{0m} = \Delta \varepsilon_{0mi} + \Delta \varepsilon_{rmi} \quad (8.71)$$

$$\Delta \hat{\kappa}_{0i} = \Delta \kappa_{0i} + \Delta \kappa_{ri} \quad (8.72)$$

sofern die Werkstoffmodelle 3 und 4 angewandt werden (s. Abschn. 8.3.2.2). Die Verformungen des Fundaments enthalten keine Mikrorissdehnungen. Bei Anwendung der Modelle 2a und 2b entfallen in den Gln.(8.71) und (8.72) die Terme der Mikrorissdehnung. Bei Kenntnis der resultierenden Verformungen kann man nach Abschn. 7.22, Gl.(7.1) die Zwangverformungen ε_m , κ anschreiben:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_R - \hat{\varepsilon}_{0m}, \quad (7.1a)$$

$$\kappa = \kappa_R - \hat{\kappa}_0. \quad (7.1b)$$

8.4.3.4 Einfluss der Mitwirkung des Bodens

Beim Zwang der Sohle auf den Baugrund konnten in den Gln.(8.33) und (8.34) wesentliche Vereinfachungen vorgenommen werden, weil der Biegezwang den Dehnzwang beträchtlich übertrifft. Im folgenden wird untersucht, ob die Gln.(8.69) und (8.70) entsprechend vereinfacht werden dürfen. Darüber hinaus ist noch zu klären, in welchem Maße die Berücksichtigung des Bodens den Zwang gegenüber dem freien WFS erhöht. Diese Fragen werden für das in Abschn. 8.4.3.1 beschriebene

WFS rechnerisch untersucht. Dabei wird elastisches Betonverhalten mod 2a angenommen, da die Betonrelaxation alle mechanische Verformungsterme gleichermaßen betrifft und die Folgerungen nicht beeinflussen wird. Es werden mit den Gln.(8.69) und (8.70) die Zwangverformungen ε_m und κ sowohl für das freie als auch für das vom Boden behinderte WFS berechnet. Die freien Verformungen des Bodens werden vernachlässigt.

Freies Wand-Fundament-System

Folgende Fälle werden untersucht:

Fall 1.1: Gln.(8.69) und (8.70)

Fall 1.2: wie Fall 1.1, jedoch bei Vernachlässigung der freien Verformungen des Fundaments

Fall 1.3: wie Fall 1.2, bei Unterdrückung von $\Delta \hat{\kappa}_{0i}$ in Gl.(8.69) sowie von $\Delta \hat{\varepsilon}_{0mi}$ in Gl.(8.70)

Die Steifigkeitswerte erhält man mit den Gln.(8.59) und (8.60). Der Höhenbeiwert p beträgt

$$p \approx \frac{h_c + h_f}{h_c} \quad (8.73)$$

Bild 8.45 zeigt die Berechnungsergebnisse. Zum Vergleich sind auch die negativen freien Verformungen $-\varepsilon_{0m}$ und $-\kappa_0$ aufgetragen, welche die Zwangverformung bei totalem Zwang wären. Aus den Krümmungen κ , unterer Bildteil, erkennt man, dass der Fall 1.3 das Verhalten falsch beschreibt. Die Vereinfachungen bei der Sohle können demnach nicht übernommen werden. Die Fälle 1.1 und 1.2 liefern nahezu gleiche Ergebnisse. Im Regelfall ist vom Fall 1.1, Gln.(8.69) und (8.70), auszugehen.

Einfluss des Baugrunds auf die Zwangverformungen

Der Einfluss der mitwirkenden Bodenschicht wird für die unten genannten 4 Fälle untersucht. Die Steifigkeitswerte werden mit den Gln.(8.61) und (8.62), der Höhenbeiwert $p \approx p_w$ mit Gl.(8.73) ermittelt. Der Fall 1.1 wird zugrunde gelegt.

Fall 3.1: $\ell = 16$ m; $s_w = 4$; $E_s = 50$ MN/m²

Fall 3.2: $\ell = 16$ m; $s_w = 4$; $E_s = 150$ MN/m²

Fall 3.3: $\ell = 32$ m; $s_w = 8$; $E_s = 50$ MN/m²

Fall 3.4: $\ell = 32$ m; $s_w = 8$; $E_s = 150$ MN/m²

Im oberen Bildteil von Bild 8.46 sind die Zwangdehnungen ε_m dargestellt. Die Steifeiziffer des Bodens übt im untersuchten Bereich keinen merkbaren Einfluss aus. Die Schlankheit des WFS ist hingegen - v.a. in der Expansionsphase - von deutlichem Einfluss. Der Vergleich mit Bild 8.45, oberer Bildteil, zeigt den geringeren Dehnzwang vergleichen mit den Fällen 1.1 und 1.2 des freien WFS.

Der untere Bildteil von Bild 8.46 zeigt die Zwangkrümmungen κ . Die o.g. Feststellungen gelten in gleicher Weise. In der Kontraktionsphase sind die Einflüsse der Steifeiziffer und Wandschlankheit gering.

Ergebnisbewertung und Folgerungen

Der Berechnung der maßgeblichen Verformungen sollte der Fall 1.1 zugrunde gelegt werden. Der Unterschied zu Fall 1.2 war in diesem Beispiel gering. Es empfiehlt sich, vorab einen Vergleich anzustellen. Der Einfluss der Steifeiziffer des Bodens ist gering, jener der Wandschlankheit jedoch deutlich. Der zusätzliche Zwang ist mit einem Schätzwert für E_s mit den Gln.(8.61) und (8.62) einfach zu beschreiben.

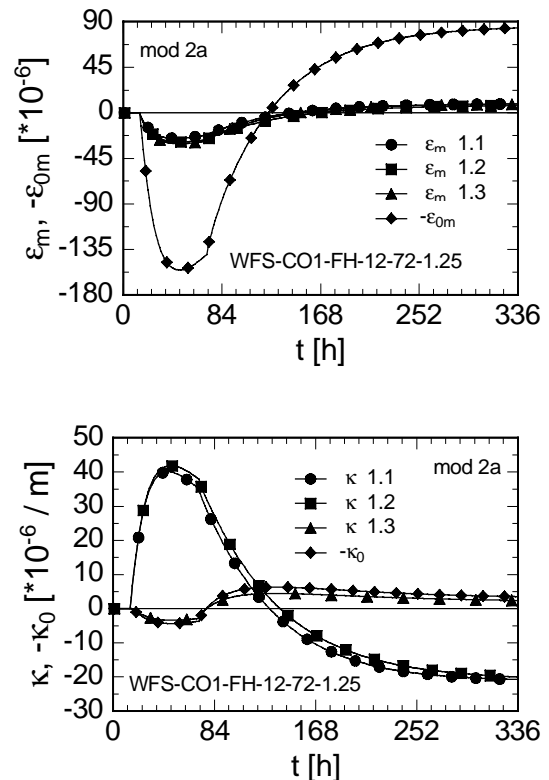


Bild 8.45 Zwangverformungen des freien WFS für die Fälle 1.1 bis 1.3

Fig. 8.45: Deformations due to restraint of free WFS for the cases 1.1 to 1.3

Ergänzend zu den maßgebenden Verformungen sind unter Zugrundelegung des Modells 2a die Spannungen und Schnittgrößen für die o.g. Fälle berechnet worden. Bei den Berechnungen ist die in Abschn. 8.4.2.3 und Bild 8.34 beschriebene, mögliche Rissbildung in der Sohl- und Arbeitsfuge des WFS nicht berücksichtigt worden. Aus diesem Grund und wegen weiterer Unsicherheiten reicht es aus, vom freien WFS auszugehen, das den höchsten Biegezwang erfährt.

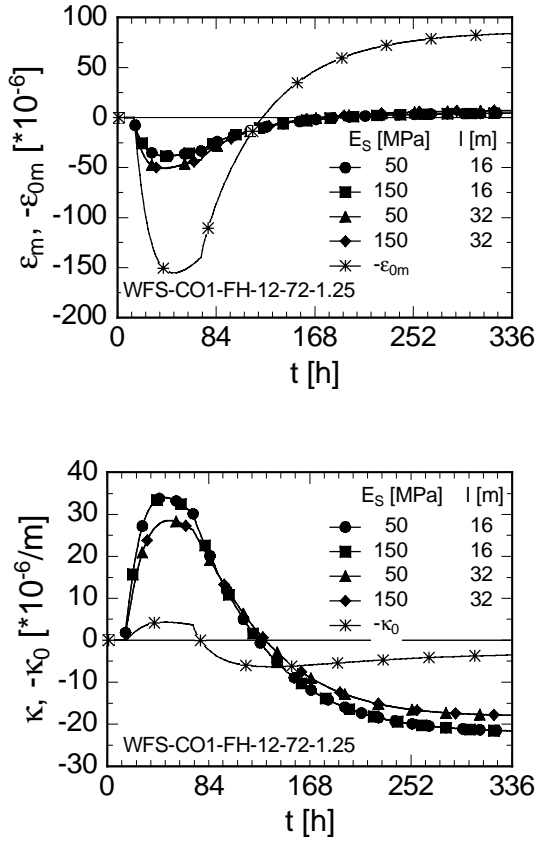


Bild 8.46 Mittlere freie Dehnung und resultierende Dehnung für das zusätzlich durch Baugrund behinderte WFS für die Fälle 3.1 bis 3.4

Fig. 8.46: Mean free strain and resultant strain for the WFS restrained by soil for the cases 3.1 to 3.4

8.4.3.5 Spannungen und Zwangsschnittgrößen

Mit der DSM kann man die Veränderlichkeit der Spannung über die Wanddicke nicht berechnen. Man erhält die über die Wanddicke gemittelte Spannung σ_{kni} . Diese Tatsache folgt aus der Mittelung der Temperatur. Ausgangspunkt ist Kraft der Lamelle k . Diese lautet für den Beanspruchungsbeginn t_i nach Ablauf der Dauer $t_n - t_i$ und bei Ansatz des **Modells 4** (s. Tab. 8.1):

$$\Delta F_{kni} = \frac{(\Delta \varepsilon_{0mki} + \Delta \varepsilon_{rmki} - \Delta \varepsilon_{Ri} - \Delta \kappa_{Ri} z_k)}{E_{mki} \Delta A_\ell \psi_{mkni}} \quad (8.74)$$

Hieraus ergibt sich die mittlere Spannung mit $\Delta A_\ell = d_c d_k = \text{const.}$ über die Wandhöhe h_c :

$$\sigma_{kni} = \frac{1}{\Delta A_\ell} \sum_{i=1}^n \Delta F_{kni} \quad (8.75)$$

Die Zwangsschnittgrößen betragen:

$$N_{n1} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni} \quad (8.76)$$

$$M_{n1} = - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\ell} \Delta F_{kni} z_k \quad (8.77)$$

Die Beziehungen für das **mod 2a** erhält man mit $\psi_{mki} = 1$ und $\Delta \varepsilon_{rmi} = \Delta \kappa_{ri} = 0$. Bei **mod 2b** sind $\Delta \varepsilon_{rmi} = \Delta \kappa_{ri} = 0$; bei **mod 3** ist $\psi_{mki} = 1$.

Das Entstehen von Rissen kann mit den o.g. Gln. durch Gegenüberstellung der mittleren Spannung und der über die Wanddicke gemittelten wirksamen Zugfestigkeit f_{ctem} beurteilt werden (s. Abschn.7). Da Spannungsspitzen in den Wandflächen $y = \pm d_c/2$ Risse initiieren können, wird für die Randspannung eine Näherungsbeziehung entwickelt:

$$\sigma_{kijn1} \approx - \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{0kji} + \Delta \varepsilon_{rmki} - \Delta \varepsilon_{Ri} - \Delta \kappa_{Ri} z_k) E_{kji} \psi_{mkni} \quad (8.78)$$

Die Werte $\Delta \varepsilon_{0kji}$ und E_{kji} waren schon zur Mittelung notwendig. Die Näherung besteht u.a. darin, dass anstelle der lokalen Werte von $\Delta \varepsilon_i$ und ψ deren Mittelwerte über die Wanddicke beibehalten werden. Mit k wird die Höhenkoordinate z_k bezeichnet; für das Randstabelement ist $j = 1$ oder $j = m$ zu setzen (Bild 8.41). Die Zwangsnormalkraft N_f des Fundaments beträgt $N_f = -N$. Das Zwangsmoment ist

$$M_f = -N h_i - M, \quad (8.79)$$

mit h_i Abstand zwischen Fundamentschwerpunkt und wirksamem Schwerpunkt der Wand (Anlage 2). Es wird darauf hingewiesen, dass bei einer sehr dehnsteifen Wand das Fundament in der Expansionsphase des Wandbetons ein- oder gar durchreißen kann [7].

Die o.g. Gln.(7.1), (8.69) bis (8.79) gelten entsprechend den Definitionen von S_{Di} und S_{Bi} für den ungerissenen Zustand. Für den Fall, dass im Fundament v.a. in der Expansionsphase Trenn- oder Biegerisse eintreten - ehe eine Rissbildung in der Wand erfolgt -, müssen die Dehn- und Biegesteifigkeit des Fundaments / der Sohle reduziert werden (Zustand II, unter Berücksichtigung des Betons auf Zug zwischen den Rissen). Ohne auf Einzelheiten einzugehen, erscheinen Reduktionsfaktoren der Steifigkeiten von 0,5 bis 0,67 vernünftig. Mit den sich entsprechend erhöhenden Steifigkeitsverhältnissen von z.B. $S_{Bwi} \approx 1,5$ bis $2 S_{Bi}$ sind dann die o.g. Gleichungen auszuwerten. Diese Aussagen gelten auch für die folgenden Näherungsansätze.

8.4.4 Andere Ansätze, Näherungsverfahren

8.4.4.1 Vorbemerkungen

Auf Berechnungsverfahren, die die Finite Elemente Methode anwenden, wird nicht eingegangen, da hier Ingenieurmodelle im Vordergrund stehen. Auch Ansätze, die die Relaxation des Betons vernachlässigen, werden nicht besprochen, da sie das Verhalten völlig unzureichend erfassen. Die folgenden Beziehungen gelten für den Zustand I.

8.4.4.2 Näherungsansatz mit dem wirk-samen E-Modul

Ansatz nach DSM

Diese Methode ist bereits in den Abschn. 8.2.6.3 und 8.3.2.3 erläutert worden. Ihr liegt das Werkstoffmodell 2b zugrunde (Tab. 8.1). Voraussetzungen sind die Verläufe von $E(t)$ und $f_{ctm}(t)$ (Mittelwerte über Wandquerschnitt). Die Zwangsschnittgrößen erhält man durch Summation über mehrere Altersabschnitte:

$$\tilde{N}_{ln1} \approx -A_c \left[\sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{0mi} - \Delta \varepsilon_{Ri}) E_{1j} k_{R1j} + \dots \right] \quad (8.80)$$

$$\tilde{M}_{ln1} \approx I_c \left[\sum_{i=1}^n (\Delta \kappa_{0ii} - \Delta \kappa_{Ri}) E_{1j} k_{R1j} + \dots \right] \quad (8.81)$$

Zu den Altersabschnitten 1 bis j ; $j+1$ bis ℓ ; $\ell+1$ bis n gehören die mittleren E-Moduln E_{1j} ; ... und die Relaxationsfaktoren k_{R1j} ; ... Anhaltswerte für k_R enthält Abschn. 8.2.6.3. Die resultierenden Verformungen werden nach Abschn. 8.4.3.3 berechnet. Mit diesem Ansatz können zunächst nur die linearen Spannungen nach Balkenbiegelehre berechnet werden. Es ist aber auch hier möglich, die Gl.(8.78) für einen Näherungswert der Randspannungen anzuwenden, wobei $\Delta \varepsilon_{rmki}$ zu null gesetzt wird. In einem folgenden Abschnitt werden Berechnungsergebnisse nach Gln.(8.80) und (8.81) jenen nach mod 2b und mod 4 gegenüber gestellt.

Zweischichtensystem nach [82]

Das in [82] vorgestellte Verfahren entspricht i.w. dem o.g. Vorgehen. Es gilt aber nur für den Fall, dass die freie Krümmung κ_0 in den Gln.(8.69) und (8.70) außer acht gelassen werden darf. Dies ist bei hohen Wänden mit $h_0/d_c > 3$ meist der Fall. In [82] wird der Zwang über die mittlere freie Dehnung formuliert. Man erhält folgende Beziehungen bei Anwendung des wirksamen E-Moduls:

$$\tilde{N}_{ln1} \approx -A_c \left[\sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_{1j} k_{R1j} R_{a1j} + \dots \right] \quad (8.82)$$

$$\tilde{M}_{ln1} \approx -\frac{h_c}{6} A_c \left[\sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mi} E_{1j} k_{R1j} R_{b1j} + \dots \right] \quad (8.83)$$

mit

$$R_{a1j} = \frac{1 + S_{B1j}}{N_{1j}} \quad (8.84)$$

$$R_{b1j} = \frac{3p S_{B1j}}{N_{1j}} \quad (8.85)$$

Die Zahlen S_{D1j} , ..., S_{B1j} , ..., N_{1j} , ... gelten i.M. in den zuvor erläuterten Altersabschnitten. N_{1j} ist der Nenner der Gln.(8.69) und (8.70).

8.4.4.3 Anwendung des JSCE-Verfahrens auf das WFS

Das Berechnungsverfahren der japanischen Stahlbetonnorm [49], [50] ist bereits im Abschn.8.3 beim Zwang der Sohle auf Baugrund behandelt worden. Auch dieses Verfahren benutzt den wirksamen E-Modul. Die elastische Nachgiebigkeit des behindernden Baugrunds wird durch Behinderungsgrade beschrieben (s. Bilder 8.22 und 8.23). Die Anwendung des Verfahrens auf das WFS werden Wand und Fundament als Verbundquerschnitt betrachtet, dessen resultierende Verformungen (bereits mit Zwang verbunden) dann vom Baugrund behindert werden. Einen altersabschnittsweise wirksame Elastizitätsmodul unterstellend kann man auf diese Weise die Zwangsschnittgrößen berechnen. Das Verfahren wird hier nicht weiter verfolgt, weil das zugrunde liegende Theoriegebäude unzugänglich ist.

8.4.4.4 Skandinavisches Näherungsverfahren

In Skandinavien ist ein Näherungsverfahren entwickelt worden, das hauptsächlich für die Vorplanung aber für die die Ausführung begleitende Planung angewandt wird [141]. Es ist an folgende Voraussetzungen geknüpft, s. Bild 8.47:

- Maßgebend ist die freie mittlere Dehnung. Die freie Krümmung der Wand darf vernachlässigt werden.
- Die Felder ΔT_{mk} , $\Delta \varepsilon_{0mk}$, E_{mk} , E_m , f_{ctmk} , f_{ctm} werden altersabhängig berechnet (Mittelwerte in Höhe z_k und über die Wanddicke bzw. -höhe).

- Die Spannungen σ_k werden mit elastischer FEM oder bei einer Wandschlankheit $s_w > 2,5$ genau genug nach der DSM für Modell 2a für die Dehnung ε_{0m} berechnet, s. 8.4.3.3, [82].

Als erstes sucht man die Stelle crit z, die mit dem höchsten Rissrisiko verbunden ist. Hierzu berechnet man den lokalen Behinderungsgrad R_k , der den Dehn- und Biegezwang gemeinsam erfasst (Höhe z_k , Alter t):

$$R_k = \frac{\sigma_k}{-\varepsilon_{0mk} E_{mk}} [-] \quad (8.86)$$

Der Schnittpunkt der Linie σ_k und $(-\varepsilon_{0mk} E_{mk})$ markiert die Stelle des maximalen Behinderungsgrads $\max R_k$ und damit den Ort des Rissbeginns. Berechnungen zeigen, dass die Stelle crit $z_k \approx 1,0$ bis $1,5 d_c$ über OKF liegt, schwarzer Punkt.

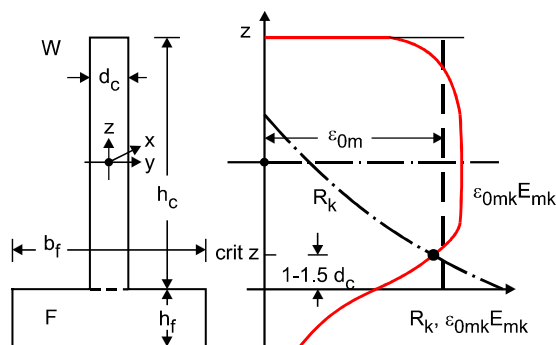


Bild 8.47 Bestimmung der Höhe crit z größter Behinderung - skandinavisches Näherungsverfahren

Fig. 8.47: Determination of elevation crit z of maximum restraint - Scandinavian approximate method

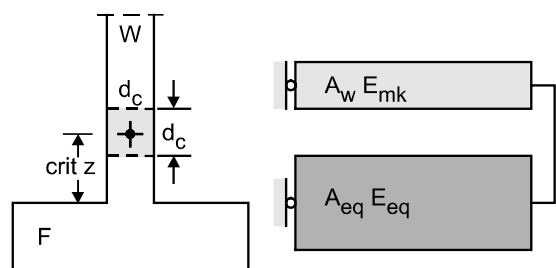


Bild 8.48: Ersatzmodell - Skandinavisches Näherungsverfahren

Fig. 8.48: Mechanical model - Scandinavian approximate method

Im zweiten Schritt wird ein mechanisches Ersatzmodell gewählt, das in Bild 8.48 dargestellt ist. Der aus der Wand geschnittene Ersatzstab wird beschrieben durch: $A_w = d_c d_c E_{mk}$ und ψ_{mk} . Er wird durch die parallel ge-

schaltete Feder mit A_{eq} ; E_{eq} behindert (Abbildung der Sohle). Deren Steifigkeit wird so gewählt, dass sie dem Behinderungsgrad entspricht. Wegen

$$R_k = \frac{1}{1 + \frac{E_{mk} A_w}{E_{eq} A_{eq}}} [-] \quad (8.87)$$

ist

$$E_{eq} A_{eq} = E_{mk} A_w \frac{R_k}{1 - R_k} \quad (8.88)$$

Im dritten Schritt wird die für die Trennrissbildung maßgebende mittlere Längsspannung im Ersatzstab an der Stelle crit z - hier mit k bezeichnet - für relaxierenden Beton (Modell 2b) berechnet:

$$\text{crit } \sigma_{kn1} \approx \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mki} R_{ki} E_{mk1j} \psi_{mkn1} \quad (8.89)$$

Sie kann auch mit dem wirksamen E-Modul ausgedrückt werden:

$$\text{crit } \sigma_{kn1} \approx \left[\sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{0mki} R_{ki} E_{mk1j} k_{R1j} + \dots \right] \quad (8.90)$$

Die Spannung wird der Zugfestigkeit gegenüber gestellt. Näheres hierzu ist in Abschn. 7.3.5.1 ausgeführt worden. Vergleichsberechnungen mit der nichtlinearen FEM zeigten die gute Vorhersagequalität dieses Verfahrens.

8.4.5 Rissbildung und Bewehrung

8.4.5.1 Vorbemerkungen

Die Rissbildung im WFS ist ein verwickelter Prozess, der von vielen streuenden Parametern abhängt. Ihre Behandlung in kommerziellen Programmen erfolgt unterschiedlich, aber stets wird die unbewehrte Wand betrachtet. Der Beton wird als elastischer oder viskoelastischer Stoff angenommen. Über eine Rissbildung wird mit der Frage $\sigma \geq f_{cte}$? an beliebigem Bauteilort entschieden (s. Abschn. 7.3.5.1). Der lokale Ausfall von Elementen und die damit verbundene Spannungsumlagerung wird in der Numerik mal berücksichtigt, mal nicht.

Die uns bekannten Programme berechnen deterministische Größen und erfassen die streuende Natur der Rissbildung über Sicherheitsbeiwerte, Vorhaltemaße u.a.m. In letzteren können die Streuungen entweder global oder sogar zuverlässigkeitsorientiert berücksichtigt werden.

Das hier angewandte Ingenieurmodell von Abschn. 7 erfasst den Ausfall von Elementen und die Spannungsumlagerung bei unbewehrter Wand. Weil aber die Bewehrung den fortschreitenden Riss kreuzt, wird hierdurch ein „Restzwang“ aufrecht gehalten. Auf diese

Fragestellung und deren Konsequenz wird im folgenden eingegangen.

8.4.5.2 Rissbildung in der unbewehrten Wand

Trennrissabstand und Rissöffnung

Das Rissbild der schlanken Wand mit $s_w \geq 2,5$ ist im Bild 8.35 dargestellt. Unterstellt man große freie Verformungen und eine hohe Behinderung, dann können sich Trennrisse im Abstand $h_c \leq a_{cr} \leq 1,5 h_c$ einstellen [138]. Abstände in diesem Bereich kann man als Endrissabstände deuten. Im Normalfall können die Rissabstände grösser ausfallen. Nach Trennrissbildung sind die Rissufer spannungslos. Der Spannungszustand zu beiden Seiten des Trennrisses im Abstand $\pm h_c$ (\approx Krafteinleitungslänge) hat sich im Vergleich zum rissausslösenden Spannungszustand beträchtlich verändert. Es findet eine lokale „Selbstvernichtung“ des Zwangs statt.

Für den Übergang von der unbewehrten zur bewehrten Wand ist die Form des Trennrisses und seine Breite w_0 an der Wandkrone von Bedeutung. Letztere kann nach [138] für eine Krafteinleitungslänge $\ell_E \approx \min a_{cr} = h_c$ mit

$$w_0 \approx -2k_0 \varepsilon_{0m} h_c \quad (8.91)$$

eingegrenzt werden. Der Beiwert k_0 hängt vom Rissabstand ab und beträgt für $\min a_{cr} = \ell_E \approx h_c$: $k_0 = 0,5$. Bild 8.49 zeigt die Rissform. Die Beobachtung zeigt, dass die An- und Trennrisse in einem Abstand von rd. 0,5 bis 1,0 d_c über der Arbeitsfuge beginnen.

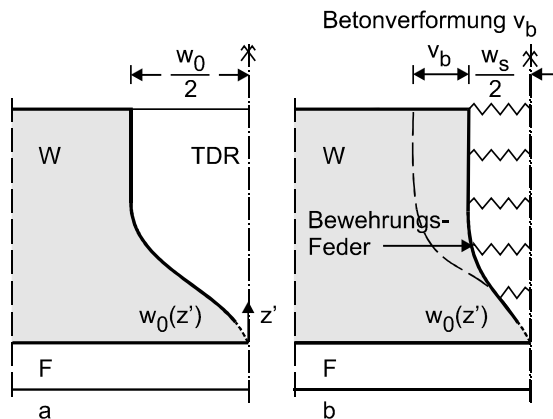


Bild 8.49: Trennrissform und -breite bei der unbewehrten (a) und bewehrten Wand (b) [138]

Fig. 8.49: Shape and width of through-crack in unreinforced (a) and reinforced wall (b) [138]

Anreißen und Durchreißen

Zwischen Trennrissen TDR auf ganzer Wandhöhe können sich Anrisse TAR bilden, die eine Höhe von

$h_r \approx 0,5 h_c$ erreichen können. Diese Aussage gilt auch für die gedrungene Wand mit $s_w \leq 1$ (Bild 8.38). Diese (Trenn-)Anrisse sind schmal. Es interessiert jedoch, unter welchen Bedingungen sie bis zur Wandkrone durchschlagen. Diese schwierige Frage erfordert bruchmechanische und statistische Überlegungen, s. [138], [139]. In [82] wurde hierfür ein Näherungsweg vorgeschlagen, der nachstehend vorgestellt wird.

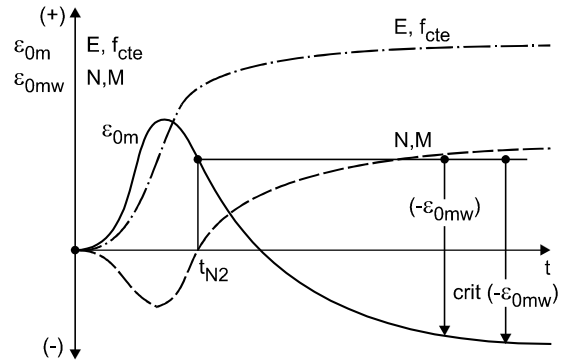


Bild 8.50: Kritische Zwangdehnung bei Trennrissbildung im WFS

Fig. 8.50: Critical restraint strain at formation of through-crack in WFS

Zwangursache in [82] ist die freie, mittlere Dehnung $\varepsilon_{0m}(t) \leq 0$ der Wand (Kontraktion); die freie Krümmung κ_0 wird vernachlässigt. Die zwangerzeugende mittlere Dehnung $-\varepsilon_{0mw}$ wird ab dem 2. Nullspannungsalter t_{N2} angesetzt, s. Bild 8.50. Es wird nach der kritischen Zwangdehnung $\text{crit}(-\varepsilon_{0mw})$ gesucht, die zur Trennrissbildung auf ganzer Wandhöhe führt. Die Zwangsschnittgrößen werden für das freie WFS mit den Gln.(8.82) und (8.83) berechnet. Der mittlere E-Modul des Wandbetons wird in der Kontraktionsphase konstant angenommen. Der Einfluss der Relaxation wird mit $k_R \approx 0,8$ beim wirksamen E-Modul erfasst. Dieses Vorgehen basiert auf dem Werkstoffmodell 2b.

Die Anrissbildung setzt ein, sobald die Betonspannung am Wandfuß $\sigma(-h_c/2) = f_{cte}$ ist. Mit zunehmendem Zwang steigt der Anriss zunächst stabil hoch. Ab der kritischen Anrisshöhe $\text{crit} h_{cr}$ schlägt der Anriss zur Wandkrone durch. In Bild 8.51 ist die zum Trennriss führende kritische Dehnung abhängig vom Höhenbeiwert p und von der Dehnsteifigkeitszahl S_D aufgetragen. Die kritische Dehnung wird auf Betonzugbruchdehnung normiert:

$$\frac{\text{crit}(-\varepsilon_{0mw})}{\varepsilon_{cue}} = \frac{\text{crit}(-\varepsilon_{0mw})E}{f_{cte}} \quad (8.92)$$

Rechteckige Querschnitte voraussetzend, gelten folgende Zusammenhänge zwischen den Steifigkeitszahlen:

$$S_D = \frac{k_R E A_c}{E_f A_f}; \quad S_B = \frac{k_R E I_c}{E_f I_f}; \quad S_B = \frac{S_D}{(p-1)^2} \quad (8.93)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Durchreißens nimmt mit p zu und mit S_D ab. Das Verhältnis Gl.(8.92) wird im praktischen Fall den Wert 5 nicht überschreiten. Dies bedeutet, dass der Höhenbeiwert $p = 2$ ($h_c = h_f$) stets mit Durchrissen verbunden sein wird. Auf der anderen Seite können bei $p = 1,1$ ($S_B = 10 S_D$) keine Durchrisse sondern nur Anrisse auftreten. Liegt - für den gegebenen Höhenbeiwert p - der Rechenwert $\text{cal}(-\varepsilon_{0mw}) E / f_{cte}$ unter der zugehörigen Linie, dann tritt der Durchriss nicht auf. Beispiel, WFS von Bild 5.15: $E = 27 \text{ GPa}$; $E_f = 34 \text{ GPa}$; $p = 1,25$; $\max(-\varepsilon_{0mw}) = 0,2 \text{ ‰}$; $f_{cte} = 1,7 \text{ MPa}$. Der schwarze Kreis zeigt das Ergebnis: Durchreißen findet nicht statt. Streuungen sind zu beachten.

8.4.5.3 Risskontrolle durch Bewehrung

Weder die Anriss- noch die Trennrissbildung hängen primär von Bewehrung ab. Das Durchschlagen eines Anrisses zur Wandkrone wird aber von der Bewehrung gebremst. Bei Trennrissbildung in der bewehrten Wand werden die Rissufer durch Bewehrungsstäbe, die man sich als Federn vorstellen kann, zusammen gehalten. In [138] wird ein mechanisches Modell vorgestellt, mit dem - bei Kenntnis der Rissbreite w_0 an Wandkrone (Bild 8.49a) - die rissvernähende Wirkung der Bewehrung abgebildet wird (Bild 8.49b). Auf dieses Modell wird zurückgegriffen, bezgl. Ableitungen wird auf [138] verwiesen. Das Modell unterstellt, dass die Zwangursache die mittlere freie Dehnung (s. Bild 8.50) ist und eine hohe Behinderung herrscht.

Der den Riss vernähende Bewehrungsstab wird entlang der Einleitungslänge ℓ_{Ev} durch Verbund verankert. Diese entspricht: $\ell_{Ev} = a_m/2$, mit a_m , Rissabstand nach [89]. Die Federkonstante des einbetonierten Stabes lautet:

$$c_f = \frac{3E_s A_s}{a_m} \quad (8.94)$$

Die Stabkraft beträgt:

$$F_s = \sigma_{sr} A_s = - \frac{\varepsilon_{0mw} k_0 h_c}{\frac{1}{c_f} + \frac{k_0 h_c}{2E_s d_c s_s}}; \sigma_{sr} \leq f_{sky} / \gamma_{sy} \quad (8.95)$$

Der Beiwert k_0 wird für den Trennrissabstand $a_{cr} = h_c$ zu 0,5 gesetzt. Die mittlere Rissbreite lautet damit:

$$w_s = \frac{2F_s}{c_f} \quad (8.96)$$

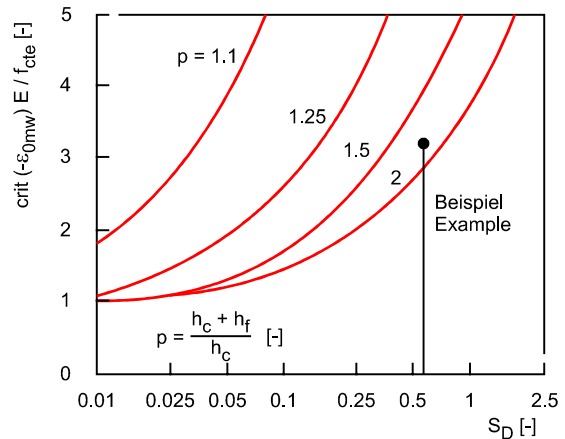


Bild 8.51: Wirksame kritische Zwangdehnung für die Trennrissbildung abhängig von der Dehnsteifigkeit und p

Fig. 8.51: Effective critical restraint strain leading to through-cracking dependent on axial stiffness and p

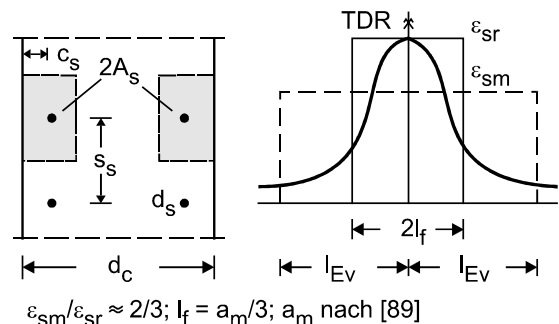


Bild 8.52: Zur Bemessung der den Trennriss kreuzenden Bewehrung für die Rissbreitenbeschränkung

Fig. 8.52: Design of reinforcement crossing a through-crack for crack width control

Bzgl. der Auslegung der Bewehrung für eine einzuhaltende Anforderung der Gebrauchstauglichkeit und/oder Dauerhaftigkeit wird auf [89] und Regelwerk verwiesen. Anrisse, sofern sie nicht durchschlagen, sind schmal. Es genügt, ihre Breite durch eine vernünftige, konstruktive Bewehrung zu kontrollieren. Näheres zur Bewehrungsauslegung ist [138] zu entnehmen.

8.4.5.4 Maßgebende Schnittgrößen

Bei Trennrissbildung wird die Betonzugkraft (Zstd. I) auf die Bewehrungszugkraft (Zstd. II) umgeladen. Dabei darf der Bewehrungsstahl nicht fließen. Auch im Fall, dass die Zwangsschnittgrößen nicht zur Trennrissbildung führen (Zwangsschnittgrößen < Risschnittgrößen), ist so zu verfahren. DIN 1045, 07.88, 17.6.2 impliziert,

dass die Zwang-/Risschnittgrößen durch lineare Spannungen nach Balkenbiegelehre beschrieben werden. Diese Voraussetzung ist schon wegen der Nichtlinearität des Elastizitätsmoduls und Relaxation bei Anwendung der Berechnungsmodelle 2b und 4 nicht eingehalten. Die größte Zwangzugspannung tritt bei nichtlinearer Berechnung meist nicht am Wandfuß auf. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Bewehrungsauslegung auf Basis des resultierenden Zugspannungsblocks vorzunehmen. Die Bewehrung hat den Block zu decken.

In Abschn. 8.2.8 sind die unterschiedlichen Ziele der Risskontrolle und der Rissbreitenbegrenzung durch Bewehrung verdeutlicht worden. Die Betonzugkraft für die Risskontrolle wird für die „untere“, wirksame Zugfestigkeit berechnet. Für die Auslegung der Rissbreitenbegrenzung ist hingegen von der „oberen“, wirksamen Zugfestigkeit auszugehen. Die hierfür maßgebende Betonzugkraft ist also höher anzusetzen.

8.4.6 Spannungen und Schnittgrößen, Berechnungsbeispiele

8.4.6.1 Eingangsdaten

Es wird das WFS vom Bild 5.15 für den Beton CO1-FH (Anlage 1) untersucht. Der Fundamentbeton ist ausgehärtet: $E_{ctr} = \text{const.} = 33,63 \text{ GPa}$; $f_{ck} = 3 \text{ N/mm}^2$. Der über die Wanddicke gemittelte, lokale E-Modul E_{mki} und Zugfestigkeit f_{ctki} ist den Bildern 8.43 und 8.44 zu entnehmen. Die Berechnung erfolgt für das freie WFS gemäß Fall 1.1, Gln.(8.69) und (8.70). Die Stoffmodelle 2a, 2b und 4 werden zugrunde gelegt. Das Fundament reißt nicht ein.

8.4.6.2 Zwangspannungen im Zustand I

In manchen kommerziellen Programmen werden die Zwangspannungen bei Anwendung des linearelastischen Modells 2a oder des linear-viskoelastischen Modells 2b - häufig ohne Begrenzung der Hauptzugspannung durch die Betonzugfestigkeit berechnet (Zustand I). Auf die potentielle lokale Rissbildung wird daran anschließend über die Verhältnswerte $\text{crit } \sigma/f_{cte}$ oder $f_{cte}/\text{crit } \sigma$ empirisch [41] oder auch probabilistisch geschlossen [49, 50, 81, 112].

Erwartungsgemäß beeinflusst das der Berechnung zu Grunde gelegte Stoffmodell das Resultat deutlich. Dies ist aus den Bildern 8.53 bis 8.56 abzulesen. Bei Ansatz des Modells 2a wird die Zugfestigkeit von $f_{cte} \approx 1,5 \text{ MPa}$ im Alter 336 h und im Bereich von rd. 0,25 bis 1,5 d_c über OKF überschritten. Bei Ansatz des Modells 2b bleibt die Wand wegen des Spannungsabbaus durch Relaxation rechnerisch ungerissen. Bei Anwendung des nichtlinearen Modells 4 ergaben sich die Spannungen nach den Bildern 8.57 und 8.58. Eine Rissbildung im unteren Wandbereich wird auch hierfür nicht vorherge-

sagt. Der Ergebnisunterschied zwischen den Stoffmodellen mod 2b und 4 ist in diesem Beispiel gering. Mit der elastischen Berechnung (Modell 2a) werden die Spannungen weit überschätzt.

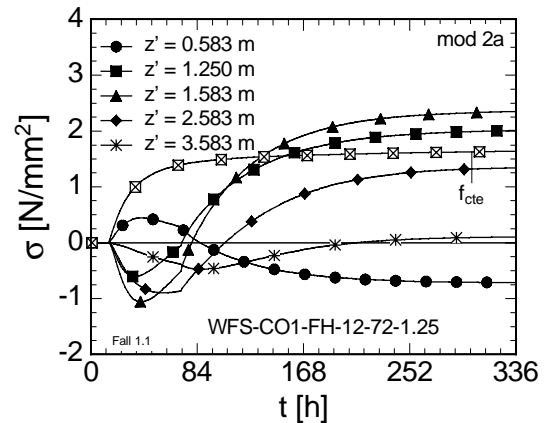


Bild 8.53: Spannungen abhängig vom Alter und von der Höhe z' über UKF. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.53: Stresses dependent on age and elevation z' above ground. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

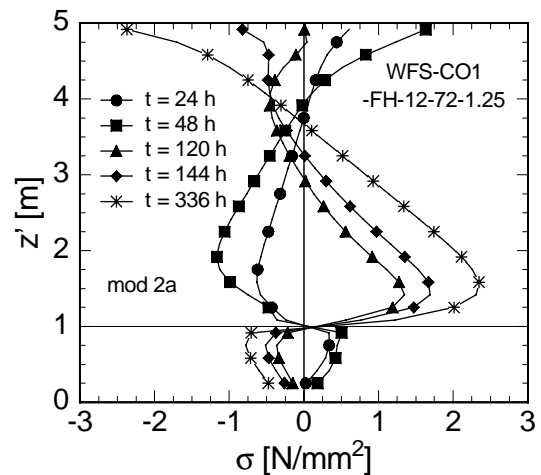


Bild 8.54: Spannungen abhängig von der Höhe z' über UKF und vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.54: Stresses dependent on elevation z' above ground and on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

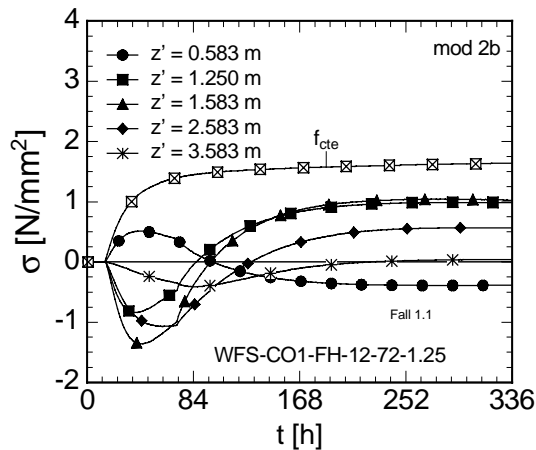


Bild 8.55: Spannungen abhängig vom Alter und von der Höhe z' über UKF. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2b

Fig. 8.55: Stresses dependent on age and elevation z' above ground. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2b

8.4.6.3 Zwangsschnittgrößen nach DSM und k_R -Verfahren im Zustand I

Die Bilder 8.59 bis 8.61 zeigen die Berechnungsergebnisse. Die Annahme elastischen Stoffverhaltens, mod 2a, führt zur Überschätzung der Zwangsschnittgrößen. In Bild 8.62 ist die Zwangsnormalkraft der Wand nach dem k_R -Verfahren jener nach den Modellen 2a und 2b gegenübergestellt. Vergleichsuntersuchungen zeigten, dass man mit $k_R \approx 0.5$ bis $0.6 \approx \text{const.}$ den Verlauf von $N(2b)$, insbesondere im für die An- und Trennrissbildung relevanten Altersbereich, brauchbar einschätzen kann. Diese Aussage gilt auch für das Zwangsmoment der Wand.

8.4.6.4 Lineare und nichtlineare Spannungen

Mit dem k_R -Näherungsverfahren können nur lineare Spannungen nach Balkenbiegelehre abhängig von der Koordinate z berechnet werden. Wie diese von den nichtlinearen Spannungen nach den Modellen 2a und 4 abweichen, ist in Bild 8.63 für das Alter 336 h dargestellt. Für das hier untersuchte Beispiel sind die Abweichungen zwischen den Spannungen nach dem k_R -Verfahren und jenen nach mod 2b und 4 im Höhenbereich von $z'' = 0,5 d_c$ bis $1,5 d_c$ über OKF gering. Berechnet man also mit dem k_R -Verfahren die lineare Spannung in Höhe $z'' = 0,5 d_c$, dann kann dieser Wert als kritische Spannung betrachtet und der Zugfestigkeit gegenüber gestellt werden (Erstrissbildung).

Der Zugspannungsblock - Maß für die Gesamtbeweh-

runngsmenge - entspricht bei Ansatz von Modell 2b jenen nach dem k_R -Verfahren. Der Zugspannungsblock nach Modell 4 ist grösser als jener nach Modell 2b und k_R -Verfahren.

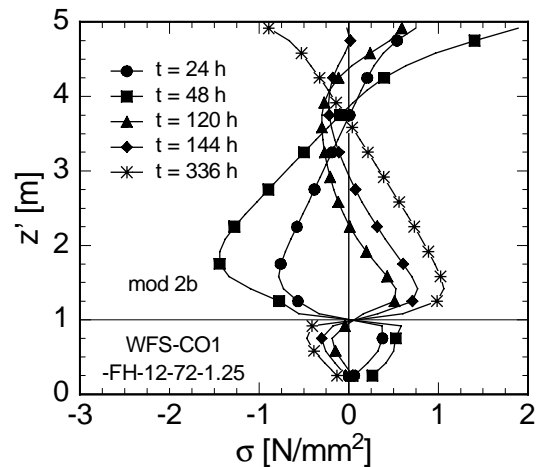


Bild 8.56: Spannungen abhängig von der Höhe z' über UKF und vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2b

Fig. 8.56: Stresses dependent on elevation z' above ground and on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2b

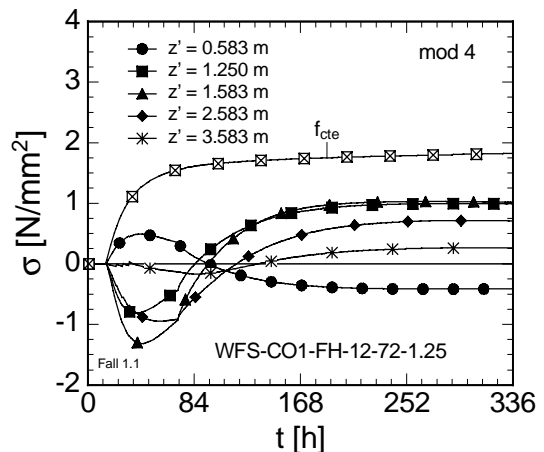


Bild 8.57: Spannungen abhängig vom Alter und von der Höhe z' über UKF. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 4

Fig. 8.57: Stresses dependent on age and elevation z' above ground. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 4

8.4.6.5 Rissindex C_{cr}

In Bild 8.64 ist der rechnerische Rissindex C_{cr} nach Abschnitt 7.3.6.2 für die Höhe $z' = 1,583$ m über UKF

(0,583 d_c über OKF) ab dem Alter 84 h aufgetragen. Die Berechnung erfolgt für die Modelle 2a bis 4. Die dünnen, unterbrochenen Linien markieren die Grenzwerte $\lim C_{cr}$ nach Tab. 7.1.

Bei Ansatz der Modelle 2b und 4 ergibt sich eine sehr geringe Risswahrscheinlichkeit von rd. 2 bis 4 %, je nach Variationskoeffizient der rechnerischen Spannung (s. Bild 7.16). Bei Ansatz von Modell 2a beträgt die Risswahrscheinlichkeit mehr als 50%. Dies unterstreicht die Unbrauchbarkeit der elastischen Berechnung der Zwangsspannungen.

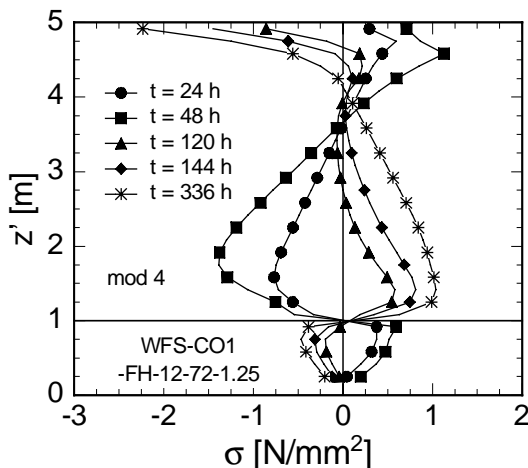


Bild 8.58: Spannungen abhängig von der Höhe z' über UKF und vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 4

Fig. 8.58: Stresses dependent on elevation z' above ground and on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 4

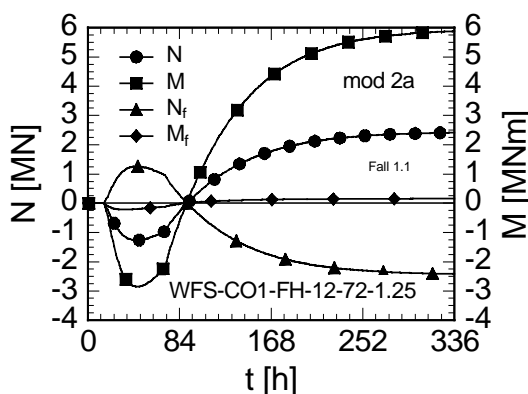


Bild 8.59: Zwangsschnittgrößen in Wand und Fundament abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.59: Restraint forces in wall and foundation dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

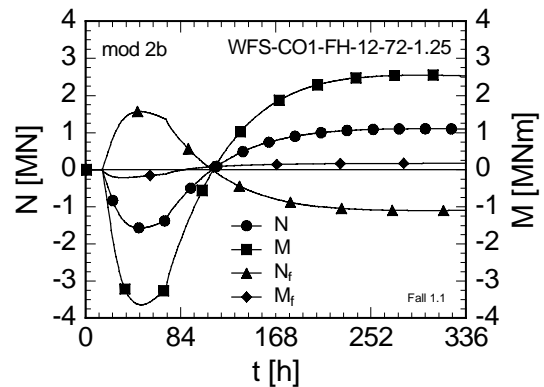


Bild 8.60: Zwangsschnittgrößen in Wand und Fundament abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2b

Fig. 8.60: Restraint forces in wall and foundation dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2b

8.4.6.6 Rissprozess nach Erstrissbildung

Beim hier untersuchten Beispiel verblieb die Wand bei Ansatz der Modelle 2b und 4 (und auch nach dem k_R -Verfahren) rechnerisch ein ungerissenen Zustand. Bei Anwendung des linearelastischen Modells 2a hingegen ist rechnerisch eine konsekutive Rissbildung zu erwarten. Mit dem in Abschn. 7.4 beschriebenen Näherungsweg ist der sich an die Erstrissbildung anschließende Rissprozess in der unbewehrten Wand bei Ansatz des elastischen Modells 2a untersucht worden. Das Ergebnis ist in den Bildern 8.65 bis 8.67 aufgetragen. Man erkennt, dass die Lamellen im Abstand von rd. 0,25 d_c und 0,50 d_c von OKF nahezu zeitgleich ausfallen. Nach 336 h ist die Wand zwischen 0,25 d_c und 1,5 d_c eingegrissen.

Der Rissprozess schlägt sich auch in den Schnittgrößen nieder. Die Wand hat sich durch die Rissbildung gleichsam selbst „entzwängt“. Die für die Auslegung der rissbeschränkten Bewehrung maßgebenden Risschnittgrößen stellen sich als Größtwerte bei Erstrissbildung bei rd. 130 h ein. Die Bewehrung muss nach dem „oberen“ Wert der wirksamen Bauwerkzugfestigkeit ausgelegt werden, s. Abschn. 8.2.8.

8.4.7 Zusammenfassung

Die Wand auf Fundament oder Sohle ist der wichtigste Zwangfall in der Praxis. Der Zwang hängt neben vielen anderen Parametern besonders von den relativen Steifigkeiten S_D und S_B und der Wandschlankheit $s_w = \ell/h_c$ ab. Zur Berechnung der Zwangsspannungen eignet sich ab einer Wandschlankheit von 2,5 die Mehrschichtenmethode, mit der auch die zusätzliche Behinderung

durch den Baugrund erfasst werden kann. Mit dieser Methode wurden für unterschiedliche Betonstoffmodelle Beispielberechnungen durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass die linearelastische Berechnung zu unrealistischen Ergebnissen führt. Erforderlich ist zumindestens die linear-viskoelastische Stoffmodellierung des Betons. Die Methode des wirksamen Elastizitätsmoduls stellt ein brauchbares Näherungsverfahren dar.

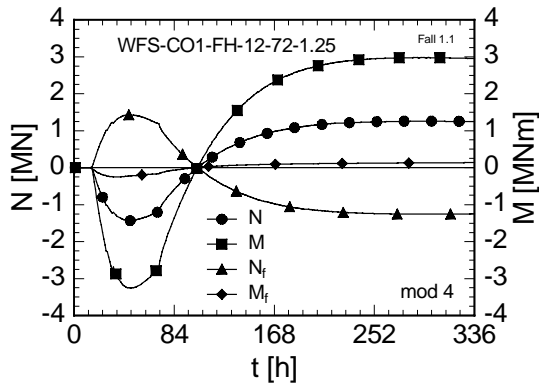


Bild 8.61: Zwangsschnittgrößen in Wand und Fundament abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 4

Fig. 8.61: Restraint forces in wall and foundation dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 4

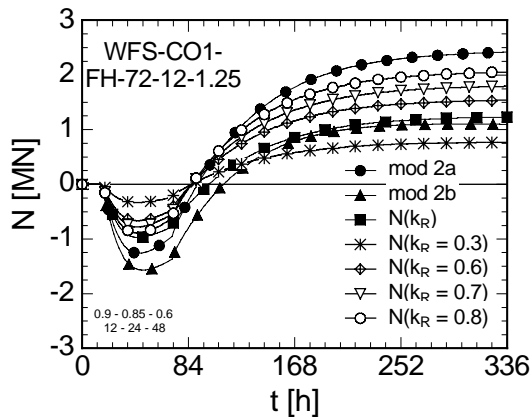


Bild 8.62: Zwangsnormalkraft der Wand nach dem k_R -Verfahren abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25

Fig. 8.62: Restraint forces of wall acc. to k_R -method dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25

Bei gedungenen Wänden ist der Scheibenspannungszustand maßgebend. Es wird auf Hilfsmittel verwiesen, mit denen die Anrissbildung beurteilt werden kann. Kommerzielle Programme zur Spannungsberechnung stehen zur Verfügung. Meist gelten sie ebenso wie die

Mehrschichtenmethode nur für den Zustand I und die unbewehrte Wand. Der konsequente Rissprozess ist bislang noch ungeklärt, insbesondere bei Berücksichtigung der „zwangkonservierenden“ Wirkung der risskreuzenden Bewehrung.

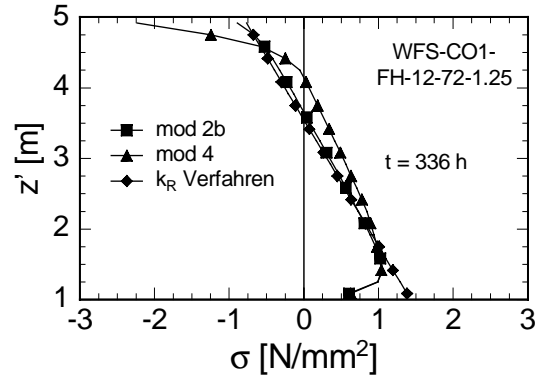


Bild 8.63: Zwangsspannungen über die Wandhöhe im Alter 336 h, berechnet mit den Modellen 2b und 4 sowie nach k_R -Verfahren

Fig. 8.63: Restraint stresses across height of wall at age of 336 h, computed with models 2b, 4 and k_R -method

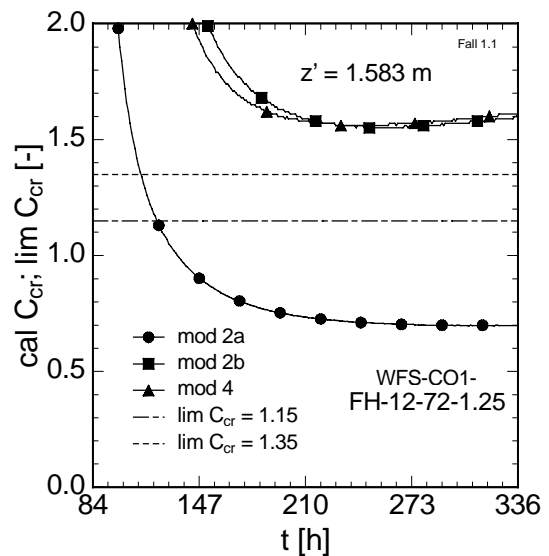


Bild 8.64: Rechnerischer Rissindex nach den Modellen 2a, 2b und 4 abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25

Fig. 8.64: Calculated crack ratio acc. to models 2a, 2b and 4 dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25

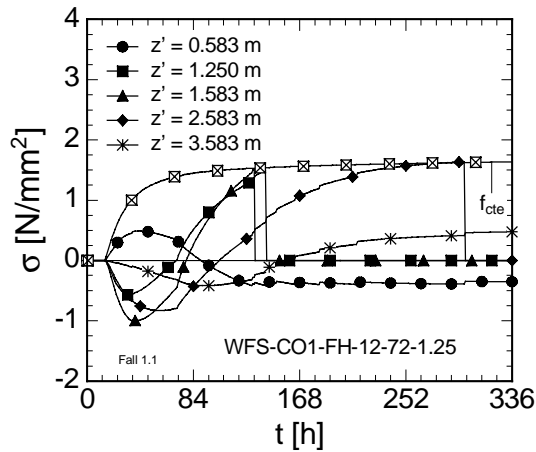


Bild 8.65: Zwangsspannungen bei konsekutiver Rissbildung abhängig vom Alter und Höhe z' über UKF. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.65: Restraint stresses of consecutive crack formation dependent on age and elevation z' above ground. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

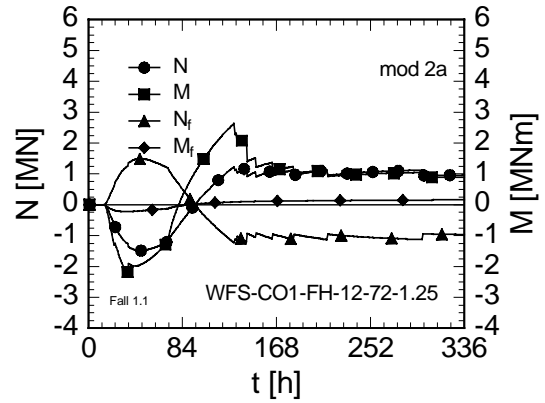


Bild 8.67: Zwangsschnittgrößen bei konsekutiver Rissbildung abhängig vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.67: Restraint actions for consecutive crack formation dependent on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

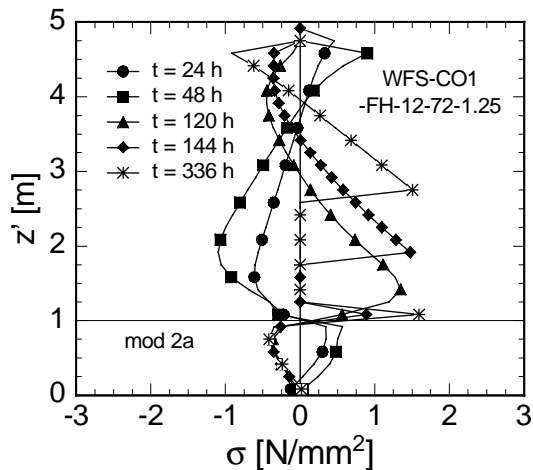


Bild 8.66: Zwangsspannungen bei konsekutiver Rissbildung abhängig von Höhe z' über UKF und vom Alter. WFS CO1-FH-12-72-1.25, Modell 2a

Fig. 8.66: Restraint stresses of consecutive crack formation dependent on elevation z' above ground and on age. WFS CO1-FH-12-72-1.25, model 2a

9. Folgerungen, Defizite und Ausblick

• Zur Notwendigkeit eines Planungswerkzeugs

Die Betonbaupraxis verfügt zur Kontrolle der frühen Risse in massigen Betonbauteilen über zahlreiche, bewährte Methoden. Trotzdem kommt es häufig genug zu Trennrissen, welche die Gebrauchstauglichkeit und die Dauerhaftigkeit des Bauteils beeinträchtigen können. Ein wesentlicher Grund dafür ist darin zu suchen, dass man die Wirksamkeit vorgesehener Maßnahmen oft nur nach der eigenen Erfahrung (manchmal auch nach „Gefühl“) beurteilt und entscheidet. Die Rissbildung hängt aber von zahlreichen, zudem streuenden Größen ab. Weil sich diese gegenseitig beeinflussen, kann einem die Erfahrung schon einen Streich spielen. Enttäuschung und Unsicherheit sind die Folge. Ein britischer Ingenieur, von einer jungen Wand stehend, sinnierte: „To crack or not to crack! That is the question“. Wie kann man abhelfen?

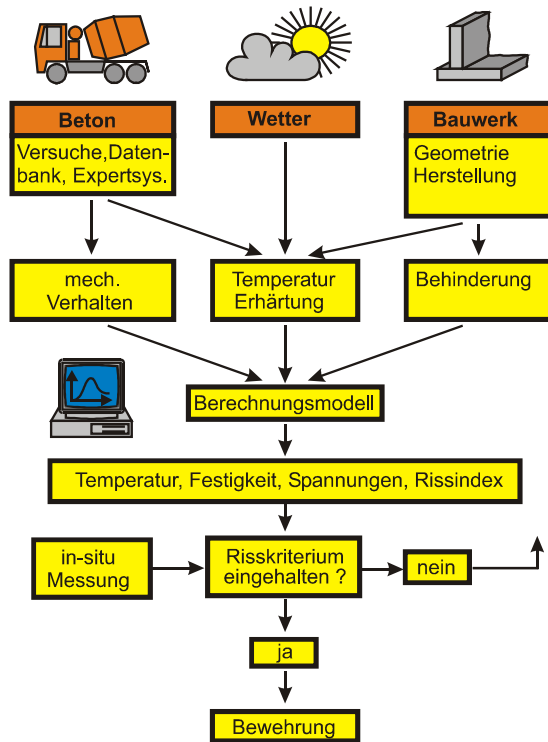


Bild 9.1: Planungswerkzeug für die Risskontrolle

Fig. 9.1: Planning tool for crack control

Notwendig ist es, den bewährten Maßnahmen ein Planungswerkzeug PZ an die Seite zu stellen, mit dem die Wirksamkeit geplanter Maßnahmen bei sowohl einer Vor- (z.B. bei der Angebotsbearbeitung) als auch bei der Ausführungsplanung überprüft werden kann. Es unterstützt die Entscheidungen des Bauherrn, Konstrukteurs und ausführenden Unternehmens. Es führt Erfahrung, Daten, Modelle u.a.m. zusammen und ist nicht nur ein Berechnungsverfahren. Bild 9.1 zeigt es im

Überblick. Ein Planungswerkzeug ist keine Erfindung von heute. Es wird damit in vielen Ländern erfolgreich gearbeitet.

Das hier vorgestellte Planungswerkzeug ist mit Aufwand verbunden. Kosten können entstehen für Versuche, Messungen, Berechnungen u.a.m. Man wird das PZ deshalb immer dann einsetzen, wenn sich der Aufwand lohnt. Dies kann z.B. bei Bauteilen der Fall sein, bei denen die Dichtheit die wesentliche Gebrauchseigenschaft darstellt.

Das Berechnungsergebnis ist nur so gut, wie es die Eingaben hergeben. Bei einer Vorplanung ist das Wissen über den Beton bei Ausführung, das Wetter u.a.m. meist gering. Bei der Ausführungsplanung weiss man mehr, aber auch dann oft nicht genug. Mit diesem Dilemma ist der Konstrukteur immer konfrontiert, auch das beste Programm kann nicht helfen. Der langfristige Aufbau einer Datenbank, besser noch eines dialogisch-interaktiven Expertensystems empfiehlt sich.

Nicht vergessen werden darf: Das junge Alter des Betons ist nur der Anfang der Lebensdauer des Bauteils. Aus der Erhärtungsphase können residuelle Zwangsspannungen fortgeführt werden. Dies ist ggf. für die Gebrauchstauglichkeit des Bauteils im Betrieb zu beachten.

• Bausteine des Planungswerkzeugs

Das PZ besteht aus mehreren Bausteinen. Die Bausteine enthalten: Versuchs- und Erfahrungswerte, Klimadaten, Modelle des Stoffverhaltens, der Bauteilgeometrie, Interaktion zwischen jungem Betonbauteil und behindernder Umgebung u.a.m. Im Berechnungsmodell werden die Felder der Temperatur, Baustoffeigenschaften, Spannungen und Rissorte ermittelt. Das hier beschriebene Modell wurde am IBM entwickelt. Es eignet sich für Ausschnitte aus Sohlen, Wänden auf Fundamenten u.a.m. Dreidimensionale Felder können mit ihm nicht berechnet werden. Insbesondere für die Risskontrolle sind in den vergangenen Jahren effektive, kommerzielle Programme entwickelt worden (s.z.B. in [78], [142]). Diese können in das Planungswerkzeug integriert werden.

Wir meinen, dass der mit dem PZ arbeitende Konstrukteur auch über Erfahrungen bezgl. Ausführung verfügen muss und das Wissen der Betoningenieure und Bauleiter einzubauen weiß.

• Bauteiltemperatur und Betonerhärtung

Die Erwärmung des Bauteils durch die Abbindewärme und die anschließende Abkühlung sind der wesentliche Antrieb des Zwangs. Dessen realistische Eingrenzung erfordert die Kenntnis der Wärmefreisetzung. Der

Abschn. 3 zeigt, wie man die Hydrationswärme Q_{pot} und deren Freisetzungsrates durch Versuche bzw. durch auf Erfahrung beruhende Näherungsansätze bestimmen kann.

Die Betonhärtung ist Abbild der Wärmefreisetzung und wird durch die Zustandsparameter Hydrationsgrad α und wirksames Alter t_e beschrieben. Der Hydrationsgrad geht in die Temperaturberechnung ein und beschreibt dort die altersabhängige Ergiebigkeit der lokalen Hydrationswärmequelle.

Zahlreiche Arbeiten enthalten Näherungswerte der mittleren und höchsten Betontemperatur abhängig von Bauteilart, Zementart und -menge etc.. Meist sind diese Werte zu grob und unzuverlässig. Die realistische Eingrenzung des Zwangs bedingt die Temperaturberechnung für den jeweiligen Fall.

Die Berechnung der orts- und altersabhängigen Bauteiltemperatur kann i.d.R. an repräsentativen Bauteilausschnitten bzw. -stellen z.B. mit einem Differenzenverfahren erfolgen. Abschn. 5 gibt hierzu Anleitung. Kommerzielle Programme stehen zur Verfügung. Meist genügt die Annahme eindimensionaler Wärmeleitung beim Deckenausschnitt, Sohlstreifen bzw. zweidimensionaler Wärmeleitung beim WFS bzw. Scheibenzwang.

• Freie Verformungen

Die freien, also unbehinderten lastunabhängigen Verformungen infolge Abbindewärme sind proportional zur Temperaturdifferenz. Bei Betonen mit niedrigem Wassermenge $\leq 0,45$ muss das autogene Schwinden berücksichtigt werden. In den ersten Wochen nach Betonage wirkt sich das Trocknungsschwinden i.w. nur als Eigenspannung in der Betondeckung aus. Mit zunehmendem Alter und bei trockener Umgebung kann das Trocknungsschwinden einen Beitrag zu später Rissbildung liefern.

Die resultierende freie Dehnung ist zeitveränderlich und nichtlinear über den Querschnitt verteilt. Sie kann in einen konstanten, linearen und in einen nichtlinearen Anteil zerlegt werden. Die Behinderung der freien Verformungen führt zu Zwangsspannungen.

• Behinderungen

Die Bauteile sind in der Regel durch Nachbarn behindert. Im 6. Abschn. werden einige, in der Praxis häufig vorkommende Behinderungen vorgestellt. Häufig werden - aus Gründen der Bequemlichkeit - unnachgiebige Festhaltungen angenommen. Dies ist aber meist zu ungünstig. Die vernünftige Eingrenzung des Zwangs ist wichtig.

Bei stabförmigen Ausschnitten aus Decken und bei Dehn- und Biegestäben kann die Behinderung durch End- und Zwischenfedern abgebildet werden.

Die Behinderung von Sohlplatten durch den Baugrund kann durch ein Mehrschichtenmodell beschrieben werden, das aus der mitwirkenden Bodenschicht, Sauberkeitsschicht und der Sohle besteht. Der ohnehin meist geringe Dehnzwang in dicken Sohlen kann durch Gleitschichten weiter gemindert werden. Das Mehrschichtenmodell kann auch für das Wand-Fundament-System, für die Scheibenprobleme junge Wand auf alter Wand, junge Sohle gegen alte Sohle u.a.m. angewandt werden.

• Mechanische Stoffmodelle

Wie erwähnt, erhält man im Zuge der Berechnung der Bauteiltemperatur und des Hydrationsgrads die wesentlichen mechanischen Betoneigenschaften, z.B. $E_{ct}(x, y, z, t)$ u.a. Die Spannungs-Dehnungslinie wird hier - abhängig vom Hydrationsgrad - aus zwei Abschnitten bestehend formuliert:

- linearelastischer Abschnitt bis zur halben Zugfestigkeit;
- nichtlinearer Abschnitt bis zur Zugfestigkeit (elastisch-plastisch infolge Mikrorissbildung). Der fallende σ - ϵ -Bereich wird hier nicht genutzt. Das viskoelastische Verhalten wird sowohl als Relaxation als auch als Kriechen formuliert.
- Der Abschn. 4 gibt Empfehlungen für Laborversuche zur Schärfung der Stoffparameter des Ausführungsbetons sowie Anhaltswerte für die Vorplanung. Umfangreiche Versuche beweisen, dass die wirksame Bauwerkszugfestigkeit $f_{ct,e}$ niedriger als die Laborzugfestigkeit f_{ct} ausfällt. Der Abschn. 4 gibt einen entsprechenden Reduktionsfaktor sowie Anhaltswerte für die Zugfestigkeit im Bauteil.

• Verfahren zur Berechnung der Zwangsschnittgrößen/-spannungen

Es existieren zahlreiche kommerzielle FE-Programme, mit denen ein- bis dreidimensionale Spannungsfelder berechnet werden können. Weil sie sich in den Stoffmodellen, Spannungs-Dehnungsbeziehungen u.a.m. zum Teil unterscheiden, wurde hier auf die Anwendung derartiger Software bewusst verzichtet. Für die meisten praktischen Probleme ist es ausreichend, Bauteilausschnitte zu behandeln.

Das hier vorgestellte Ingenieurmodell gilt für Bauteilbereiche fernab von Enden, Zwischenfesthaltungen u.s.w. Für das junge Bauteil und dem behindernden

Nachbarn müssen das Schnittkraftgleichgewicht und deren gemeinsame Ebene der resultierenden Verformungen eingehalten sein. Die Mehrschichtenmethode erweist sich als zweckmäßiger Ansatz. Die Nichtlinearität der Temperatur und Betonerhärtung erzwingen die Diskretisierung der Querschnitte durch Streifen etc. und die schrittweise Berechnung. Der Konstrukteur kann Vergleiche mit den Ergebnissen kommerzieller Programme anstellen, rasche Näherungen entwickeln u.a.m.

Vergleichsberechnungen zeigen, dass die Annahme linearelastischen und nichtkriechenden Betons zu unrealistischen Ergebnissen führt. Weil das hier unterstellte elastisch-plastische, relaxierende Betonverhalten zugegebenermaßen aufwendig ist, wurden Näherungsverfahren entwickelt. An zahlreichen Beispielen werden Vergleiche zwischen „exakten“ und genäherten Ansätzen angestellt.

• Risskriterien

Die Spannungsberechnung hat - im Zusammenhang mit der Risskontrolle - mehrere Funktionen. Zum einen soll die Wirksamkeit geplanter Maßnahmen überprüft werden. Zum anderen dient die Spannungsberechnung - mit notwendiger Modifikation - der Auslegung der Zwangbewehrung. Für beide Aufgaben benötigt man ein Risskriterium. Zwei Ansätze sind geläufig: Temperatur- und Spannungskriterium. Bei Temperaturkriterien stellt man eine berechnete und/oder gemessene Differenz der mittleren Temperatur zwischen dem jungen Bauteil und Altbeton einer kritischen gegenüber, die i. allg. auf Erfahrung basiert. Die Überschreitung der kritischen Differenz signalisiert Trennrissbildung. Temperaturkriterien sind aber unsicher, weil sie die komplexen Zusammenhänge nur pauschal erfassen.

Bei Spannungskriterien wird die berechnete Spannung σ (Hauptspannung, $\sigma \geq 0$) der berechneten, wirksamen Bauwerkszugfestigkeit f_{cte} gegenüber gestellt. Dies erfolgt durch Bildung von Verhältniswerten σ/f_{cte} oder f_{cte}/σ . Welches Programm man auch immer benutzt, die Größen σ und f_{cte} werden für einen festen, „vernünftigen“ Wertesatz der Basisvariablen berechnet. Dies ist ein deterministisches Vorgehen, das die Streuung der Basisvariablen außeracht lässt. Über die potenzielle Rissbildung wird oft durch Vorgabe von Grenzwerten $\lim(\sigma/f_{cte})$ oder $\lim(f_{cte}/\sigma)$ über Erfahrung entschieden. Auch hierbei verbleibt Unsicherheit.

Die neuere Entwicklung geht in Richtung zuverlässigkeitsorientierter Spannungskriterien. Pionierarbeit hierzu ist in Japan geleistet worden. Die Streuung der Basisvariablen schlägt sich in der Risswahrscheinlichkeit nieder. Das technische und wirtschaftliche Risiko wird transparenter als bei globalen Sicherheitsbeiwerten etc. Der vom IBMB entwickelte Rissindex leistet zur Ein-

schätzung des Risikos gute Dienste. Welches Risskriterium man immer verwendet, es muss durch Beobachtung am Bauwerk verifiziert/kalibriert werden.

Schließlich wird mit Bild 9.2 die Notwendigkeit der zuverlässigkeitsorientierten Beurteilung der Rissbildung unterstrichen. In [140] wird über die Rissbildung in 350 Wänden (mit Rohrrinnenkühlung zur Risskontrolle) auf alten Sohlen beim Øresund Tunnel berichtet. Rd. 100 Wände (schwarze Kreise) wiesen Trennrisse auf, rd. 250 Wände (weiße Kreise) bleiben ungerissen. Aufgetragen ist die maximale, berechnete Spannungsempfindlichkeit ω_{cr} über der Differenz $\Delta\Delta T_z$ zwischen der gemessenen, mittleren Temperaturdifferenz der Wand ΔT_m und jener der Sohle ΔT_{fm} ab dem Maximum (s. Bilder 7.6 und 7.7). Die beim Øresund Tunnel verwendeten Grenzwerte $\lim(\sigma/f_{cte})$ und $\lim \Delta\Delta T_z$ sind eingezeichnet. Abgesehen von der erwarteten Tendenz, erkennt man die beachtliche Streuung und die Unsicherheiten in den Grenzwerten.

• Messen vor Ort

Auf das Messen vor Ort kann dieser Bericht nicht eingehen. Näheres ist z.B. [41], [143] zu entnehmen. Vor Ort heißt: auf der Baustelle. Das Messen vor Ort gewinnt zunehmende Bedeutung. Das IBMB hat bei zahlreichen Objekten Temperaturen, Dehnungen, Verschiebungen und Spannungen in den ersten Wochen nach Herstellung gemessen.

Häufig wird mit dem gewählten Ausführungsbeton ein Bauteilausschnitt, Probekblock hergestellt sowie wirklichkeitsnah nachbehandelt und gelagert. Durch Temperaturmessung kann man die Aufheizung/Abkühlung messen und daraus sowie die Eingangswerte für nachfolgende Berechnungen gewinnen.

Die Temperaturmessung im Bauteil kann Bestandteil der Qualitätssicherung sein. Mit ihr lässt sich z.B. die Rohrrinnenkühlung steuern. Berechnungsannahmen können verifiziert und adaptiert werden. Zahlreiche andere Nutzenanwendungen sind denkbar.

• Ausblick

Ein Planungswerkzeug für die Risskontrolle kann für Bauwerke mit hohen Dichtheitsanforderungen sehr nützlich sein. Es ist keine Eintagsfliege, muss vom Anwender ausgebaut werden: Datenbank etc. Den Berechnungsteil kann man gestalten: kommerzielles Programm, Entwicklung und/oder Ausbau eigener Software oder IBMB-Methode.

Der Konstrukteur muss nicht nur die Wirksamkeit geplanter Massnahmen prüfen, sondern das Bauteil auch bewehren. Kommerzielle Programme rechnen meist auf FE-Niveau. Zwang- bzw. Risschnittgrößen werden i. allg. nicht ausgeworfen. Näherungslösungen werden

nicht angeboten. Hier ist Entwicklungsarbeit nötig, die sich den Alltagsfragen des Konstrukteurs annimmt. Fortentwicklungen von Risskriterien sind erforderlich.

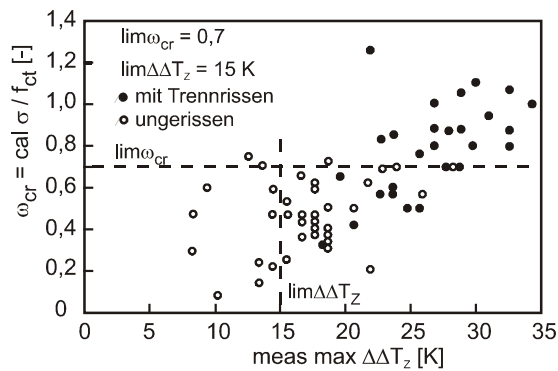


Bild 9.2: Rechnerische Spannungsempfindlichkeit abhängig von der maximalen Temperaturdifferenz $\Delta\Delta T_z$ für Wand/Sohle Systeme des Øresund Tunnels [140]

Fig. 9.2: Calculated stress sensitivity dependent on maximum temperature difference $\Delta\Delta T_z$ for wall/slab systems of Øresund Tunnel [140]

LITERATUR

- [1] Abentung, M.: Einfache Modelle für den Entwurf von weissen Wannen. Diss. Leopold-Franzens Universität Innsbruck, 1998.
- [2] ACI Recommendations Committee, 207: Effect of Restraint, Volume Change and Reinforcement on Cracking of Massive Concrete. ACI Journal 1973, pp. 445/470, bzw. Revision ACI 207, 2R-95 (1995).
- [3] Arz, P., Schmidt, H.G., Seitz, J., Semprich, S.: Grundbau, Betonkalender 1991, T. II.
- [4] Basalla, A.: Wärmeentwicklung im Beton: Zementtaschenbuch. Bauverlag, 1964/65
- [5] Bažant, Z.P., Carol, I. Edts.: Creep and shrinkage of concrete. RILEM Proceedings 22, Barcelona (Spanien), Sept. 1993.
- [6] Bažant, Z.P. Edt.: Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete. John Wiley & Sons, 1988.
- [7] Bernander, S.: Practical measures of avoiding early-age thermal cracking in concrete structures. In: RILEM Report 15, 1998, ibid [78].
- [8] Bernander, S., Emborg, M.: Temperature conditions and thermal cracking in massive concrete structures. Swedish Handbook for Concrete Design, Svensk Byggtjänst, Stockholm, pp. 639 - 666, 1992.
- [9] Bjøntegaard, O., Sellevold, E.J.: Thermal dilation - autogenous shrinkage: how to separate?, Proc of Int. Workshop on Autogenous Shrinkage of Concrete. Japan Concrete Institute, Hiroshima, Japan, 1998.
- [10] Bjøntegaard, O.: Thermal dilation and autogenous deformation as driving forces to self-induced stresses in high performance concrete. Diss. TU Trondheim, 1999.
- [11] Bogue, R. H.: The chemistry of portland cement. 2nd ed., Reinhold Publ., New York, 1955.
- [12] Bouma, A.L.: Mechanik schlanker Tragwerke. Springer Verlag, 1993.
- [13] Brameshuber, W.: Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. Diss. Universität Karlsruhe (TH), 1988.
- [14] Breitenbücher, R.: Zwangsspannungen und Rissbildung infolge Hydratationswärme. Diss. TU München, 1989.
- [15] Breugel van, K.: Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials. Diss. TU Delft, 1991.
- [16] Breugel van, K.: Betonconstructies onder Temperatuur- en Krimpvervormingen - Theorie en Praktijk. TU Delft, 1996.
- [17] Bruy, E.: Über den Abbau instationärer Temperaturspannungen durch Rißbildung. Diss. TH Stuttgart, 1973.
- [18] Byfors, J.: Plain concrete at early ages. Swedish Cement and Concrete Institute, Stockholm, 1980.
- [19] CEB-FIP Model Code 1990, CEB Bulletin No. 195,196, 1990.
- [20] Curbach, M.; Bösch, Th.: Verwendung von Bitumen als Gleitschicht im Massivbau. DAfStb-Heft 485, 1998.
- [21] DBV: Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Merkblatt September 1996.
- [22] DBV: Beschränkung von Temperaturrissen im Beton, Sachstandsbericht. Sachstandsbericht Oktober 1996.
- [23] De Schutter, G., Taerwe, L.: Degree of hydration-based description of mechanical properties of early-age concrete. Materials and Structures, Vol. 19, pp 335 - 344, 1996.

- [24] Dierks, K.: Temperatúrausgleich in Stahlbetonwänden - ein Versuch gegen die Bildung von Spaltrissen. Bauingenieur, 1982, S.57/82.
- [25] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Konstruktion, 07/2001.
- [26] Duda, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. DAfStb-Heft 419, 1991.
- [27] Eibl, J., Iványi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. DAfStb-Heft 260, 1976.
- [28] Elfgrén, L. Edt.: Fracture mechanics of concrete structures, RILEM Rep., Chapman and Hall, 1989.
- [29] Emborg, M.: Thermal stresses in concrete structures at early ages. Doct. Th., Lulea University of Technology, Sweden, 1989.
- [30] Emborg, M., Bernander, S.: Assessment of risk of thermal cracking in hardening concrete. ASCE J. of Structural Eng., Vol. 120, No. 10, pp. 2893 - 2912, 1994.
- [31] Falkner, H.: Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwangsspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen. DAfStb-Heft 208, Beuth-Verlag, Berlin, 1969.
- [32] Franke, E.: Pfähle. Grundbautaschenbuch, 5. Auflage, Teil 3, 1997. Wilh. Ernst & Sohn, Berlin.
- [33] Graßhoff, H.: Kany, M.: Berechnung von Flächengründungen. In: Grundbautaschenbuch, 4. Auflage, 1997, Wilh. Ernst & Sohn, Berlin.
- [34] Grube, H.: Ursachen des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile. Habilitation, Beton-Verlag, 1991.
- [35] Gutsch, A.W.: Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle. DAfStb-Heft 495, 1999.
- [36] Gutsch, A.-W.; Rostásy, F. S.: Test results and modelling of autogenous deformations of concrete at early age. IPACS-Research Report, TU Braunschweig, 1999.
- [37] Hamfler, H.: Berechnung von Temperatur-, Feuchte- und Verschiebungsfeldern in erhärtenden Betonbauteilen nach der Methode der finiten Elemente. DAfStb-Heft 395, 1988.
- [38] Hansen, F., Pedersen, E.J.: Maleinstrument til kontrol af betons haerding. Nordisk Beton, No1., pp 21-25, Stockholm, 1977.
- [39] Hedlund, H., Westman, G.: Autogenous deformations and stress development in hardening concrete. , Proc of Int. Workshop on Autogenous Shrinkage of Concrete, Japan Concrete Institute, Hiroshima, Japan, 1998.
- [40] Heilmann, H.G.: Beziehung zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. beton, S. 68 - 71, 1969.
- [41] HETEK: Control of Early Age Cracking of Concrete - Guidelines. The Danish Road Directorate. Report No. 120, 1997.
- [42] Hintzen, W.: Zum Verhalten des jungen Betons unter zentrischem Zwang beim Abfließen der Hydratationswärme. Schriftenreihe der Zementindustrie H.59, 1998.
- [43] Hua, C., Acker, P., Ehrlicher, A.: Analysis and models of the autogenous shrinkage of hardening cement paste. Cement and Concrete Research, Vol. 25. pp. 1457 - 1468, 1995.
- [44] Huang Chunxiao: Berechnung von Temperaturspannungen und Rißbildungen infolge Hydratation in 3D-Betonkonstruktionen. Diss. TU Braunschweig, 1999.
- [45] Huckfeld, J.: Thermomechanik hydratisierenden Betons - Theorie, Numerik und Anwendung. Diss. TU Braunschweig, 1993.

- [46] Hundt, J.: Zur Wärme- und Feuchtigkeitsleitung im Beton. DAFStb-Heft 280, 1977.
- [47] Iványi, G.: Zugfestigkeit von Beton in örtlich veränderlichen Beanspruchungszuständen - Gradientenwirkung. Bericht des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig, 1976.
- [48] Jaccoud, J.-P.: Armature minimale pour le contrôle de la fissuration des structures en béton. Diss. EPFL Lausanne 1987.
- [49] JSCE (Japan Society of Civil Engineers): Standard specification for design and construction of concrete structures s. Ausgabe (englisch), 1986.
- [50] JSCE (Japan Society of Civil Engineers): Standard specification for design and construction of concrete structures. 2. Ausgabe (japanisch), 1995.
- [51] Jonasson, J.E.: Slip form construction - calculation for assessing protection against early freezing. Swedish Cement and Concrete Research Institute. Stockholm, No. 4, 1984.
- [52] Jonasson, J.E.: Modelling of temperature, moisture and stress in young concrete. Doct. Th., Lulea University of Technology, Sweden, 1994.
- [53] Kehlbeck, F.: Einfluß der Sonnenstrahlung bei Brückenbauwerken. Diss. Universität Hannover, Werner Verlag, Düsseldorf, 1975.
- [54] Keller, H.: EFA-Füller, Betonzusatzstoff nach DIN 1045, Sicher Bauen mit EFA-Füller. 1990.
- [55] Kern, E.; Hegger, J.: 19.000 cbm Beton für Fundamentplatte in einem Arbeitsgang eingebracht. Beton-Informationen 31, Nr.5, S.51/53, 1991.
- [56] Koenders, E.: Simulation of volume changes in hardening cement-based materials. Diss. TU Delft, 1997.
- [57] Kolb, H.: Ermittlung der Sohlreibung von Gründungskörpern unter horizontalem klimatischen Zwang. Diss. TH Stuttgart, 1988.
- [58] König, G.; Tue, N.V.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. DAFStb-Heft 466, 1996.
- [59] Kratzer, K.: Verfahren zur Berechnung von instationärer Temperatur im Beton. Zement und Beton 26, Heft 3, 1981.
- [60] Kurzawa, J., Kiernozycki, W.: Thermische Spannungen, hervorgerufen durch den Hydratationsprozeß des Zements in massigen Fundamenten von Ingenieurkonstruktionen. Bauingenieur, 1982, S. 57/82.
- [61] Laube, M.: Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Betonalter. Diss. TU Braunschweig, 1990.
- [62] Locher, F.W.: Chemie des Zementes und der Hydratationsprodukte. Zement-Taschenbuch, 1984.
- [63] Lohmeyer, G.: Weiße Wannen einfach und sicher: Konstruktion von Kellern und Becken ohne besondere Dichtungsschicht. Verlag Bau + Technik, 4. Auflage, 2000.
- [64] Mangold, M.: Die Entwicklung von Zwang- und Eigenspannungen in Betonbauteilen während der Hydratation. Berichte aus dem Baustoffinstitut, TU München, Jan. 1994.
- [65] Marx, W.: Berechnung von Temperatur und Spannungen in Massenbeton infolge Hydratation. Diss. TH Stuttgart, 1987.
- [66] Meyer, G.: Rißbreitenbeschränkung nach DIN 1045. Beton-Verlag, 1994.
- [67] Morabito, P.: Methods to determine the heat of hydration of concrete. In: RILEM Report 15, 1998, ibid [78].

- [68] Müller, H. S.: Zur Vorhersage des Kriechens von Konstruktionsbeton. Diss. TH Karlsruhe, 1986.
- [69] Nagy, A.: Cracking of concrete structures due to early thermal deformations. Doct. Th., Lund Institute of Technology, Sweden, 1994.
- [70] Nilsson, M.: Influence of restraint in casting joints and in concrete structures on resilient foundation. Master's Thesis, Lulea University of Technology, Sweden, 1998.
- [71] Noghabai, K.: Effect of tension stiffening on the performance of concrete structures. Doct. Th. Lulea University of Technology, 1998.
- [72] Nolting, E.H.: Zur Frage der Entwicklung lastunabhängiger Verformungen und Wärmedehnzahlen junger Betone. Diss. Universität Hannover, 1989.
- [73] Persson, B.: Quasi-instantaneous and long-term deformations of high-performance concrete. Doct. Th. Lund Inst. of Technology, 1998
- [74] Petersson, D.: Stresses in concrete structures from ground restraint. Doct. Th., Lund Inst. of Technology, 1998.
- [75] Plannerer, M.: Temperaturspannungen in Betonbauteilen während der Erhärtung. Diss TU München, 1998
- [76] Puche, M.: Rißbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung bei Eigenspannungen und Zwang. DAfStb-Heft 396, Beuth-Verlag, Berlin, 1988.
- [77] Reinhardt, H.W.: Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. Heron, Vol. 29, No. 2, Delft, 1984.
- [78] RILEM: Prevention of thermal cracking in concrete at early ages. R. Springenschmid, Edt., RILEM Report 15, 1998.
- [79] Rodatz, W.: Bodenmechanik und Grundbau. Vorlesungsskript 8.Auflage, TU Braunschweig, 1999.
- [80] Roelfstra, P.E., Salet, T.A.M.: Modelling of heat and moisture transport in hardening concrete. In: Thermal cracking in concrete at early ages, Chapman & Hall, RILEM Proceedings 25, Munich, 1994, Ibid [96].
- [81] Rostásy, F.S., Krauß, M., Gutsch, A.-W.: Engineering models for the assessment of restraint of slabs by soil and piles during early age of concrete. IPACS (BRPR-CT-97-0497)-Bericht IBMB TU Braunschweig, Nov. 2000.
- [82] Rostásy, F.S., Henning, W.: Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten. DAfStb Heft 407, 1990.
- [83] Rostásy, F.S., Laube, M., Onken, P.: Zur Kontrolle früher Temperaturrisse in Betonbauteilen. Bauingenieur 68, S. 5/14, 1993.
- [84] Onken, P., Rostásy, F.S.: Wirksame Betonzugfestigkeit im Bauwerk bei früh einsetzendem Temperaturzwang. DAfStb-Heft 449, 1995.
- [85] Rostásy, F.S.; Tanabe, T.; Laube, M.: Assessment of External Restraint. In: RILEM Report 15, 1998, ibid [78].
- [86] Rüschi, H., Jungwirth, D.: Stahlbeton-Spannbeton, Band 2, Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke. Werner-Verlag, Düsseldorf, 1976.
- [87] Rüschi, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. beton S. 55 - 58, 1975.
- [88] Scheidler, D.: Experimentelle und analytische Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Bruchschnittgrößen unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung. DAfStb-Heft 379, Beuth-Verlag, Berlin, 1987.
- [89] Schießl, P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite. DAfStb-Heft 400, 1989.
- [90] Schöppel, K.: Entwicklung der Zwangsspannungen während der Hydratation. Diss. TU München, 1993.

- [91] Schorn, H.: Numerische Simulation und Bruchmechanik für spröde Mehrkomponentenstoffe. Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Hilsdorf. Wilh. Ernst & Sohn, 1990.
- [92] Schütte, J.: Einfluß der Lagerungsbedingungen auf Zwang in Betonbodenplatten. Diss. TU Braunschweig, 1997.
- [93] Sellevold, E., Bjøntegaard, O., Justness, H., Dahl, P.A.: High performance concrete: early volume change and cracking tendency. RILEM Proceedings 25, München, Okt. 1994.
- [94] Sommer, R.: Wasserundurchlässige Becken und Behälter in Stahlbeton. Diss. Universität (GH) Essen, 1993.
- [95] Springenschmid, R. (Hrsg.): Avoidance of thermal cracking in concrete at early ages. RILEM TC - 119 TCE, General Reports, Technical Recommendations (Drafts), State of Art Reports (Drafts). München, Okt. 1994.
- [96] Springenschmid, R. (Hrsg.): Thermal cracking in concrete at early ages. Proc. of Int. Symposium, RILEM Proceedings 25, München, Okt. 1994.
- [97] Staffa, M.: Vermeidung von Hydratationsrissen in Stahlbetonwänden. Diss. TU Berlin (Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau), H. 17, 1993.
- [98] Stoffers, H.: Cracking due to shrinkage and temperature variation in walls. Heron 23, 1978, No. 3.
- [99] Tazawa, E. Edt.: Autogenous shrinkage of concrete. Proc. Int. Workshop, Hiroshima 1998, E & FN Spon.
- [100] Tazawa, E.; Miyazawa, S.: Autogenous shrinkage of HPC and its importance on HPC technology. Proc of the Fifth Int. RILEM Symp. on Creep and Shrinkage. Barcelona, p. 159-168, 1993, ibid [5].
- [101] Thielen, G., Grube, H.: Maßnahmen zur Vermeidung von Rissen im Beton. Beton- und Stahlbetonbau, S. 161-167, 1990.
- [102] Thielen, G., Hintzen, W.: Maßnahmen zur Vermeidung von Rissen in Tunnelinnenschalen aus Ortbeton. beton, S. 522-526, S. 600-606, 1994.
- [103] Trost, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton. Beton- und Stahlbetonbau H. 11, S.261/269, 1967.
- [104] Voigt, T.: Frosteinwirkung auf mineralische Deponieabdichtungen. Diss TU Braunschweig, Heft 47, 1994.
- [105] Weigler, H., Karl, S.: Kriechen des Betons bei frühzeitiger Belastung. Creep of concrete under early loading - influence of the rate of hardening of the cement. Betonwerk + Fertigteil-Technik, S.519-522, Sept. 1981.
- [106] Werner, H.: Biegemomente elastisch eingespannter Pfähle. Beton- und Stahlbetonbau. 1970, S. 39 - 43.
- [107] Westman, G.: Concrete creep and thermal stresses. Doct. Th., Luleå University of Technology, 1999.
- [108] Wierig, H.-J.: Kriechen und Relaxation - Verhalten von jungem Beton. beton, 1988, S. 17-20.
- [109] Wischers, G.: Betontechnische und konstruktive Maßnahmen gegen Temperaturreisse in massigen Bauteilen. Betontechnische Berichte, S. 21-58, Beton-Verlag, Düsseldorf, 1964.
- [110] Wischers, G., Dahms, J.: Untersuchungen zur Beherrschung von Temperaturreissen in Brückenwiderlagern durch Raum- und Scheinfugen. Betontechnische Berichte, S. 145-175, Beton-Verlag, Düsseldorf, 1968.
- [111] Smolczyk, U.; Netzel, D.: Flachgründungen (Fundamente, Plattengründungen). In: Grundbautaschenbuch, 4. Auflage, 1997, Wilh. Ernst & Sohn, Berlin.
- [112] Rostásy, F.S., Krauss, M.: Effects of thermomechanical properties of young concrete and their scatter on stress and cracking. Proc. Int. Workshop on Control of Cracking in Early-Age Concrete. Tohoku Univ., August 2000, Japan. A.A. Balkema Publ. Rotterdam, 2001.

- [113] Krauss, M.; Rostásy, F.S.: Determination of initial degree of hydration by means of ultra-sonic pulse velocity. Proc. Int. Workshop on Control of Cracking in Early-Age Concrete. Tohoku Univ., August 2000, Japan. A.A. Balkema Publ. Rotterdam, 2001.
- [114] Reinhardt, H.-W.; Hilsdorf, H.: Beton. Betonkalender 2001, BK1.
- [115] Bunke, N. (Herausg.): Prüfung von Beton. Empfehlungen und Hinweise als Ergänzung zu DIN 1048. DAfStb Heft 422, 1991.
- [116] de Vree, R.T.: Versnelde verhardening von betontheoretische principes en mogelijkheden. Cement XXXI, No.9, S.369-374, 1979.
- [117] Stumvoll, M.; Trenkwalder, A.: Kühlen von Frischbeton. beton 6/2000, S. 322-326.
- [118] D'Aloia, L.; Chanvillard, G.: Determination of apparent activation energy E_a of concrete. Semi-adiabatic tests of heat development, Proc. 4th Canmet Int. Symposium on Recent Advances in Concrete Technology. V.M. Malhotra ed., Tokushima, June 1998, Japan, pp. 561-586.
- [119] Chanvillard, G.; D'Aloia, L.: Concrete strength estimation at early ages: modification of the method of equivalent age. ACI Materials J., V.94, No.6, Nov.-Dec. 1997.
- [120] Kjellsen, K.O.: Physical and mathematical modelling of hydration and hardening of Portland Cement Concrete as function of time and curing temperature. Doct. Th., Norwegian Inst. of Techn. Trondheim 1990.
- [121] Bažant, Z.P.: Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method. J. ACI April 1972, pp. 212-217.
- [122] Japan Concrete Institute (JCI): A proposal of method of calculating crack width due to thermal stress. Tokyo, September 1992.
- [123] Matsui, K.; Nishida, N.; Dobashi, Y.; Ushioda, K.: Sensitivity analysis and reliability evaluation of thermal cracking in mass concrete. RILEM 1994, *ibid* [96] pp. 305/312.
- [124] Nishida, N.; Ushioda, K.; Dobashi, Y.; Matsui, K.: Evaluation of thermal cracking index in slab-concrete under uncertain parameters. Trans. of Japan Concrete Inst., Vol. 17, pp. 127/140, 1995.
- [125] Schneider, J.; Schlatter, H.P.: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Hochschulverlag AG ETH Zürich und B.G. Teubner, Stuttgart, 2. Auflage 1996.
- [126] Krauss, M.; Rostásy, F.S.; Gutsch, A.-W.: Modeling of degree of hydration on basis of adiabatic heat release. Brite-Euram BRPR-CT-97-0437, IBMB-Bericht Dez. 2000, TU Braunschweig.
- [127] Zement Taschenbuch 2000. 49. Auflage, VDZ e.V. (Hrsg.) Düsseldorf, Verlag Bau und Technik 2000.
- [128] Hariri, K.: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons- Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rissprozesszone. Diss. TU Braunschweig 2000, DAfStb Heft 509.
- [129] Chiorino, M.A.: Guide Lines for the Creep Analysis of Concrete Structures: Criteria for a Code Type Formulation. In: Baustofftechnische Einflüsse auf Konstruktionen. Festschrift H. Hilsdorf, Ernst&Sohn Berlin 1990.
- [130] DIN V ENV 1992-1: Eurocode 2: Planung von Stahlbeton und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. Juli 1997.
- [131] Zilch, K.; Staller, M.; Rogge, A.: Erläuterungen zur Bemessung und Konstruktion von Tragwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton nach DIN 1045-1 Beton- und Stahlbetonbau 94 (1999), S. 259-271 (s.a. BK1, 2000, S.171 u. ff.).

- [132] Litzner, H.-U.: Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045-1 in Beispielen. Betonkalender T.1, 2000, S. 382 u. ff..
- [133] Eierle, B.; Schikora, K.: Bodenplatten unter frühem Temperaturzwang - Rechenmodelle und Tragverhalten. Bauingenieur 75, Okt. 2000, S. 671-676.
- [134] Simons, H.-J.: Einige Hinweise zum Entwurf weißer Wannen. Beton- und Stahlbetonbau 88 (1993), H.8, S. 205/210.
- [135] Nilsson, M.: Thermal Cracking of Young Concrete. Partial Coefficients, Restraint Effects and Influence of Casting Joints. Lulea Univ. of Technology. Lic. Th. 2000: 27.
- [136] Schleeh, W.: Die Zwangsspannungen in einseitig festgehaltenen Wandscheiben. Beton- und Stahlbetonbau 57 (1962), H.3, S. 64/72.
- [137] Harrison, T.H.: Early-Age Thermal Crack Control in Concrete. CIRIA Report 1981, London.
- [138] Iványi, G.: Bemerkungen zu „Mindestbewehrung“ in Wänden. Beton- und Stahlbetonbau 90 (1995), H.11, S. 283/389
- [139] Liu, H.: Nichtlineare bruchmechanische Untersuchungen an Beton und Stahlbeton. Diss. Univ. Essen (GH), 1994.
- [140] Lykke, St., Skotting, E., Kjaer, U.: Prediction and Control of Early-Age Cracking. Experiences from the Øresund Tunnel. ACI Concrete International, Sept. 2000, pp. 61/65.
- [141] Kjellman, O.; Olofsson, J.: 3D-Structural Analysis of Crack Risk in Hardening Concrete Structures-Verification of a Three-step Engineering Method. Brite EuRam IPACS Bericht Jan. 1999 (Skanska Teknik AB).
- [142] Rissbeherrschung massiger Betonbauteile-Bauwerk, Werkstoff, Simulation. Tagungsbericht IBMB-Heft 153, TU Braunschweig, März 2001.
- [143] Laube, M.; Rusack, Th.: Anwendung, Verifizieren und Messen am Beispiel Fernbahntunnel Berlin, ibid [142].

ANLAGE 1

BETONREZEPTUR		EINHEIT	CO 1	CO 23
Bezeichnung			PZ-Beton	HOZ-Beton
Festigkeitsklasse		[MPa]	25	25
Zement		[-]	CEM I 32.5R	CEM III/A 32.5
Zementhersteller			A	B
Zementzusammensetzung				
C2S		[M%]	15.10	8.68
C3S		[M%]	57.9	67.9
C3A		[M%]	11.50	10.81
C4AF		[M%]	5.70	7.5
CaO		[M%]	0.95	0.6
Zementgehalt		[kg/m ³]	270	280
Flugasche		[kg/m ³]	60	80
Wasser		[kg/m ³]	175	175
Wasser - Zement (Bindemittel) – Wert		[-]	0.65 (0.53)	(0.49)
quartzitischer Zuschlag				
0/1 mm		[kg/m ³]	93	n.a.
0/2		[kg/m ³]	557	n.a.
2/8		[kg/m ³]	555	n.a.
8/16		[kg/m ³]	645	n.a.
16/32		[kg/m ³]	-	-
Zuschlag insgesamt		[kg/m ³]	1850	1835
Zusatzmittel				
BV		[kg/m ³]	2.7	1.5
Werkstoffmodelle				
Frischbetonrohddichte ρ_c		[kg/m ³]	2355	2370
Wärmekapazität c_c		[kJ/(kgK)]	1.18	1.15
Wärmefreisetzung des Betons Q_{pot}		[kWh/m ³]	39.0	28.3
Hydratationsgrad α				
t_k		[h]	12.005	23.84
c_1		[-]	-1.135	-1.34
Endwerte der Festkörpereigenschaften				
Druckfestigkeit f_{c1}		[MPa]	47.89	40.7
Zugfestigkeit f_{ct1}		[MPa]	3.005	3.0
Druck- u. Zug- E- Modul $E_{ct1} = E_{cc1}$		[GPa]	33.63	31.5
Bruchenergie G_F ($\alpha = 1$)		[N/m]	144.47	130.0
Beginn d. Festkörperverhaltens α_0		[-]	0.20	0.37
Wärmeausdehnungskoeffizient α_T		[1/K]	0.00001	0.00001
Kriechparameter				
	a_1	[-]	0.32	0.32
P_{1c}	b_1	[-]	-0.29	-0.29
	a_2	[-]	0.22	0.26
P_{2c}	b_2	[-]	0.15	0.15

ANLAGE 2

Wirksamer Schwerpunkt

Bei zur Mittenebene unsymmetrischer Temperaturverteilung sind die Felder der freien Dehnung und der mechanischen Eigenschaften ebenfalls unsymmetrisch. Bild 6.3 zeigt dies für die Sohle. Der wirksame Schwerpunkt C_e wird gegenüber dem geometrischen Schwerpunkt C_s um den Beitrag e_i zu steiferen Querschnittsbereichen verschoben:

$$e_i = \frac{1}{\ell E_{mi}} \sum_{k=1}^{\ell} z_k E_{ki} \quad (A.1)$$

Mit: z_k , Abstand von C_s ; E_{ki} , E-Modul der Lamelle k_i ; E_{mi} , mittlerer E-Modul über die Sohl- oder Streifendicke d_c bzw. mittlerer E-Modul über den gesamten Wandquerschnitt d_{ch_c} ; ℓ , Zahl der Lamellen in z-Richtung. Bild A 2.1 zeigt den Verlauf des Abstands z' des wirksamen Schwerpunkts C_e über UK Sohle für das Beispiel C01-1-FH-15. Es ist

$$e_i = \frac{d_c}{2} - z'(C_e). \quad (A.2)$$

Weil der kalte Boden in den ersten Stunden dem sehr jungen Beton Wärme entzieht, ist $e_i > 0$. Aber bereits nach rd. 24 h ist der Wärmefluss zur Luft stärker als jener in den Boden, $e_i \leq 0$. Der minimale Wert ist $\min e_i/d_c = 0,005$. Es ist deshalb bei Sohlen, Decken und Stäben vertretbar, die Verschiebung e_i zu vernachlässigen.

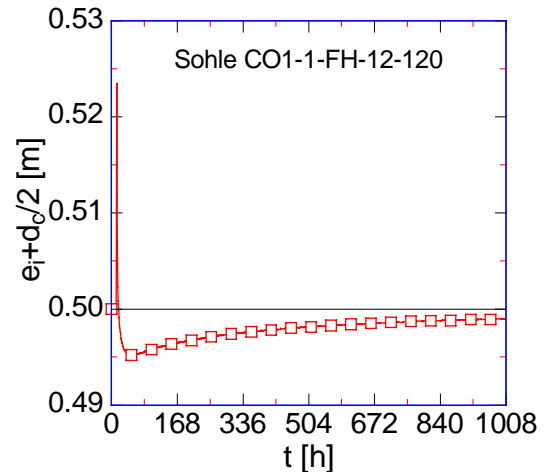


Bild A 2.1: Lage des wirksamen Schwerpunkts über UK Sohle. C01-1,0-FH-15

Fig. A 2.1: Position of effective center of gravity above soil for slab CO1-1,0-FH-15

Bei einer Wand auf Fundament geht, WFS Bild 5.15, hingegen die Verschiebung e_i deutlich in das Gleichgewicht ein. In Bild A 2.2 ist die Lage des wirksamen Schwerpunktes C_e - gemessen von UK der 4 m hohen Wand - für das Berechnungsbeispiel von Abschn. 7.5 dargestellt. Die Verschiebung e_i , Gl.(A.2), verläuft ähnlich wie bei der Sohle.

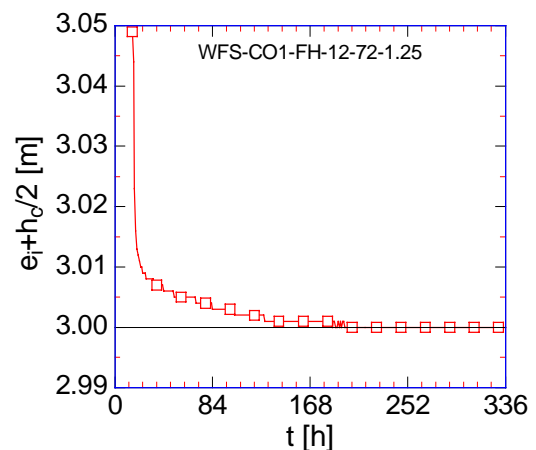


Bild A 2.2: Lage des wirksamen Schwerpunkts e_i bei Wand-Fundament-System.WFS C01-FH-12-1,25

Fig. A 2.1: Position of effective center of gravity for the wall foundation system WFS CO1-FH-12-1,25

Einfluss der Verschiebung des wirksamen Schwerpunkts auf den inneren Hebelarm beim Wand-Fundament-System

Wie Bild 8.42 zeigt, beträgt der Hebelarm der inneren Kräfte im ausgehärteten Zustand

$$h_i = \frac{h_c + h_f}{2} \quad (\text{A.3})$$

bzw. mit dem Höhenbeiwert Gl.(8.73)

$$\rho = \frac{h_c + h_f}{h_c} \quad (8.73)$$

ist

$$h_i = \rho \frac{h_c}{2}. \quad (\text{A.4})$$

Bei jungem Beton ist zum Zeitpunkt t_i

$$h_i = \frac{h_c + 2e_i + h_f}{2} \quad (\text{A.5})$$

bzw. mit

$$\rho_i = \frac{h_c + 2e_i + h_f}{h_c + 2e_i} \quad (\text{A.6})$$

ist

$$h_i = \rho_i \frac{h_c + 2e_i}{2}. \quad (\text{A.7})$$

Berechnungen haben gezeigt, dass insbesondere im jungen Betonalter die Verschiebung e_i des wirksamen Schwerpunkts einen deutlichen Einfluss auf die Zwangsschnittkräfte und -spannungen ausüben kann, s. Bild A 2.2.

Einfluss der Verschiebung e_i auf die freie Krümmung

Das Inkrement der freien Dehnung

$$\Delta \varepsilon_{0mi} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0ki} E_{ki}}{\ell E_{mi}} \quad (\text{A.8})$$

wird von der Verschiebung e_i nicht beeinflusst, da beide Schwerpunkte C_s und C_e übereinander liegen. Weil sich aber die EFD im wirksamen Schwerpunkt dreht, muss dieser Einfluss bei der Ableitung der freien Krümmung berücksichtigt werden. Durch Bildung des Moments

erster Ordnung um den wirksamen Schwerpunkt C_e (s. Bild 6.3) erhält man

$$\Delta \kappa_{0i} = \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0ki} (z_k - e_i) E_{ki} - \Delta \varepsilon_{0mi} \sum_{k=i}^{\ell} (z_k - e_i) E_{ki}}{\sum_{k=1}^{\ell} (z_k - e_i)^2 E_{ki}}. \quad (\text{A.9})$$

Vernachlässigt man e_i , dann ist

$$\Delta \kappa_{0i} \approx \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0ki} z_k E_{ki} - \Delta \varepsilon_{0mi} \sum_{k=1}^{\ell} z_k E_{ki}}{\sum_{k=1}^{\ell} z_k^2 E_{ki}}. \quad (\text{A.10})$$

Der 2. Term im Zähler von Gl.(A.9) berücksichtigt nicht nur die Nichtlinearität, sondern auch die Asymmetrie des E-Moduls E_{ki} über den Querschnitt. Bei Sohlen und Stäben ist die Asymmetrie der E_{ki} nach rd. 56 h verschwunden. Ab dann kann der 2. Term kann zu Null gesetzt werden. Man erhält dann die Gl.(6.6):

$$\Delta \kappa_{0i} \approx \frac{\sum_{k=1}^{\ell} \Delta \varepsilon_{0ki} z_k E_{ki}}{\sum_{k=1}^{\ell} z_k^2 E_{ki}} \quad (\text{A.11})$$